

УДК 537.86/87

## О ХАОТИЗАЦИИ АВТОКОЛЕБАНИЙ СОБСТВЕННЫМИ ШУМАМИ СИСТЕМЫ

*А. Б. Езерский, С. В. Кияшко, В. П. Реутов*

Определена связь эффекта аномально сильной хаотизации периодических автоколебаний собственными шумами системы со свойствами ее динамической модели. В качестве примера рассмотрена задача о возникновении стохастичности в двухконтурном генераторе радиодиапазона, демонстрирующем в отсутствие шума простое поведение. Приводятся результаты экспериментального исследования случайных колебаний в этом генераторе.

Как известно, флюктуации амплитуды и частоты автоколебаний, обусловленные собственными (естественными и техническими) шумами реальной системы, в большинстве случаев чрезвычайно малы [1, 2]. Некоторое возрастание флюктуаций может быть связано с пороговыми явлениями, например с близостью параметров системы к порогу мягкого возбуждения автоколебаний [1, 2]. Возможность существенной хаотизации движения собственными шумами системы была продемонстрирована в работе [3], посвященной исследованию динамики твердотельного лазера. Интерес к подобным явлениям возрастает в связи с бурным развитием в последние годы исследований стохастических автоколебаний в динамических системах [4, 5, 10].

В данной работе рассмотрен вопрос о связи явления аномально сильной шумовой хаотизации периодических автоколебаний со свойствами системы в фазовом пространстве. Теоретически и экспериментально исследуется возникновение стохастичности в двухконтурном генераторе радиодиапазона, содержащем в качестве активного элемента туннельный диод (ТД).

1. Для описания движения системы в присутствии слабого шума воспользуемся уравнениями вида

$$dx_i/dt = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_i(t), \quad (1)$$

где  $i=1 \div n$ ,  $f_i$  — нелинейные функции переменных  $x_i$ ,  $F_i$  — малые «внешние» силы. Пусть в фазовом пространстве автономной ( $F_i \equiv 0$ ) системы имеется орбитно устойчивый предельный цикл. Понятие орбитной устойчивости обычно иллюстрируется фазовыми портретами с монотонным приближением фазовых траекторий к предельному циклу [6]. Однако нетрудно видеть, что фазовые траектории могут стремиться к предельному циклу немонотонно, например, периодически удаляясь от него, как показано на рис. 1. В случае достаточно быстрого ухода траекторий от предельного цикла можно говорить о локальной неустойчивости периодического движения, соответствующего этому предельному циклу. Наиболее интересен случай сильной локальной неустойчивости, когда велико отношение инкремента нарастания отклонений к частоте периодического движения. В этом случае присутствие в системе даже слабых собственных шумов (которые описываются случай-

ными силами  $F_i$ ) может привести к аномально большим случайным отклонениям от периодического режима. Поскольку шумовое воздействие, приводящее к большим отклонениям, локализовано в малых областях сильного сжатия фазового объема, влияние шума сводится к случайному выбору фазовых траекторий для очередного обхода вокруг предельного цикла. Следует отметить, что локальная неустойчивость периодического движения связана с наличием в окрестности устойчивого предельного цикла областей с сильной неустойчивостью (интенсивным «разбеганием») фазовых траекторий, подобной неустойчивости, которая приводит к возникновению в фазовом пространстве автономных систем областей сложной динамики типа странного аттрактора [4, 5]. Поэтому можно говорить о родственной связи эффекта аномально сильной шумовой хаотизации с «динамической стохастичностью». Эта связь находит отражение и в характере случайных колебаний, возникающих под действием шума. Далее будет показано, что центральные моменты такой случайной величины, как время обхода вокруг предельного цикла, могут определяться только параметрами автономной системы.

Задача обнаружения локальной неустойчивости сводится к исследованию решений системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для малых отклонений от периодического движения. Если «априори» предположить существование указанного выше большого параметра, локальный инкремент нарастания отклонений можно искать в квазистатическом приближении (пренебрегая скоростью изменения коэффициентов). В простом частном случае, когда предельный цикл находится на плоскости  $x_m = 0$ , являющейся интегральной поверхностью, локальная неустойчивость по направлению  $x_m$  описывается уравнением первого порядка. Именно такой оказывается динамическая модель двухконтурного генератора электромагнитных колебаний, рассматриваемая далее.

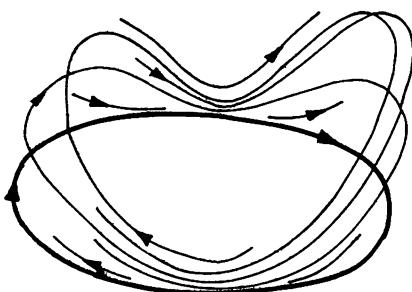


Рис. 1.

