

УДК 535 14:530.182

## К ТЕОРИИ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ НУТАЦИИ

*В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский*

Рассмотрены особенности самосогласованной оптической нутации — когерентных колебаний поля, поляризации и разности населенностей двухуровневой среды в резонаторе. Обращено внимание на возникновение модуляции частоты поля, меняющей характеристики нутации и существующей наряду с известной модуляцией амплитуды. Этот режим представляет собой биения различающихся по амплитуде электромагнитной и поляритонной «горячих» мод резонатора, заполненного двухуровневой средой. Указано на существование безнутационного самосогласованного состояния неинвертированной среды и поля. Показано, что при наличии диссипации поля процесс оптической нутации переходит в режим сверхпоглощения (необратимого процесса коллективной спонтанной релаксации)

**1. Введение.** Оптическая нутация является когерентным нестационарным процессом медленных колебаний разности населенностей  $\Delta N = N_2 - N_1$  и комплексной амплитуды поляризации  $P$  двухуровневой среды под действием электромагнитного поля в резонаторе. В приближении заданного резонансного монохроматического поля с амплитудой  $E$  и частотой  $\omega = \omega_0$  нутация описывается осцилляторным решением Раби [1-3] с характерной частотой  $\omega_R = d|E|/\hbar$  ( $d$  — дипольный момент двухуровневого оптического перехода на частоте  $\omega_0$ ). При достаточно большой концентрации  $N$  двухуровневых молекул необходимо учитывать обратное влияние среды на поле, т. е. коллективное взаимодействие молекул посредством электромагнитного поля. Последнее оказывается существенным, если кооперативная частота среды  $\omega_c$ , определяемая соотношением

$$\omega_c^2 = 8\pi d^2 \omega_0 (N_1 - N_2) / \hbar, \quad (1.1)$$

по величине больше или порядка частоты Раби  $\omega_R$ , т. е.  $\hbar \omega_0 |\Delta N| \gtrsim |E^2| / 8\pi$ . Такой процесс самосогласованной оптической нутации анализировался в ряде работ [3-7].

В простейшем варианте речь идет о когерентном взаимодействии заполняющей резонатор двухуровневой среды с полем одной «холодной» моды, обладающей резонансной длиной волны  $\lambda = 2\pi c / \sqrt{\omega_0^2 + 1/T_2^2}$ . Оно описывается уравнениями

$$dE/dt + 2\pi\sigma E = 2\pi i \omega_0 P; \quad (1.2)$$

$$dP/dt + P/T_2 = -i(d^2/\hbar) \Delta N E; \quad (1.3)$$

$$d\Delta N/dt = \text{Im}(PE^*)/\hbar, \quad (1.4)$$

известными в теории лазеров (одномодовая модель [8,9]) и в теории сверхизлучения (модель среднего поля [10,11]). В (1.2) — (1.4) учтена некогерентная релаксация поляризации ( $1/T_2$ ) и конечная добротность резонатора  $Q = \omega_0 / 4\pi\sigma$ , причем диссипация поля в нем описывается

«фоновой» омической проводимостью среды  $\sigma$ . Для простоты пренебрегаем неоднородным уширением линии и рассматриваем оптическую нутацию на временах, много меньших времени некогерентной релаксации разности населенностей  $T_1$ . Исключая из (1.2)–(1.4) поляризацию  $P$  и учитывая закон изменений энергии

$$\frac{\hbar\omega_0}{2} \frac{d\Delta N}{dt} + \frac{1}{8\pi} \frac{d|E|^2}{dt} = -\frac{\sigma}{2} |E|^2, \quad (1.5)$$

получаем уравнение комплексного затухающего осциллятора с переменной (нелинейной) частотой  $\sqrt{\omega_c^2/4 + 2\pi\sigma/T_2}$ :

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + \left(2\pi\sigma + \frac{1}{T_2}\right) \frac{dE}{dt} + \left(-\frac{2\pi d^2\omega_0}{\hbar} \Delta N + \frac{2\pi\sigma}{T_2}\right) E = 0. \quad (1.6)$$

Оно описывает процесс самосогласованной оптической нутации.

В указанных выше работах изучался, главным образом, обмен энергии между средой и полем, т. е. осцилляции энергетических параметров. При этом анализ ограничивался простейшими решениями с фиксированными фазами поля  $E = \mathcal{E} \exp(-i\varphi)$  и поляризации  $P = R \exp[-i(\varphi + \theta)]$ , реализующимися в частном случае  $\theta = \pm\pi/2$ , когда поле и поляризация находятся в квадратуре. Ниже будут изучены режимы нутации, в которых наряду с амплитудной существует самосогласованная частотная модуляция. Последняя естественно возникает вследствие нутационного изменения восприимчивости двухуровневой среды, заполняющей резонатор, если  $\theta \neq \pm\pi/2$ . В разд. 5 и 6 будет рассмотрено изменение характера оптической нутации при увеличении диссипации поля и исследована динамика биений электромагнитной и поляритонной «горячих» мод, определяющих собственные колебания резонатора (с учетом диспергирующей двухуровневой среды) в процессе самосогласованной нутации.

