

УДК 550 35

**ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА РАДИОТЕПЛОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
С КРУПНОСТРУКТУРНЫМИ КРУТЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ.
* I. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ НЕРОВНОСТИ**

Ю. К. Шестопалов

Предложена методика вычисления функции затенения неровной поверхности. Анализируются случаи детерминированных и статистических неровностей. Найденная функция затенения используется для исследования излучательных характеристик неровной поверхности.

В задачах радиофизики, гидроакустики, связанных с рассеянием волн на неровной поверхности, часто приходится исследовать случаи, когда по условиям наблюдения часть поверхности оказывается затененной [1]. При дистанционных радиофизических исследованиях земной поверхности из космоса разрешение мало, в пределах «антенного пятна» находится совокупность крупноструктурных неровностей, поэтому влияние затенений необходимо учитывать для всей упомянутой совокупности неровностей.

Различные случаи затенений как для периодических, так и для статистически неровных поверхностей в приближении Кирхгофа ранее исследовались различными авторами. Наиболее полно эти исследования систематизированы в работе [2]. В основном подход к решению таких задач разработан, однако использование его для конкретных моделей ограничено возможностью нахождения функции затенения (т. е. вероятности затенения произвольной точки поверхности) только

для небольшого класса поверхностей, главным образом содержащих цилиндрические неровности [2].

Ниже находится функция затенения неровной поверхности, представляющей собой совокупность поверхностей вращения, число которых в пределах облучаемой площади достаточно велико, чтобы пренебречь той их частью, площадь которых лишь частично попадает в зону облучения. В качестве примера использования полученных функций затенения найдены излучательные способности моделей неров-

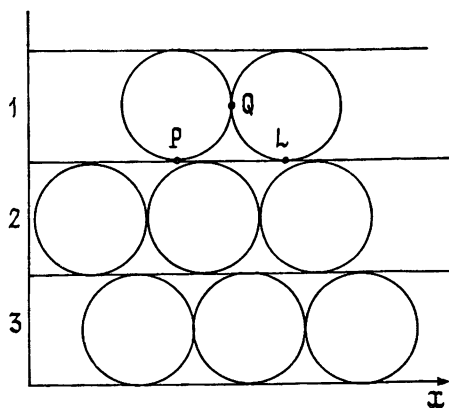


Рис. 1.

поверхностей на вертикальной и горизонтальной поляризациях при различных углах наблюдения.

Первоначально рассмотрим случай, когда затенение обусловлено одной соседней неровностью. В качестве модели неровной поверхности

выберем совокупность поверхностей вращения, основания которых расположены, как показано на рис. 1. Линия, вращением которой образуется поверхность, описывается функцией $f(r)$. Примером такой линии может служить гауссова кривая $f(r) = C_0 e^{-r^2} - h$ (рис. 2а), где $h > 0$, $f(r) \geq 0$.

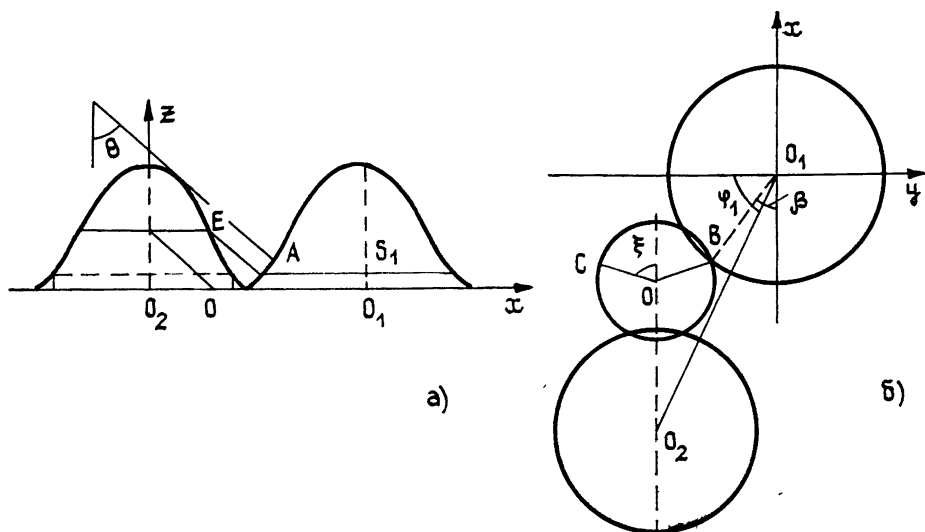


Рис. 2.