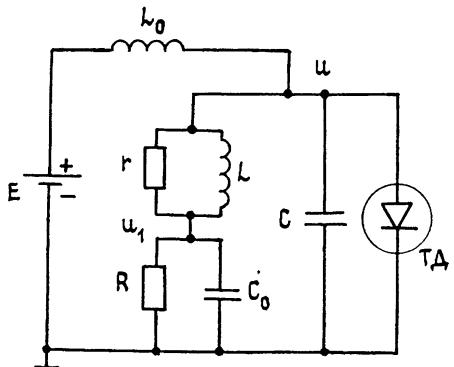


Рис. 2.

2. Принципиальная схема генератора показана на рис. 2. Будем предполагать, что в отсутствие ТД потери в системе определяются искусственно введенными сопротивлениями  $r$  и  $R$ . Отношение индуктивностей  $L_0$  и  $L$  выбирается большим ( $L_0/L \gg 1$ ), что соответствует существенно различающимся частотам собственных колебаний в связанных контурах. Пренебрегая потерями, можно записать выражения для собственных частот в виде

$$\Omega = 1/\sqrt{L_0(C+C_0)}, \quad \omega = 1/\sqrt{LC_p} \quad (\Omega/\omega \ll 1),$$

где  $C_p = CC_0/(C+C_0)$ . Благодаря нелинейности вольт-амперной характеристики (ВАХ) ТД в системе возникает несинхронное (энергетическое

кое) взаимодействие низкочастотных (НЧ) и высокочастотных (ВЧ) колебаний. При этом, поскольку шунтирующее влияние проводимости ТД на емкость  $C$  быстро уменьшается с ростом частоты, легко реализуется рассматриваемое далее взаимодействие релаксационных НЧ-колебаний и квазигармонических ВЧ-колебаний.

Определяя  $u$  и  $u_1$  как отклонения напряжений от статических значений (см. рис. 2), можно записать для них уравнения вида

$$\begin{aligned} LC_0 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + L \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) \frac{du_1}{dt} + u_1 &= u + \frac{L}{r} \frac{du}{dt}, \\ L_0 C \frac{d^2 u}{dt^2} + u + L_0 C_0 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + \frac{L_0}{R} \frac{du_1}{dt} + L_0 \frac{dJ}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $J = J(u)$  — ВАХ ТД. Для качественного исследования динамики генератора воспользуемся аппроксимацией ВАХ полиномом третьей степени [7]:  $J = \sigma u - \beta u^2 + \gamma u^3$ , где  $\sigma$  — дифференциальная проводимость ТД в рабочей точке,  $\beta, \gamma > 0$ . В случае квазигармонических ВЧ-колебаний напряжение  $u$  представляется в виде

$$u \approx U(t) + \frac{1}{2} [a(t) e^{i\omega t} + \text{к.с.}],$$

где  $a$  — медленно меняющаяся (по сравнению с  $e^{i\omega t}$ ) комплексная амплитуда ВЧ-колебаний,  $U$  — медленно меняющееся среднее (по периоду ВЧ-колебаний) напряжение на ТД. Уравнение для  $U$  получается путем прямого усреднения (2) по быстрым осцилляциям\*. Предполагая нелинейные и диссипативные члены в (2) малыми, можно описать эволюцию  $a(t)$  в рамках стандартных методов усреднения для гармонических колебаний [5].

Минимальное значение дифференциальной проводимости ТД  $\sigma_0$  достигается при напряжении  $u_* = \beta/3\gamma$ , причем  $\sigma_* = \sigma - \sigma_0 = \beta^2/3\gamma$ . Предполагая, что  $\sigma \neq \sigma_0$ , введем релаксационную частоту  $\Omega_* = 1/L_0\sigma_*$  и нормированные переменные  $U_N = U/u_*$ ,  $a_N = a/u_*$ ,  $t_N = \Omega_* t$ . Используя принятые обозначения и опуская индекс  $N$ , можно представить усредненные уравнения в виде

$$\epsilon \frac{dI}{dt} = - \left( \xi_1 - 2U + U^2 + \frac{1}{4} I \right) I; \quad (3a)$$

$$\mu \frac{dU}{dt} = Z - \left[ \xi_2 U - U^2 + \frac{1}{3} U^3 + \frac{1}{2} I (U - 1) \right]; \quad (3b)$$