**2. Точное решение в отсутствие диссипативных процессов.** В отсутствие диссипации поля ( $\sigma=0$ ) и релаксации поляризации ( $1/T_2=0$ ) из (1.5) имеем интеграл энергии

$$\Delta N \hbar\omega_0/2 + \mathcal{E}^2/8\pi = W_0. \quad (2.1)$$

Его подстановка в (1.6) приводит к следующему уравнению:

$$\frac{d^2 E}{dt^2} = -\frac{E}{\mathcal{E}} \frac{dU(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}}, \quad U(\mathcal{E}) = \frac{d^2}{8\hbar^2} (\mathcal{E}^4 - 16\pi W_0 \mathcal{E}^2). \quad (2.2)$$

Оно показывает, что в процессе оптической нутации поле  $E = \mathcal{E}(t)e^{-i\varphi(t)}$  описывает на комплексной плоскости траекторию, совпадающую с орбитой частицы единичной массы, движущейся в поле центральных сил с потенциалом  $U$ . Эта траектория  $E(t)$ , как известно [1<sup>2</sup>], однозначно находится из закона сохранения момента импульса

$$d\varphi/dt = C_1/\mathcal{E}^2 \quad (2.3)$$

и закона сохранения энергии

$$\frac{1}{2} (d\mathcal{E}/dt)^2 + U_{\text{эфф}} = C_2/2, \quad U_{\text{эфф}}(\mathcal{E}) = U + C_1^2/2\mathcal{E}^2 \quad (2.4)$$

( $C_1, C_2 = \text{const}$ ). Параметры орбиты определяются корнями уравнения  $U_{\text{эфф}}(\mathcal{E}^2) = C_2/2$ , кубического относительно  $\mathcal{E}^2$ :

$$\mathcal{E}_M^2 = M/3 + (2/3)\sqrt{M^2 + 3M_1} \cos(\alpha/3),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m^2 &= M/3 + (2/3)\sqrt{M^2 + 3M_1} \cos(\alpha/3 - 2\pi/3), \\ \mathcal{E}_1^2 &= M/3 + (2/3)\sqrt{M^2 + 3M_1} \cos(\alpha/3 + 2\pi/3). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Последние однозначно задаются начальными условиями  $\Delta N(0) = \Delta N_0$ ,  $R(0) = R_0$ ,  $\mathcal{E}(0) = \mathcal{E}_0$ ,  $\theta(0) = \theta_0$  в соответствии с формулами

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= (M^3 + 9MM_1/2 + 27M_0/2) / (M^2 + 3M_1)^{3/2}, \\ M &= (\hbar/d)^2 (2\omega_R^2 - \omega_c^2) \equiv 16\pi W_0, \\ M_1 &= (\hbar/d)^4 (\omega_R^2 \omega_c^2 - \omega_R^4 + \omega_{RP}^4) \equiv 4\hbar^2 C_2/d^2, \\ M_0 &= -(\hbar/d)^6 \omega_R^2 \omega_{RP}^4 \cos^2 \theta_0 \equiv -4\hbar^2 C_1^2/d^2. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ограниченность величины поляризации  $R \leq d\sqrt{N^2 - (\Delta N)^2}$  в общем случае приводит к неравенству

$$\omega_{RP}^2 \equiv 4\pi R d \omega_0 / \hbar \leq (1/2)\sqrt{\omega_{cN}^4 - \omega_c^4}, \quad \omega_{cN}^2 = 8\pi d^2 \omega_0 N / \hbar. \quad (2.7)$$

Согласно тождеству  $\mathcal{E}_m^2 \mathcal{E}_m^2 \mathcal{E}_1^2 \equiv M_0 \leq 0$  корни (2.5) являются действительными и расположены в следующем порядке:  $\mathcal{E}_m^2 \geq \mathcal{E}_m^2 \geq 0 \geq \mathcal{E}_1^2$ .