Введем азимутальный угол β , отсчитываемый от направления наблюдения. Тогда точку поверхности вращения можно задать в виде $f(\beta, r)$. Угол затенения ξ определим как угол, дополняющий β до π на границе свет — тень. Из геометрических соображений получим

$$\cos \xi = \operatorname{ctg} \theta \operatorname{ctg} \varphi, \quad (1)$$

где φ — локальная крутизна в точке неровности, $\operatorname{tg} \varphi = |f'(r)|$, θ — угол наблюдения (угол между направлением наблюдения и нормалью к плоскости оснований).

Последующий анализ применим к осесимметричным неровностям произвольной формы, однако для наглядности среди них выделим класс, когда, кроме как в области самозатенений, неровности сами себя не затевают. К таким поверхностям не относится, например, «грибок», опрокинутый шляпкой вниз, когда часть поверхности основания оказывается затененной «ножкой», но не самозатеняется (угол между внешней нормалью и направлением наблюдения меньше $\pi/2$).

Из геометрических соображений следует, что при этом на образующую поверхности вращения накладывается следующее ограничение:

$$f''(r) \leq \frac{1}{r} (\operatorname{tg}^2 \theta (f'(r))^2 - 1) |f'(r)|, \quad (2)$$

где $\xi < \pi/2$.

Анализ соотношения (2) показал, что данное ограничение является довольно слабым, особенно при скользящих углах наблюдения, когда и начинают существенно сказываться затенения. Точка A затеняемой поверхности задается координатами r_2 , β . Диаметр основания поверхности вращения $2R_0$ (рис. 2). При фиксированном положении неровностей ряда 1 равновероятным считаем любое положение центров оснований неровностей ряда 2 на оси x при условии, что основания неровностей касаются.

Из рис. 2 следует очевидное равенство

$$[f(r) - f(r_2)] \operatorname{tg} \theta + r \cos \xi + r_2 \cos \beta = R, \quad (3)$$

где r относится к затеняющей поверхности, R — расстояние между рядами. Функция затенения $D(\beta, r_2)$ определяется соотношением

$$D(\beta, r_2) = r \sin \xi / R_0. \quad (4)$$

Например, для гауссовой поверхности с $f(r) = C_0 \exp(-r^2/2) - h$, $h > 0$, из (3) получим

$$r = \sqrt{2 \ln \frac{2 C_0 \operatorname{tg} \theta}{(k + \sqrt{k^2 - 4})}},$$

где $k = C_0 \exp(-r^2/2) \operatorname{tg} \theta - r_2 \cos \beta + R$, $0 \leq \theta < \pi/2$, $f'(r) \neq 0$ при r , соответствующих области затенения (при невыполнении последних условий соответствующее уравнение несложно получить из геометрических соображений). Если (3) не имеет решения, то $D(\beta, r_2) = 0$.

При расположении оснований неровностей по типу рис. 3 необходимо учесть, что при повороте на $\pi/3$ вокруг точки O_1 затеняемой неровности возвращаемся к исходной структуре. Пусть A — точка затеняемой поверхности. При выполнении (2) справедливо векторное равенство (рис. 2)

$$OB + BO_1 + OO_2 = O_2O_1. \quad (5)$$

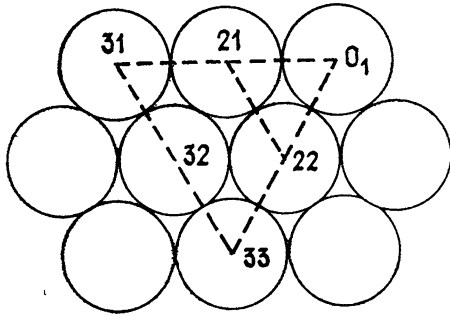


Рис. 3.

Записав (5) в координатной форме и проведя соответствующие преобразования, находим значение r , а через него углы φ_1 и φ_2 , определяющие положение центра неровности O_2 в моменты совпадения соответственно точек B и C с затеняемой точкой (рис. 2).