$$\frac{dZ}{dt} = - U, \quad (3c)$$

где  $I = |a_N|^2$ ,  $\mu = \Omega_*^2/\Omega^2$ ,  $\epsilon = \mu(C/C_0)$ ,  $\xi_1 = \left( \sigma + 2\sqrt{\frac{C^2}{C_p}} \right) \sigma_*^{-1}$ ,  $\xi_2 = \left( \sigma + \frac{1}{R} \right) \sigma_*^{-1}$  ( $\nu = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{RC_0} \frac{C_p}{C_0} + \frac{1}{C_p r} \right)$  — декремент затухания ВЧ-колебаний в отсутствие ТД). Из (3a) видно, что изменение интенсивности ВЧ-колебаний  $I$  определяется дифференциальной проводимостью ТД и поле НЧ-смещения и их самовоздействием на кубичной нелинейности ВАХ

\* Различием средних значений  $u$  и  $u_1$  можно пренебречь.

Динамика среднего смещения  $U$  зависит от тока детектирования ВЧ-составляющей напряжения на квадратичной нелинейности (см. (3б) и (3в)). Случай релаксационных НЧ-колебаний реализуется при  $\mu \ll 1$ . Будем считать также малым параметр  $\epsilon$ , что соответствует большому усилению (затуханию) ВЧ-колебаний за характерное время низкочастотных движений  $t \sim 1$ .

3. Для исследования динамики автономной системы (3) при  $\epsilon, \mu \ll 1$  воспользуемся теорией разрывных колебаний [6, 7]. В фазовом пространстве системы (3) имеется интегральная поверхность  $I=0$ , соответствующая чисто низкочастотным движениям. На этой поверхности система (3) вырождается в систему второго порядка, описывающую динамику одноконтурного генератора (см. схему на рис. 2 при  $L=0$  и п.2.11 в [7]). При  $\xi_2 < 0$  на плоскости  $I=0$  имеется предельный цикл релаксационных НЧ-колебаний (рис. 3), который состоит из двух отрезков  $M'_2 M_1$  и  $M'_1 M_2$  линии медленных движений  $Z_M(U) = \xi_2 U - U^2 + \frac{1}{3} U^3$

и двух отрезков прямых быстрых движений  $M_1 M'_1$  и  $M_2 M'_2$ . Фазовые траектории, лежащие в плоскости  $I=0$ , быстро приближаются к этому предельному циклу. Для исследования устойчивости движения по  $I$ -направлению можно использовать линеаризованное (по отношению к отклонениям от предельного цикла) уравнение (3а):  $dI/dt = 2\alpha(t)I$ , где  $\alpha = -(\xi_1 - 2U + U^2)/2\epsilon$  — локальный инкремент нарастания амплитуды ВЧ-колебаний,  $A = I^{1/2}$ . Сильной локальной неустойчивости периодического движения соответствует случай, когда две точки потери устойчивости по  $I$ -направлению, имеющие координаты  $U_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - \xi_1}$ ,  $Z_{1,2} = Z_M(U_{1,2})$ , лежат на участках возрастания  $Z_M(U)$  (см. точки  $D$  и  $D'$  на

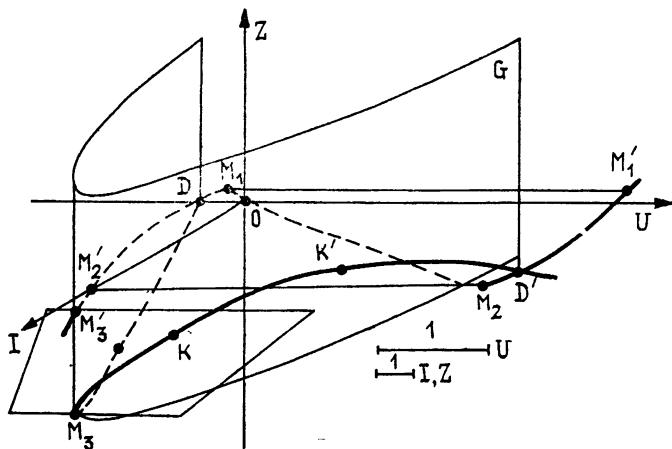


Рис. 3.

рис. 3). При этом в области  $U_2 < U < U_1$  имеет место усиление ВЧ-колебаний ( $\alpha > 0$ ), которое на отрезках  $DM_1$  и  $D'M_2$  может достигать очень больших значений, поскольку  $\alpha \sim 1/\epsilon \gg 1$ . При  $\xi_2 < 0$  условие существования участков большого усиления возмущений  $DM_1$  и  $D'M_2$  сводится к неравенству  $\xi_1 < \xi_2$ . Как показано в п.4, учет шумового воздействия равносителен заданию «затравочной» амплитуды ВЧ-колебаний в точках потери устойчивости по  $I$ -направлению  $D$  и  $D'$ .