Отсюда ясно, что комплексная амплитуда поля всегда совершает финитное нутационное движение в кольце  $\mathcal{E}_m \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_m$ , в общем случае с прецессией орбиты по закону (2.3) (см. рис. 1). Нутация амплитуды поля, согласно (2.4), определяется зависимостью

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \left[ 1 - \frac{\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2}{\mathcal{E}_m^2} \operatorname{sn}^2 \left( \frac{2K(k)t}{T} : k \right) \right]^{1/2}, \quad (2.8)$$

$$k = \left[ \frac{\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2}{\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_1^2} \right]^{1/2} = \left[ \frac{\sin(\pi/3 - \alpha/3)}{\sin(\pi/3 + \alpha/3)} \right]^{1/2}.$$

Период нутации выражается через полный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$ :

$$\begin{aligned} T &= 4K(k) / \left\{ \sqrt{\frac{2}{V_3}} \left[ \operatorname{sn} \left( \frac{\pi}{3} : k \right) \right]^{1/2} \times \right. \\ &\quad \left. \times [\omega_R^2 \omega_c^2 + 3\omega_{RP}^4 + (\omega_R^2 - \omega_c^2)^2]^{1/4} \right\}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Спектр поля в общем случае представляет собой набор гармоник, расположенных в окрестности частоты  $\omega_0$  и разделенных интервалами  $2\pi/T$  (см. также [4]).

Решение подобного вида хорошо изучено в теоретической механике [12], например для задачи о сферическом маятнике и задачи Лагранжа о прецессии симметричного волчка. Математически рассмотренная здесь задача о самосогласованной оптической нутации в резонаторе аналогична задаче о стационарном распространении в безграничной двухуровневой среде бесконечной частотно-модулированной последовательности импульсов. Существование последней было предсказано ранее в теории самоиндуцированной прозрачности [13]. В этом случае

введение безразмерной координаты  $\xi = z - vt$  приводит к уравнениям вида (1.2)–(1.4), содержащим дополнительный параметр  $v$  — стационарную скорость распространения импульсов.

**3. Автомодаляция частоты поля в процессе нутации.** Соотношение (2.3) указывает на существование эффекта модуляции мгновенной частоты поля  $\omega = \omega_0 + d\varphi/dt$ . Он определяется постоянной

$$C_1 \equiv -2\pi\omega_0 \mathcal{E}_0 R_0 \cos \theta_0 \quad (3.1)$$

и возникает при  $C_1 \neq 0$ , когда начальными условиями задана отличная от нуля составляющая поляризации  $R_0 \cos \theta_0$  в фазе с полем. Следовательно, если даже поляризация и поле находились строго в квадратуре, то быстрое введение в резонатор сдвинутого по фазе и по частоте дополнителного электромагнитного импульса переведет систему в режим с модуляцией частоты. Задать режим самосогласованной нутации с частотной модуляцией можно также, навязывая вынужденным образом временную зависимость (2.8) модуля поля в резонаторе с помощью внешнего источника (при  $t < 0$ ). Такой способ основан на том, что режим с частотной модуляцией (2.3), (2.8) однозначно определяется тремя «энергетическими» параметрами: максимальной амплитудой поля  $\mathcal{E}_m$ , глубиной модуляции  $\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2$  и периодом нутации  $T$ . Наконец, в общем случае  $C_1 \neq 0$ , поскольку, как будет показано в разд. 6, реальные «горячие» моды резонатора, заполненного неинвертированной двухуровневой средой, обладают поляризацией, содержащей синфазную с полем составляющую.

Исследовать частотно-модулированную нутацию можно путем непосредственного измерения мгновенной частоты поля. Последняя имеет систематическое, среднее по периоду нутации  $T$  смещение

$$\overline{\omega - \omega_0} = (C_1/\mathcal{E}_m^2) [\Pi(n; m)/2K(k)] \quad (3.2)$$

и осциллирующий компонент, который связан с изменением сдвига частоты  $d\varphi/dt$ , обратно пропорциональным энергии поля (см. (2.3)):

$$\omega - \overline{(\omega - \omega_0)} = (C_1/\mathcal{E}_m^2) \{ [1 - n \cdot \text{sn}^2(2K(k)t/T; k)]^{-1} - \Pi(n; m)/2K(k) \}. \quad (3.3)$$

Здесь  $m = k^2$  и  $n = (\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2)/\mathcal{E}_m^2$  — параметры полного эллиптического интеграла третьего рода  $\Pi(n; m)$ . Оценка величин (3.2), (3.3) показывает, что они могут достигать значения кооперативной частоты  $\omega_{cN}$ . Последняя в типичных оптических экспериментах составляет  $\sim (10^9 \div 10^{10}) \text{ с}^{-1}$  и может быть надежно зарегистрирована при  $1/T_2 \leq 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Указанные численные значения относятся, например, к условиям, характерным для экспериментов по сверхизлучению в разреженных газах [11, 14] ( $N \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $d \sim 1 \text{ Деб}$ ) или в охлажденных кристаллах с примесными активными центрами [15, 16] ( $N \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $d \sim 0,01 \text{ Деб}$ ).