Если уравнение относительно r имеет решение, то

$$D(\beta, r_2) = \begin{cases} 3(\varphi_2 - \varphi_1)/\pi & \text{при } \beta < \xi_3(r_2) \\ 1 & \text{при } \beta \geq \xi_3(r_2) \end{cases}.$$

Здесь

$$\xi_3(r_2) = \arccos \frac{\operatorname{ctg} \theta}{|f'(r_2)|}, \quad \varphi_2 = \arccos \left(\frac{r_2 \sin \beta + r \sqrt{1 - \operatorname{ctg}^2 \theta (f'(r))^2}}{2R_0} \right),$$

$$\varphi_1 = \arccos \left(\frac{r \sqrt{1 - \operatorname{ctg}^2 \theta (f'(r))^2} - r_2 \sin \beta}{2R_0} \right).$$

Заметим, что уравнения для нахождения r либо не имеют решений (тогда $D(\beta, r_2) = 0$), либо имеют одно решение при ограничении $0 \leq r < r_2$, что следует из (5) и эквивалентности преобразований соответствующих систем.

Проведем обобщение на случай, когда точка A может затеняться не только соседней, но и более удаленными неровностями. Обратимся к рис. 1. Обозначим вероятности затенения точки A отдельно неровностями первого и второго рядов соответственно D_1' и D_2' . Тогда вероятность затенения D_2 , обусловленная неровностями обоих рядов, равна

$$D_2 = (1 - D_1') D_2' + D_1' \quad (6)$$

По аналогии функция затенения с учетом N рядов определяется соотношением

$$D_N = (1 - D_{N-1}') D_N' + D_{N-1}' \quad (7)$$

Максимальное значение N находится из геометрических соображений и равно

$$N_{\max} = \left[\frac{f(0) \operatorname{tg} \theta}{2R_0} + \frac{1}{2} \right] + 1,$$

где квадратные скобки означают целую часть.

Для моделей, основания которых расположены, как показано на рис. 3, функцию затенения можно найти аналогично. Следует лишь учесть, что при повороте всей структуры на угол 60° вероятность затенения третьим, четвертым и т. д. рядами определяется неровностями всего ряда, кроме последней. Для ряда 3, например, следует учесть затенение какой-либо точки поверхности O_1 неровностями 31, 32 (рис. 3). Таким образом,

$$D_N' = 3\pi^{-1} \sum_{n=1}^{N-1} \Delta\varphi_{Nn},$$

где $\Delta\varphi_{Nn}$ — угол, на который следует повернуть Nn -ю неровность вокруг точки O_1 , чтобы точка последней поверхности прошла всю область затенения. При известном значении D_N' суммарная вероятность затенения определяется рекуррентными соотношениями (6), (7). Максимальное значение N находится из выражения

$$N_{\max} = \left[\frac{f(0) \operatorname{tg} \theta + R_0}{\sqrt{3} R_0} \right] + 1.$$

Используя найденную выше функцию затенения, можно определить как коэффициент отражения, так и излучательную способность неровной поверхности. Например, излучательные способности на вертикальной и горизонтальной поляризациях некоторой поверхности, точки которой задаются параметрами r и β , определяются выражениями

$$\kappa_{\text{в}0} = \frac{\int_S \left\{ \kappa_{\text{в}}(\alpha) \left[1 - \left(\frac{\sin \varphi \sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 \right] + \kappa_{\text{г}}(\alpha) \left(\frac{\sin \varphi \sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 \right\} (1 - D(\beta, r)) \cos \alpha dS}{\int_S (1 - D(\beta, r)) \cos \alpha dS}; \quad (8)$$

$$\kappa_{\text{г}0} = \frac{\int_S \left\{ \kappa_{\text{в}}(\alpha) \left(\frac{\sin \varphi \sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 + \kappa_{\text{г}}(\alpha) \left[1 - \left(\frac{\sin \varphi \sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2 \right] \right\} (1 - D(\beta, r)) \cos \alpha dS}{\int_S (1 - D(\beta, r)) \cos \alpha dS}, \quad (9)$$

где α — угол визирования, т. е. угол между направлением наблюдения и нормалью к поверхности, $\kappa_{\text{в}}(\alpha)$ и $\kappa_{\text{г}}(\alpha)$ — излучательные способности элементарных (с точки зрения применимости метода Кирхгофа) участков соответственно для вертикальной и горизонтальной поляризаций, φ — локальная крутизна, $D(\beta, r)$ — функция затенения. При выводе соотношений (8), (9) использованы результаты работы [3].