Для описания развития локальной неустойчивости система (3) интегрировалась численно при  $\mu = 0,15$ ,  $\epsilon = 0,075$ ,  $\xi_1 = -1$ ,  $\xi_2 = -0,3$  и малых значениях амплитуды шумовой затравки  $A_0$ , заданной в точке  $D$ . Интегрирование производилось до момента возвращения изобра-

жающей точкой в малую окрестность точки  $D$ . На рис. 4 показана по следовательность из двух реализаций для амплитуды ВЧ-колебаний  $A(t)$  (пунктиром показано поведение локального инкремента  $\alpha$ ). Первая реализация получена при  $A_0=5,5 \cdot 10^{-4}$ , вторая — при  $A_0=3 \cdot 10^{-3}$ , началу второй реализации соответствует  $t=5,25$ . Коэффициенты затухания амплитуды  $A$  для этих реализаций соответственно равны  $4 \cdot 10^{13}$  и  $10^{11}$ , что говорит о большом запасе устойчивости предельного цикла в целом. Однако, благодаря локальной неустойчивости движения и присутствию шумовой затравки, генерируются интенсивные «вспышки» ВЧ-колебаний. В расчетах было обнаружено два вида ВЧ-импульсов. При значениях затравки, меньших порогового ( $A_0 < A_{0*} \approx 6 \cdot 10^{-4}$ ), возникали импульсы, амплитуда которых быстро убывала с уменьшением  $A_0$  (в качестве примера таких импульсов см. первую реализацию на рис. 4\*). При  $A_0 > A_{0*}$  возникали существенно более длинные и мощные импульсы, амплитуда и длительность которых практически не зависели от  $A_0$  (см. вторую реализацию на рис. 4). Появление этих импульсов связано, очевидно, с нелинейным насыщением локальной неустойчивости.

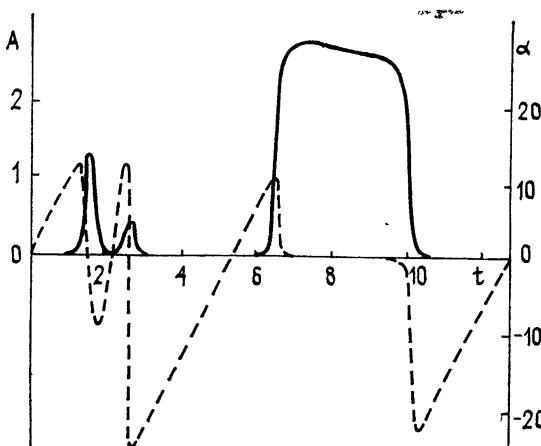


Рис. 4.

Для объяснения результатов численного счета рассмотрим быстрые и медленные движения в фазовом пространстве системы (3). Вспомогательные построения показаны на рис. 3. При пересечении цилиндрической поверхности  $G$ , на которой  $dI/dt=0$ , с поверхностью  $dU/dt=0$  получается пространственная кривая медленных движений  $DPM_3KK'D'$ . В точке  $P$  на ней находится ненулевое состояние равновесия  $I=-4\xi_1$ ,  $Z=2\xi_2$ ,  $U=0$ , соответствующее стационарной генерации ВЧ-колебаний. При очень малых  $A_0$  срыв медленного движения вдоль отрезка  $DM_1$  происходит вблизи точки  $M_1$ . В точках  $M_1$ ,  $M'_1$ ,  $K$ ,  $K'$  на плоскости  $Z=\text{const}=Z(M_1)$  находятся состояния равновесия по быстрым движениям. Можно показать, что в точке  $K'$  находится седло, сепаратриса которого попадает в точку  $M_1$ . Когда  $A_0 < A_{0*}$ , фазовая траектория, выходящая из малой окрестности точки  $D$ , попадает в область притяжения точки  $M'_1$ . Далее она проходит вдоль отрезка  $M'_1D'M_2$ , по плоскости  $Z=Z(M_2)$  и вдоль отрезка  $M_2D$ . Таким образом,

\* При нес слишком малых  $\varepsilon$  и  $\mu$  изображающая точка подходит к линии  $Z_M(U)$  заметно ниже точки  $M'_1$  (см. рис. 3). Поэтому переход от точки  $D$  к второй точке потери устойчивости  $D'$  происходит с большим усилением затравки, и на реализации появляется повторный ВЧ-импульс. Отсюда следует также, что система наиболее восприимчива к шуму в первой точке потери устойчивости  $D$ .