Частотную автомодаляцию можно рассматривать как нелинейную прецессию энергетического спина (см. об энергетическом спине [1, 3]). Эффект нелинейной прецессии «настоящего» спина, в принципе, возможен в условиях самосогласованного электронного парамагнитного резонанса, если парамагнетик помещен в СВЧ-резонатор с высокой добротностью ( $Q = \omega_0/4\pi\sigma \geq 10^4$ ) и собственная частота одной из мод поля в нем совпадает с частотой спинового расщепления электронов  $\omega_0 = eB_0/mc$  в постоянном магнитном поле  $B_0 \sim 10 \text{ кГс}$ . В этом случае, согласно уравнению Блоха для намагниченности спинов  $M$  и уравне-

нию для резонансной моды поля  $\mathbf{B}$ , самосогласованные низкочастотные колебания намагниченности  $M_{\parallel}$  вдоль внешнего поля  $\mathbf{B}_0$  и высокочастотные колебания намагниченности  $M_{\perp}$  и магнитного поля  $\mathbf{B}_{\perp}$  поперек  $\mathbf{B}_0$  происходят аналогично колебаниям инверсии, поляризации и электрического поля в двухуровневой среде соответственно. В экспериментах необходимо использовать охлажденные диэлектрические кристаллы с концентрацией парамагнитных спинов  $N \sim (10^{17} \div 10^{21}) \text{ см}^{-3}$ , когда их кооперативная частота  $\omega_{cN} = \sqrt{8\pi\mu^2\omega_0 N/\hbar} \sim (2 \cdot 10^8 \div 2 \cdot 10^{10}) \text{ с}^{-1}$  удовлетворяет неравенствам  $2\pi\sigma, 1/T_2 \ll \omega_{cN} \ll \omega_0$  ( $\mu = \hbar e/2m_e c \sim 10^{-20}$  ед. СГС — магнитный момент спинового перехода). Нелинейные парамагнитные эффекты существенны в высокочастотных полях  $B \sim \sqrt{4\pi\hbar\omega_0 N} \sim (10 \div 10^3) \text{ Гс}$ . О спиновой нутации без автомодуляции частоты см. [29].

**4. Связь амплитудной и частотной автомодуляции поля в резонансе.** Рассмотрим косвенные проявления модуляции частоты поля в процессе самосогласованной оптической нутации. Прежде всего, в отличие от частного случая [6]  $\theta_0 = \pm\pi/2$  ( $C_1 = 0$ ), из (2.4) и рис. 1 очевидна невозможность стопроцентной модуляции поля, поскольку  $\mathcal{E} \geq \mathcal{E}_m > 0$ . С этим связана также конечность периода нутации,  $T \neq \infty$ : используя (2.9), можно показать, что  $T$  обращается в бесконечность только в отсутствие частотной модуляции ( $\cos\theta_0 = 0$ ) при начальном условии  $\omega_{RP}^1(0) = \omega_R^2(0)$  ( $\omega_R^2(0) = \omega_c^2(0)$ ). Существенное влияние частотной автомодуляции на частоту  $2\pi/T$  обмена энергией между средой и полем продемонстрировано на рис. 2. Здесь изображена зависимость  $2\pi/T\omega_{cN}$  от начальной энергии поля\*  $\sqrt{\mathcal{E}_0^2/8\pi\hbar\omega_0 N}$  для значений  $\cos\theta_0 = \{0; 1\}$  при  $\Delta N = -N/2$ ,  $R_0^2 = d^2(N^2 - \Delta N_0^2)$ . Кривая для  $\cos\theta_0 = 0$  имеет вид, найденный в работе [6], где не учитывалась авто-

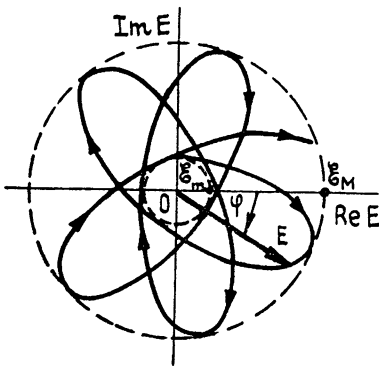


Рис. 1.