Отметим, что κ_v и κ_r — не обязательно излучательные способности локально гладкой поверхности, когда для их оценки можно воспользоваться формулами Френеля. Это могут быть соответствующие излучательные способности в среднем плоских участков с мелкоструктурными неровностями, неоднородностью электрофизических параметров по глубине и т. д. — во всех этих случаях существенным является возможность выделить в среднем плоский участок, размеры которого достаточно велики по сравнению с длиной волны, и гладкость средней поверхности, что дает возможность не учитывать краевые эффекты при рассмотрении такой совокупности элементарных площадок [4]. Последняя для предложенного подхода есть детерминированная неровность, и, таким образом, предлагаемый подход включает в себя часто используемое представление неровной поверхности в виде совокупности facets, но, в отличие от него, содержит более подробную информацию о поверхности, в частности, позволяет оценить радиус корреляции высот точек поверхности, что существенно при геофизических, геоморфологических исследованиях (для последних, например, эта величина тесно связана с горизонтальной и вертикальной расчлененностью рельефа [5]).

Таким образом, при помощи предлагаемых моделей можно получить адекватное реальным земным покровам описание Π , кроме того, одновременно учесть затенение части поверхности, существенное при исследовании гористых и горных районов радиофизическими методами.

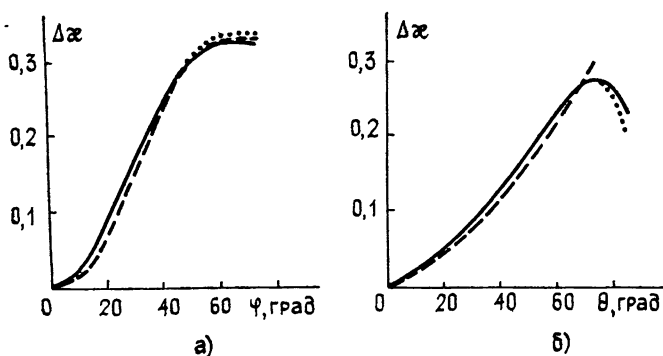


Рис. 4

В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены зависимости разности излучательных способностей поверхности с гауссовыми гладкими неровностями при наличии затенений и излучательных способностей плоской поверхности при тех же углах наблюдения и диэлектрической проницаемости на соответствующих поляризациях. Рассматривались оба случая расположения оснований конусов — рис. 1, 3. Диэлектрическая проницаемость равна 11. Величины $\Delta\kappa_v = \kappa_{vп} - \kappa_{v,о}$, $\Delta\kappa_r = \kappa_{r,о} - \kappa_{r,п}$, где $\kappa_{vп}$ и $\kappa_{r,п}$ — излучательные способности плоской поверхности. Сплошная линия соответствует вертикальной поляризации при расположении оснований неровностей в ряды, точки — то же при расположении по типу рис. 3, пунктир — горизонтальная поляризация для обоих случаев. Угол наблюдения 60° , крутизна 40° .

Из рисунков видно, что оба типа моделей имеют почти одинаковые излучательные характеристики. Объясняется это тем, что отличие излучательных характеристик рассматриваемых моделей связано с разными значениями функций затенения для одних и тех же значений β , γ и с различной площадью плоских участков. Значения функций затенения наиболее сильно отличаются для боковых (относительно направления наблюдения) поверхностей неровностей, но, поскольку их

вклад пропорционален $\cos \alpha$, а значение α для этих участков велико, влияние этого фактора в целом незначительно. Наличие плоских участков между неровностями слабо сказывается в силу их малой площади, и, к тому же, при появлении затенений затеняются и плоские участки, в связи с чем их влияние еще больше уменьшается.

Рассмотрим более сложные модели поверхности. Считаем, что поверхность получается из ранее рассмотренной путем введения вероятностного распределения некоторого параметра. Например, для модели гауссовой поверхности вращения можно задать соответственно распределения радиусов оснований и величины C_0

Такой подход в совокупности с разнообразием форм поверхностей вращения позволяет построить модель, достаточно точно соответствующую земному покрову. При этом следует помнить о сохранении электродинамической корректности моделей. Так, например, в окрестности вершины конической поверхности условия применимости метода Кирхгофа не выполняются, а сама точка, как известно из теории рассеяния, является источником сферических волн. В этом случае точность метода порядка отношения площадей, в пределах которых не выполняются и выполняются условия применимости метода Кирхгофа (т. е. главным образом определяется соотношением длины волны и линейного размера крупномасштабных неровностей)