фазовая траектория всегда находится вблизи предельного цикла НЧ-колебаний. При  $A_0 > A_{0*}$  после срыва в точке  $M_1$  фазовая траектория оказывается в области притяжения точки  $K$  и в дальнейшем проходит вдоль отрезка  $KM_3$ , по плоскости  $Z = Z(M_3)$  и вдоль отрезка  $M_3D$ . Профиль ВЧ-импульса и его длительность в данном случае определяются движением по отрезку  $KM_3$  пространственной кривой медленных движений. Если  $A_0$  меняется случайным образом, возможна своеобразная перемежаемость двух рассмотренных режимов, когда импульсы одинаковой амплитуды и длительности чередуются с более слабыми импульсами различной амплитуды. Когда распределение  $A_0$  имеет максимум вблизи некоторого среднего значения (см. п 4), наблюдаемая картина будет зависеть от положения этого максимума относительно  $A_{0*}$ . Отыскание точных границ области существования рассмотренных режимов связано с численным решением (3). Однако для проведения выборочных расчетов достаточно иметь в виду, что эта область ограничена упомянутыми выше условиями  $\xi_2 < 0$ ,  $\xi_1 < \xi_2$  и простым условием неустойчивости режима стационарной генерации относительно смещения вдоль кривой медленных движений  $DPM_3$ :  $\lambda = \xi_2 - 2\xi_1 - 4 < 0$ .

При  $\xi_2 > 0$  предельный цикл НЧ-колебаний на плоскости  $I=0$  отсутствует, вместо него будет устойчивое относительно НЧ-возмущений состояние равновесия в начале координат ( $U = Z = I = 0$ ). Если выполняется условие неустойчивости этого равновесного состояния по  $I$ -направлению ( $\xi_1 < 0$ ), возникает быстрое движение в плоскости  $Z = Z(0)$  и при  $\lambda < 0$  в фазовом пространстве (3) возможен трехмерный предельный цикл, соответствующий динамической генерации ВЧ-импульсов. В расчетах был получен предельный цикл, содержащий отрезок пространственной кривой медленных движений. При достаточно больших  $|\lambda|$  ВЧ-импульсы, возникающие в автоколебательном режиме, были близки к показанным во второй реализации на рис. 4. Динамическое значение амплитуды ВЧ-колебаний в точке  $D$  перехода  $\alpha$  через нуль  $A_D$  было очень мало. Например, при  $\mu = 0,15$ ,  $\epsilon = 0,075$ ,  $\xi_1 = -1$ ,  $\xi_2 = 0,2$  расчеты дают  $A_D = 2,5 \cdot 10^{-10}$ . В данном случае локальная неустойчивость периодического движения определяется участком предельного цикла, находящимся в малой окрестности неустойчивого множества  $I=0$ . Сильная стохастизация автоколебаний происходит при значениях шумовой затравки  $A_0$ , превышающих динамическую составляющую  $A_D$ . Возникающее в данном случае движение вполне аналогично названному в [3] «статистическим циклом» системы.

4 Обсудим кратко вопрос о возбуждении ВЧ-колебаний собственными шумами системы. Естественные и технические шумы радиотехнических цепей подробно описаны в [2]. Поскольку в области возбуждения ВЧ-колебания очень малы, они не влияют на образование шума. В заданном поле НЧ-смещения  $U(t)$  все шумы системы сводятся к аддитивным и формально могут быть описаны путем введения в схему генератора сторонних источников напряжения или тока. Тогда, используя стандартные методы, можно получить для комплексной амплитуды слабых ВЧ-колебаний уравнение вида

$$da/dt = \alpha(t)a + F(t), \quad (4)$$

где  $F(t)$  — комплексная случайная функция с нулевым средним (по ансамблю) значением:  $\bar{F} = 0$ . Аналогичное уравнение с линейной зависимостью  $\alpha$  от  $t$  решалось в [3]. При  $\alpha = \text{const} < 0$  (4) переходит в известное уравнение для флуктуаций в томсоновском генераторе [1, 2]. Отметим также, что к подобному уравнению приводит анализ распределенного пространственного возбуждения волн в активной среде с пространственно неоднородным усилением [8, 9].