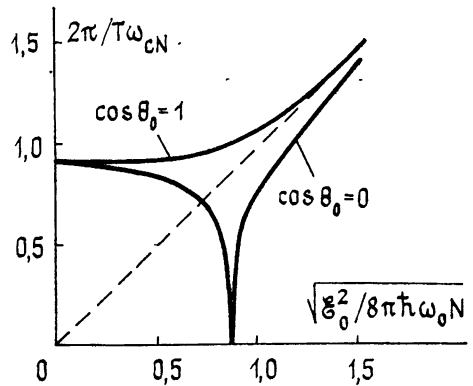


Рис. 2.

Возникновение частотной модуляции изменяет и другие параметры нутации, в том числе энергетические. Аналитические выражения (2.3), (2.5), (2.9) позволяют проследить эти изменения в зависимости от величины  $\cos^2\theta_0$ , характеризующей эффект частотной модуляции (см. (3.1)). Изменение периода нутации ( $T\omega_{cN}/2\pi$ ), максимальных и мини-

\* В пределе сильного поля  $\mathcal{E}_0^2 \gg 8\pi\hbar\omega_0 N$ , когда  $\omega_R^2 \gg \omega_{cN}^2$ , самосогласованная нутация переходит в режим осцилляций Раби в заданном поле [1-4]. При этом период нутации (2.9) определяется частотой Раби  $2\pi/T = \omega_R$ , а частотная автомодуляция мала:  $d\varphi/dt \ll \omega_{cN}^2/4\omega_R$ .

мальных значений энергии поля ( $\mathcal{E}_m^2/8\pi\hbar\omega_0N$ ,  $\mathcal{E}_m^2/8\pi\hbar\omega_0N$ ) и отклонения частоты ( $\Delta\omega_m/\omega_{cN} = C_1/\mathcal{E}_m^2 \omega_{cN}$ ,  $\Delta\omega_m/\omega_{cN} = C_1/\mathcal{E}_m^2 \omega_{cN}$ ) оказываются в общем случае значительными. На рис. 3 они представлены для случая чистого начального состояния среды  $R_0^2 = d^2(N^2 - \Delta N_0^2)$  при (а)  $\Delta N_0 = -N/2 = -\mathcal{E}_0^2/4\pi\hbar\omega_0$ , (б)  $\Delta N_0 = 0$ ,  $\mathcal{E}_0^2/4\pi\hbar\omega_0 = N$  и (в)  $\Delta N_0 = N/2 = \mathcal{E}_0^2/4\pi\hbar\omega_0$ . Обратим внимание на одно общее свойство, следующее из (2.5), (2.6): глубина модуляции энергии поля  $\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2 = 2\sqrt{M^2/3 + M_1} \sin[(\pi - \alpha)/3]$  при наличии частотной модуляции ( $\cos\theta_0 \neq 0$ ) уменьшается по сравнению со случаем ее отсутствия ( $\cos\theta_0 = 0$ ).

Благодаря частотной модуляции существует безнутационное самосогласованное состояние среды и поля, в котором отсутствует перекачка энергии между ними ( $\mathcal{E}_m^2 - \mathcal{E}_m^2 = 0$ ,  $\Delta N = \text{const}$ ). Согласно (2.5), (2.6) и (1.2) — (1.4), такое состояние возникает в неинвертированной среде ( $\Delta N < 0$ ), если поляризация синфазна с полем (точнее,  $\cos\theta_0 = \pm 1$ ) и ее величина удовлетворяет соотношению  $\omega_{RP}^4 = \omega_R^2 \omega_c^2$ . В безнутационном состоянии, согласно (2.3) и (3.1),

$$d\varphi/dt = \mp \omega_c/2, \quad P = \pm \omega_c E/4\pi\omega_0, \quad (4.1)$$

т. е. комплексные амплитуды поля и поляризации вращаются синхронно, имея фиксированную частоту  $\omega - \omega_0 \neq 0$ . Заметим, что при бесконечно малом отклонении от этого состояния глубина модуляции энергии оказывается бесконечно малой, а период нутации — сразу конечным:  $T = 2\pi/\sqrt{\omega_R^2 + \omega_c^2}$ .

### 5. Оптическая нутация с учетом диссипации. Одноимпульсный и осцилляторный режимы сверхпоглощения.

Наличие диссипации поля ( $\sigma$ ) и релаксации поляризации ( $1/T_2$ ) видоизменяет процесс самосогласованной оптической нутации. В частности, как можно показать из (1.6), связь (2.3) между частотной и амплитудной модуляцией поля становится нестационарной:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{C_1}{\mathcal{E}^2} \times \exp[-(2\pi\sigma + 1/T_2)t]. \quad (5.1)$$