Пусть имеется модель поверхности, параметр φ_0 неровностей которой распределен по некоторому закону. Плотность вероятности обозначим $\omega(\varphi_0)$. Определение функции затенения и вычисление излучательной способности в этом случае сводится к следующей процедуре. Фиксируется параметр φ_0 затеняемой поверхности, а тот же параметр соседней неровности (обозначим его через φ_1) меняется во всем диапазоне изменения. Функция затенения будет зависеть от четырех параметров: $D = D(\beta, r, \varphi_0, \varphi_1)$. Таким образом, нахождение излучательной способности сводится к дополнительному интегрированию по переменным φ_1, φ_0 :

$$x = \frac{\int_{\varphi_0} \int_{\varphi_1} \int_S \kappa(\beta, r) (1 - D(\beta, r, \varphi_1, \varphi_0)) \cos \alpha \omega(\varphi_0) \omega_S(\varphi_1 | \varphi_0) dS d\varphi_1 d\varphi_0}{\int_{\varphi_0} \int_{\varphi_1} \int_S \cos \alpha (1 - D(\beta, r, \varphi_1, \varphi_0)) \omega(\varphi_0) \omega_S(\varphi_1 | \varphi_0) dS d\varphi_1 d\varphi_0}, \quad (10)$$

где κ — соответствующая излучательная способность; условие нормировки соблюдено: $\int_{-\infty}^{\infty} \omega(\varphi_0) d\varphi_0 = 1$.

Из выражения (10) видно, что интегрирование по φ_1 задевает только функцию затенения, поэтому ее целесообразно найти отдельно, а затем провести интегрирование по параметру φ_0 .

Для краткости опустим параметры β, r , определяющие положение точки на затененной поверхности. Тогда

$$D_2(\varphi_0) = \int_{\varphi_2} \int_{\varphi_1} \{(1 - D'_1(\varphi_0, \varphi_1)) D'_2(\varphi_0, \varphi_2) + D'_1(\varphi_0, \varphi_1)\} \times \\ \times \omega(\varphi_1 | \varphi_0) \omega(\varphi_2 | \varphi_0) d\varphi_1 d\varphi_2. \quad (11)$$

В выражении (11) учитывается, что последующие значения параметров могут зависеть от предыдущих. Интегрируя (11) с учетом свойств условной плотности вероятности, получим

$$D_2(\varphi_0) = (1 - D'_1(\varphi_0)) D'_2(\varphi_0) + D'_1(\varphi_0), \quad (12)$$

где

$$D_1'(\varphi_0) = \int_{\varphi_1} D_1'(\varphi_0, \varphi_1) \omega(\varphi_1|\varphi_0) d\varphi_1, \quad D_2'(\varphi_0) = \int_{\varphi_2} D_2'(\varphi_0, \varphi_2) \omega(\varphi_2|\varphi_0) d\varphi_2.$$

Обобщение на случай N неровностей дает

$$D_N(\varphi_0) = (1 - D_{N-1}(\varphi_0)) D_N'(\varphi_0) + D_{N-1}'(\varphi_0),$$

где

$$D_N'(\varphi_0) = \int D_N'(\varphi_0, \varphi_N) \omega(\varphi_N|\varphi_0) d\varphi_N. \quad (13)$$

Приведенные соотношения непосредственно применимы к случаю расположения оснований неровностей, как на рис. 1. Если основания расположены в соответствии с рис. 3, то

$$D_N' = \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^N \left[\int D_{Nn}'(\varphi_0, \varphi_{Nn}) \omega(\varphi_{Nn}|\varphi_0) d\varphi_{Nn} \right],$$

где предполагается статистическая независимость параметров φ_{Nn} неровностей, стоящих в одном ряду. Если это неверно, то вместо функции $\omega(\varphi_{Nn}|\varphi_0)$ используется соответствующая условная плотность вероятности, и интегрирование производится по всем параметрам (кроме φ_0), от которых зависит эта плотность вероятности.

Выше использовался один параметр φ_0 . Легко заметить, что соотношения (10) — (13) справедливы для случая нескольких параметров, если вместо интегрирования по переменным $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots$ подразумевать интегрирование по соответствующему пространству параметров.

Окончательно выражение для излучательной способности (например при вертикальной поляризации) примет вид

$$x_{\text{в } 0} = \frac{\int_{\varphi_0} \int_S \{x_{\text{в}}(\varphi, \beta, \alpha)\} \omega(\varphi_0) (1 - D(\beta, r, \varphi_0)) \cos \alpha dS d\varphi_0}{\int_{\varphi_0} \int_S \omega(\varphi_0) (1 - D(\beta, r, \varphi_0)) \cos \alpha dS d\varphi_0}. \quad (14)$$

Выше рассматривались неровности, моделируемые поверхностями вращения. Следует отметить, что последнее обстоятельство не является существенным при расположении оснований неровностей в ряды, как на рис. 1, и принципиально тем же методом можно найти функцию затенения поверхности с неровностями более общего вида. Условие, аналогичное (2), находится из тех же соображений, но теперь в нем будут фигурировать две переменные.