Пусть в момент  $t=t_0$  происходит переход от затухания к усилению ВЧ-колебаний:  $\alpha(t_0)=0$ ,  $d\alpha/dt|_{t=t_0}=\alpha'_0>0$ . Решая уравнение (4) с нулевым начальным условием в момент  $t=t_1 \rightarrow -\infty$ , можно показать, что возбуждение ВЧ-колебаний шумом локализуется в интервале  $|t-t_0| \leq \Delta t = \sqrt{2/\alpha'_0} \sim \epsilon^{1/2}$ . Учет шума для моментов  $t > t_0 + \Delta t$  сводится к выбору начальной амплитуды в решении автономного ( $F \rightarrow 0$ ) уравнения. Эффективная начальная амплитуда, приведенная к моменту  $t=t_0$ , равна

$$a_e = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha'_0 \tau^2\right) d\tau. \quad (5)$$

Полученное выражение определяет связь затравки  $A_0$ , введенной в п.3, с шумами системы. Ограничимся случаем б-коррелированного шума (время корреляции мало по сравнению с  $\Delta t$ ). Таким практически всегда является естественный шум либо технический шум, спектральная мощность которого слабо меняется в окрестности порядка  $\sim 1/\Delta t$  частоты ВЧ-колебаний  $\omega$ . В этом случае справедливо соотношение вида  $F(t)F^*(t')=B\delta(t-t')$ , где постоянная  $B$  характеризует спектральную мощность шума. Двумерная случайная величина  $(Re a_e, Im a_e)$  распределена по нормальному закону [3]. Соответственно амплитуда возбуждаемых колебаний  $A_e=|a_e|$  подчиняется распределению Рэлея [1], а фаза  $(arg a_e)$  равномерно распределена в интервале  $2\pi$ . Нетрудно получить также выражения для средних величин:  $\bar{A}_e^2 = B\sqrt{\pi/\alpha'_0}$ ,  $\bar{A}_e = (\sqrt{\pi/2})\sqrt{\bar{A}_e^2}$ .

Решение вопроса о статистических свойствах последовательности возбуждаемых ВЧ-импульсов связано с учетом неполного затухания ВЧ-колебаний при обходе изображающей точки вокруг предельного цикла [3]. Однако при большом коэффициенте затухания затравки можно приближенно принять, что ВЧ-импульсы возникают каждый раз только под действием шума, как это предполагалось при выводе (5). Найдем вероятностное распределение для интервалов следования импульсов, имеющих одинаковую форму и амплитуду. Начало каждого импульса будем отсчитывать по уровню амплитуды ВЧ-колебаний  $A_c \ll \max A$ , для которого еще справедливо линейное уравнение (4). Обозначим через  $T_0$  интервал следования при амплитуде затравки  $A_0=(\bar{A}_e^2)^{1/2}$ . Предполагая ширину вероятностного распределения  $P(T)$  малой ( $\delta T \ll T_0 \sim 1$ ), получим

$$P(T) = 2\alpha_c y e^{-y}, \quad y = \exp[-2\alpha_c(T-T_0)], \quad (6)$$

где  $\alpha_c$  — значение  $\alpha$  в момент достижения порогового уровня  $A_c$ , когда интервал следования равен  $T_0$ . Можно показать, что для двух рассмотренных в п.3 режимов генерации импульсов одинаковой формы справедливы выражения  $\alpha_c \approx (\xi_2 - \xi_1)/2\epsilon$  и  $\alpha_c \approx -\xi_1/2\epsilon$ . Определяя ширину  $\delta T$  по уровню 0,5  $\max P$ , получим  $\delta T \approx 1,25/\alpha_c \sim \epsilon$ . Таким образом, девиация интервалов следования импульсов мала по сравнению с  $T_0$ , однако она не зависит от уровня шума и задается параметрами автономной системы.

5. Для проверки выводов теории была реализована модель генератора с параметрами  $L_0=1000 \text{ мкГн}$ ,  $L=4 \text{ мкГн}$ ,  $C=1600 \text{ пФ}$ ,  $C_0=10^4 \text{ пФ}$ . В генераторе использовался туннельный диод с током в максимуме ВАХ порядка 1  $mA$  при напряжении порядка 0,1  $V$ . Соответственно характеристические частоты системы были равны  $\Omega/2\pi \approx 47 \text{ кГц}$ ,  $\omega/2\pi \approx$

$\approx 2,15 \text{ мГц}$ ,  $\Omega_* / 2\pi \approx 16 \text{ кГц}$ . Переменные сопротивления  $r$  и  $R$  имели максимальное значение  $1 \text{ кОм}$  и  $510 \text{ Ом}$  соответственно; внутреннее сопротивление источника напряжения было около  $0,1 \text{ Ом}$ . Напряжение  $u$  подавалось на осциллограф с запоминанием, что позволяло получать отдельные реализации случайного процесса, а также на анализатор спектра. При этом была предусмотрена возможность подавления ВЧ-составляющей колебаний фильтром высоких частот.