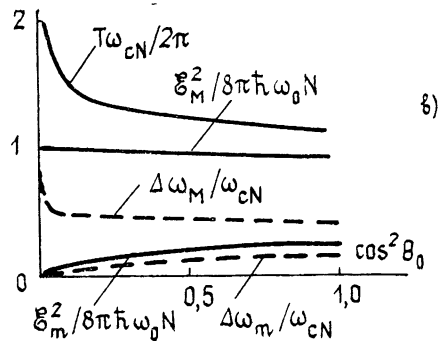
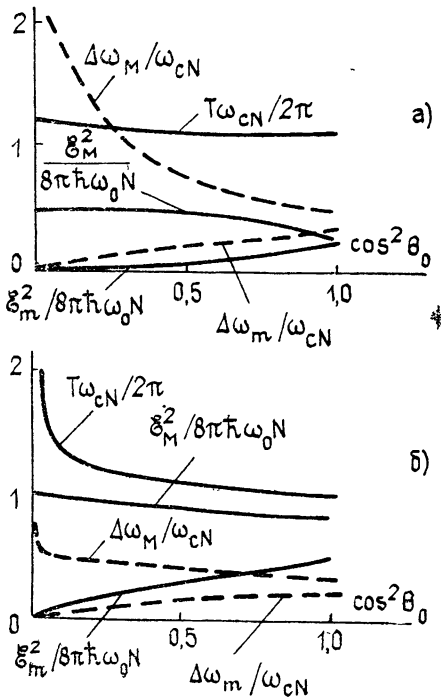


Рис. 3.

В то же время диссипация поля приводит к нарушению закона сохранения энергии (2.1) и к дополнительному нестационарному изменению частоты нутации в уравнении (1.6). Из указанных соотношений и численных расчетов следует, что некогерентные диссипативные процессы подавляют осцилляции в когерентном процессе самосогласованной нутации в случае, когда величины  $2\pi\sigma$  и  $1/T_2$  достигают значения кооперативной частоты  $\omega_c$ . Это видно, например, из сравнения рис 4а и 4б, где приведены зависимости от времени амплитуды поля  $e = \mathcal{E}/\sqrt{8\pi\hbar\omega_0 N}$ , сдвига частоты поля  $d\varphi/d(2\omega_{cN}t)$  и разности населенностей среды  $\Delta N/N$  для начальных условий, соответствующих рис. 3в при  $\cos^2\theta_0=1$ , в случаях слабой и сильной диссипации: (а)  $2\pi\sigma = \omega_{cN}/32$ ; (б)  $2\pi\sigma = \omega_{cN}/2$  ( $1/T_2 = 0$ ).

Обратим внимание на непосредственную связь процесса самосогласованной оптической нутации в условиях диссипации поля с процессом сверхизлучения Дике. Последний, как известно [10, 11, 14–17], наблюдается в открытых образцах инвертированной двухуровневой среды в виде короткого импульса когерентного электромагнитного излучения  $\mathcal{E}(t)$  с длительностью  $\tau \sim 4\pi\sigma_{\text{изл}}/(-\omega_c^2(0)) \ll T_2, T_1$ , возникающего через время задержки  $t_0 \sim \tau \ln(\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_0^2)$  после окончания инвертирующего импульса накачки. Процесс коллективного спонтанного излучения с указанными параметрами происходит в условиях  $\omega_c^2 T_2/4 > 2\pi\sigma_{\text{изл}} > 1/T_2$ , когда реализуется диссипативная неустойчивость поляритонных мод образца инвертированной среды, обладающих отрицательной энергией [18]. В процессе сверхизлучения поле «диссипирует» за счет электромагнитного излучения через границы образца, причем величина эффективных потерь  $2\pi\sigma_{\text{изл}} \sim c/L$  ( $L$  — размер образца). В инвертированной среде, помещенной в закрытый резонатор, благодаря омической диссипации ( $\sigma$ ) также возможен аналогичный сверхизлучению Дике процесс коллективной спонтанной релаксации — сверхпоглощение [18, 19]. В этом случае диссипативная неустойчивость поляритонных мод отрицательной энергии связана с омической диссипацией и приводит к выделению всей запасенной в инвертированной среде энергии в виде короткого импульса омического нагрева. Оба процесса — сверхизлучение и сверхпоглощение — имеют характер необратимой коллективной релаксации при достаточно большой диссипации поля  $2\pi\sigma_{\text{изл}}, 2\pi\sigma \gg |\omega_c|/2$ .