Рассмотрим более общий случай статистически неровной поверхности, форма неровностей которой задается произвольной функцией $f(\beta, r|\varphi_0)$, где φ_0 — вектор параметров. Положение опорных точек неровностей, с которыми можно связать систему координат β, r , задается плотностью вероятности $\omega(B, R)$. Здесь B, R определяют положение опорных точек в системе координат рассматриваемой неровности.

Функция $f(\beta, r|\varphi_0)$ задана таким образом, что неопределенных участков в пределах облучаемой поверхности не остается. Взаимное положение неровностей характеризуется условной плотностью вероятности $\omega_y(\varphi_1|\varphi_0, B, R)$, где вектор параметров φ_0 относится к затеняемой поверхности.

Для заданного направления наблюдения вероятность затенения точки с координатами $\{\beta, r, f(\beta, r|\varphi_0)\}$ кольцевым элементом поверхности определяется соотношением

$$dD(\beta, r, R) = (1 - D(\beta, r, R)) \left(\int_{\varphi_1} \int_B D(\varphi_1, \varphi_0, B, R) \omega(B, R) \times \right. \\ \left. \times \omega_y(\varphi_1 | \varphi_0, B, R) dB d\varphi_1 \right) dR. \quad (15)$$

Нетрудно заметить, что при расположении центров оснований неровностей по типу рис. 1, 3 от выражения (15) можно перейти к соотношениям (12), (13).

Решая (15) относительно $D(\beta, r)$, окончательно получим

$$D(\beta, r) = 1 - \exp \left(- \int_0^\infty \int_{\varphi_1} \int_B D(\varphi_1, \varphi_0, B, R') \omega(B, R') \times \right. \\ \left. \times \omega_y(\varphi_1 | \varphi_0, B, R) dB d\varphi_1 dR' \right).$$

Величина $D(\varphi_1, \varphi_0, B, R')$ вычисляется непосредственно, так как положение и форма неровностей в этом случае фиксированы. В отсутствие дифракционных эффектов эта величина принимает значения 0 и 1 соответственно для случаев пересечения с соседними неровностями и его отсутствия прямой, проходящей через рассматриваемую точку параллельно направлению наблюдения. Последующее усреднение по вектору φ_0 должно происходить с учетом отражательных или излучательных свойств поверхности аналогично соотношению (14).

Из выражения (15) видно, что описание неровностей функцией $f(\beta, r | \varphi_0)$ не является единственно возможным. Предложенный подход позволяет задать статистически неровную поверхность в виде совокупностей неровностей, описываемых множеством различных функций, при этом должны быть известны те же вероятностные характеристики, что и для параметрического задания совокупности однотипных неровностей.

Последнее замечание относится к условию (2). Если оно не выполняется, то для точек затеняемой неровности, в которых $\cos \alpha > 0$, дополнительно учитывается возможность затенения точками той же неровности, при этом $D(\beta, r) = 0$, если $r \sin B > (CB/2)$ (рис. 2), и $D(\beta, r) = 1$ — в противном случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику — М: Наука, 1978. — 463 с.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М: Наука, 1972. — 424 с.
3. Власов А. А., Шестопапов Ю. К., Егорова Е. С. — Вопросы радиоэлектроники, 1982, вып. 2, с. 16.
4. Шмелев А. Б. — УФН, 1972, 106, вып. 3, с. 459.
5. Леонтьев О. К., Рычагов Г. И. Общая геоморфология. — М: Высшая школа, 1979 — 287 с.

Омский институт инженеров
железнодорожного транспорта

Поступила в редакцию
15 июня 1984 г.

THE POLARIZATION PROPERTIES OF RADIOTHERMAL EMISSION OF ROUGH SURFACES WITH STEEP HIGH-LARGE STRUCTURES.

I. DETERMINED ROUGHNESSES

Yu. K. Shestopalov

The method of finding of the shadow function of rough surfaces in model approach is proposed, and the polarization properties of radiothermal emission of such surfaces are investigated with the help of the proposed method.