Собственные шумы установки в эксперименте трудно поддаются управлению. Ясно, однако, что изменение уровня шума можно имитировать, варьируя усиление ВЧ-колебаний на участках неустойчивости. В экспериментах это достигалось путем изменения величины шунтирующего сопротивления  $r$ . Напряжение источника смещения  $E$  выводилось приблизительно на середину интервала убывания отрицательной дифференциальной проводимости ТД от нуля до минимального значения:  $E \sim 0,12 \text{ В}$ . В первой серии экспериментов подбиралось такое сопротивление  $R$ , чтобы при закороченной индуктивности  $L$  амплитуда релаксационных НЧ-колебаний заметно уменьшалась, но они не исчезали полностью. Осцилограммы ВЧ-составляющей напряжения  $u$ , полученные при  $R \sim 260 \text{ Ом}$  и различных значениях  $r$ , показаны на рис. 5. На рис. 6 приведены осцилограммы полного напряжения. При малых  $r$  была обнаружена генерация случайных «вспышек» ВЧ-колебаний в заданном поле НЧ-смещения (рис. 5а, 6а). При увеличении  $r$  наблюдался переход к осцилограммам с перемежаемостью одинаковых интенсивных импульсов и слабых импульсов, имеющих случайные амплитуды (рис. 5б и 6б). При достаточно больших  $r$  на осцилограммах оставались только одинаковые интенсивные импульсы, следующие со слабой случайной девиацией периода. Форма этих импульсов (рис. 5г) хорошо описывается теорией (см. рис. 4). Разброс интервалов следования импульсов приводит к уширению дискретных лиций в низкочастотной части спектра — см. рис. 7а\*. В области высоких частот наблюдался сплошной спектр, сосредоточенный вблизи частоты  $\omega/2\pi$ . Для объяснения этого факта следует учесть, что даже периодическая последовательность радиоимпульсов, фазы заполнения которых статистически независимы и равномерно распределены, имеет сплошной спектр.

Во второй серии экспериментов была получена хаотизация автоколебаний, которым в фазовом пространстве системы соответствует трехмерный предельный цикл (см. п.3). В этих экспериментах НЧ-колебания, возникающие при закороченной индуктивности  $L$ , «с запасом» подавлялись сопротивлением  $R$ . При превышении  $r$  определенного порогового значения наблюдалась генерация последовательности одинаковых ВЧ-импульсов со случайной девиацией интервалов следования (рис. 5в). Осцилограммы отдельных импульсов были близки к показанной на рис. 5г. Вблизи порога возникновения генерации было обнаружено значительное возрастание девиации интервалов следования, что согласуется с теорией п.4 (в этом случае  $\xi_1 \rightarrow 0$  и  $\delta T \rightarrow \infty$ ). Дальнейшее увеличение  $r$  приводило к сближению импульсов и переходу в режим стационарной генерации ВЧ-колебаний, что согласуется с поведением параметра  $\lambda$  как функции  $r$ . Таким образом, основные режимы генерации случайных колебаний, предсказанные теорией, наблюдались экспериментально.

Из приведенного анализа можно заключить, что связанные с мультиликаторами предельного цикла [5] коэффициенты затухания возмущений за период не всегда дают правильное представление о запасе

\* Анализ влияния слабой случайной девиации интервалов между импульсами на форму спектра сигнала дан в [1].