Покажем, что при увеличении омической диссипации (величины  $\sigma$ ) процесс самосогласованной оптической нутации переходит в указанный необратимый процесс сверхпоглощения, если в начальный момент времени двухуровневая среда была инвертирована, а поле и поляризация были малы. Для простоты ограничимся случаем отсутствия частотной модуляции ( $\cos\theta_0=0$ ) и релаксации поляризации ( $1/T_2=0$ ) и будем иметь в виду чистое квантовое состояние среды:  $R_0 = d\sqrt{N_2 - \Delta N_0^2}$ . Замена  $\Delta N = -N \cos\psi$ ,  $E = (\hbar/d)d\psi/dt$  в уравнениях (1.5), (1.6) приводит к уравнению маятника с трением:

$$d^2\psi/dt^2 + 2\pi\sigma d\psi/dt + (\omega_{cN}/2)^2 \sin\psi = 0. \quad (5.2)$$

Это уравнение обсуждалось в теории оптической нутации [3, 5, 6]. С другой стороны, уравнение маятника с эффективным трением  $2\pi\sigma_{\text{изл}} \sim c/L$  использовалось в теории сверхизлучения [10, 11, 20]. Указанные выше начальные условия соответствуют падению маятника из верхнего (инвертированного) положения  $\psi|_{t=0} \approx \pi$  с небольшой начальной угловой скоростью  $d\psi/dt|_{t=0} = dE_0/\hbar \ll \omega_{cN}$ . Из уравнения (5.2) следует, что в этом случае при увеличении диссипации поля процесс самосогласованной нутации видоизменяется от осцилляторного режима (при  $2\pi\sigma < \omega_{cN}/2$ ) до одноимпульсного режима (при  $2\pi\sigma > \omega_{cN}/2$ ) (см. рис 5,

где  $d\psi/dt|_{t=0} = 10^{-2}\omega_{cN}$ ,  $e = /E\sqrt{8\pi\hbar\omega_0N}$  и (а)  $2\pi\sigma = \omega_{cN}/32$ , (б)  $2\pi\sigma = \omega_{cN}/2$ . Время задержки и характерная длительность импульса при  $2\pi\sigma \gg \omega_{cN}/2$  оказываются порядка  $t_0 \sim \tau \ln(\mathcal{E}_M^2/\mathcal{E}_0^2)$  и  $\tau \sim 4\pi\sigma/\omega_{cN}^2$  соответственно. Названные режимы, согласно [18, 19], представляют собой осцилляторный и одноимпульсный режимы сверхпоглощения\*.

Изложенное позволяет также связать известные спонтанные когерентные пульсации излучения лазера со сверхизлучением Дике. Действительно в одномодовой модели лазер описывается, по существу, теми же уравнениями (1.2)—(1.4), что и оптическая нутация; в (1.4) следует лишь добавить постоянно действующую накачку. Если она достаточно эффективна и  $2\pi\sigma_{\text{изл}} > 1/T_2$ , то стационарная генерация становится неустойчивой и возникают пульсации излучения лазера [8, 9, 21], причем возможен режим динамической стохастичности типа странного аттрактора Лоренца\*\* [22—24]. Можно проверить, что в процессе пульсаций излучения лазера обычно реализуются указанные выше условия для возникновения импульсов сверхизлучения Дике. В частности, описанные в [9] разрывные колебания одномодового лазера с генерацией гигантских  $\pi$ -импульсов соответствуют генерации последовательности импульсов сверхизлучения при непрерывно действующей накачке (см. также [4]). После окончания отдельного импульса сверхизлучения верхний энергетический уровень активной среды практически опустошается, а поле почти полностью высвечивается из резонатора. Благодаря этому свойству сверхизлучения, следующий импульс возникает через относительно большое время накачки инверсии ( $\gg T_1$ ) и задержки ( $\sim t_0$ ) из слабого остаточного поля. Флуктуации поля могут экспоненциально усиливаться от импульса к импульсу в соответствии с известными флуктуационными свойствами сверхизлучения [11, 14, 19, 25].

**6. Биения электромагнитной и поляритонной мод при оптической нутации.** Рассмотрим динамику собственных колебаний резонатора, заполненного двухуровневой средой, — «горячих» мод. Они отличаются от «холодных» мод пустого резонатора и в задаче об оптической нутации применялись в [4]. Согласно (1.2), (1.3) (при  $\Delta N = \text{const}$ ), существует два типа «горячих» мод: электромагнитная и поляритонная. Их собственные частоты и восприимчивости равны [18, 19] соответственно

$$\omega_{e,p} = \omega_0 - i/T_2 - i(\pi\sigma - 1/2 T_2) [1 \pm \sqrt{1 - \omega_c^2 / (2\pi\sigma - 1/T_2)^2}] ; \quad (6.1)$$

$$\chi_{e,p} \equiv \frac{P_{e,p}}{E_{e,p}} = \frac{i}{4\pi\omega_0} (2\pi\sigma - 1/T_2) \left[ -1 \pm \sqrt{1 - \omega_c^2 / (2\pi\sigma - 1/T_2)^2} \right]. \quad (6.2)$$