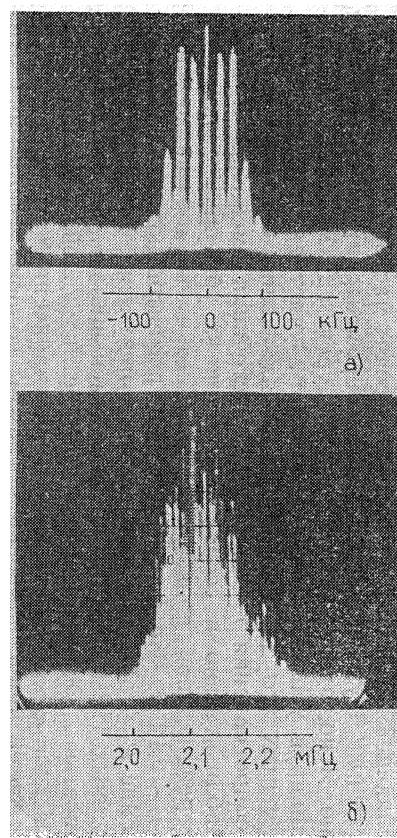
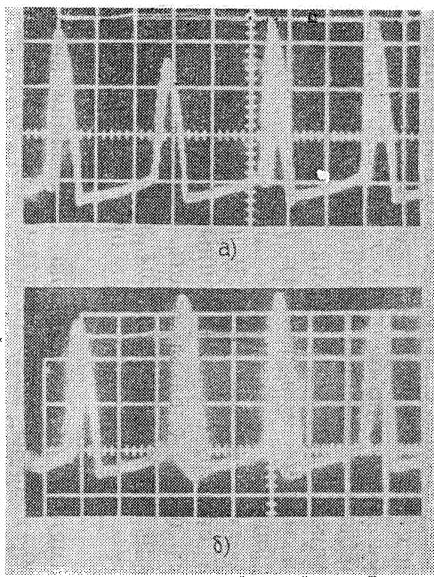
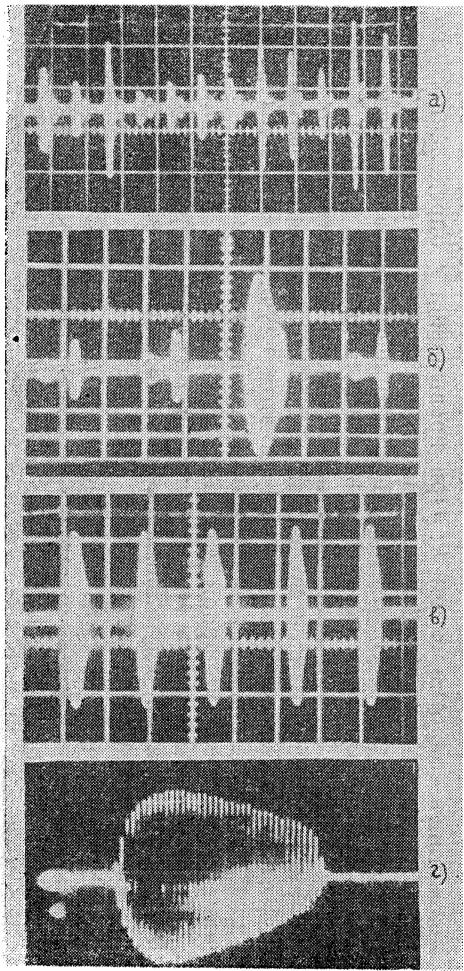


Рис. 5, 6, 7.

устойчивости этого движения. Периодический режим, обладающий большим запасом устойчивости в интегральном смысле, может сильно хаотизоваться собственными шумами системы при наличии участков неустойчивости на орбитно устойчивом предельном цикле, соответствующем этому режиму. Сильная локальная неустойчивость периодического движения связана с присутствием в системе большого параметра, определяющего большое отношение инкремента нарастания отклонений к периоду автоколебаний. При нелинейном насыщении локальной неустойчивости возможно качественное изменение характера случайных колебаний.

Авторы благодарны М. И. Рабиновичу за интерес к работе и полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику Ч I — М: Наука, 1976
- 2 Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М: Наука, 1968
- 3 Беспалов В. И., Гапонов А. В. — Изв. вузов—Радиофизика, 1965, 8, № 1, с. 70
- 4 Рабинович М. И. — УФН, 1978, 125, с. 123
- 5 Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — М: Наука, 1984
- 6 Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний 2-е изд. — М: Физматгиз, 1959
- 7 Сборник задач по теории колебаний /Под ред. Л. В. Постникова и В. И. Короткова. — М: Наука, 1978.
- 8 Завольский Н. А., Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. — Журн. прикладной механики и технической физики, 1983, № 3, с. 79
- 9 Завольский Н. А., Реутов В. П. — Изв. АН СССР, Механика жидк. и газа, 1983, № 3, с. 53
- 10 Кравцов Ю. А., Полянина Г. Д., Эткин В. С. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 3, с. 479

Институт прикладной физики  
АИИ СССР

Поступила в редакцию  
2 декабря 1984 г

#### ON THE SELF-OSCILLATION RANDOMIZING BY THE SYSTEM INHERENT NOISES

A. B. Ezerskij, S. V. Kiyashko, V. P. Reutov

The relation between the effect of the anomalously strong randomizing of periodic self-oscillations, due to the system inherent noises, and the properties of its dynamic model is defined. To illustrate this, the problem is considered on the stochasticity emergence in a RF range two-circuit oscillator, which demonstrates a simple behavior in the absence of noises. The results of experimental study of random oscillations in this oscillator are given.