Полное поле является суперпозицией полей этих мод:

$$E \exp(-i\omega_0 t) = E_e + E_p \equiv \tilde{E}_e \exp(-i \int \omega_e dt) + \tilde{E}_p \exp(-i \int \omega_p dt).$$

В процессе самосогласованной нутации биения когерентных полей электромагнитной и поляритонной мод, согласно (1.4), модулируют разность населенностей среды  $\Delta N(t)$ . Это ведет к нелинейному взаи-

\* Отметим возможность автомодуляции частоты поля в инициированном сверхизлучении и сверхпоглощении, если  $\cos \theta_0 \neq 0$  (см (3.1) и (5.1)). Здесь, как и в общем случае оптической нутации с диссипацией поля (см. рис 4), характер частотной модуляции будет определяться, согласно (5.1), осцилляциями интенсивности излучения (см рис 5) и фактором экспоненциального затухания  $\exp[-(2\pi\sigma + 1/T_2)t]$

\*\* Уравнения одномодовой модели лазера сводятся к уравнениям модели Лоренца только в отсутствие частотной автомодуляции ( $\theta = \pm\pi/2$ ). Динамика и стохастическое поведение лазера при наличии факторов, приводящих к частотной автомодуляции, в настоящее время не исследованы.



действием мод, типичные примеры которого представлены зависимостями  $e_{e,p}(t) = |E_{e,p}| / \sqrt{8\pi\hbar\omega_0 N}$  (пунктирные кривые) на рис. 4 для случая, переходного к пределу осцилляций Раби, и на рис. 5 — для оптической нутации в режиме сверхпоглощения. Заметим, что в неинвертированной среде в точке  $\omega_c^2 = (2\pi\sigma - 1/T_2)^2$  возникает особенность, связанная с вырождением мод. (Реально она снимается, например, при отстройке от резонанса:  $\lambda \neq 2\pi c / \sqrt{\omega_0^2 + 1/T_2^2}$ .)

Описанное в разд. 4 безнутационное состояние, в котором без учета диссипации поля и релаксации поляризации отсутствует обмен энергией между полем и средой, в точности соответствует возбуждению в среде одной электромагнитной или поляритонной моды (ср (4.1) и (6.1), (6.2)). Другими словами, линейные «горячие» моды (но не их суперпозиция) являются точными решениями нелинейных уравнений самосогласованной нутации при произвольной амплитуде поля в них.

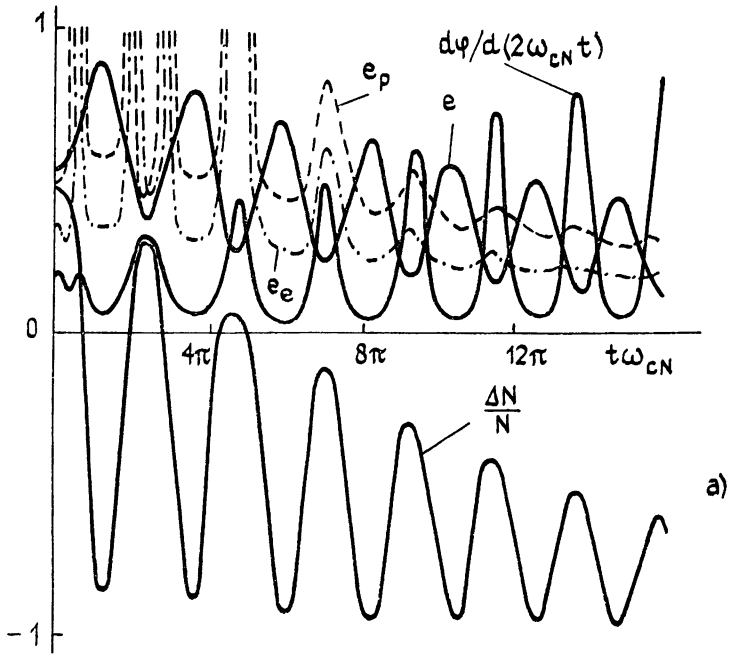
Остановимся подробнее на оптической нутации в неинвертированной среде в пределе слабого поля  $\mathcal{E}^2 \ll -8\pi\hbar\omega_0\Delta N$ , названной в [6] сверхнутацией в силу неравенства  $\omega_c \gg \omega_R$ . Для простоты предположим, что  $\omega_c > (2\pi\sigma - 1/T_2) > 0$ . В этом случае взаимодействие электромагнитной и поляритонной мод слабое. Поэтому сверхнутацию и эффект частотной автомодуляции в ней можно описать в общем случае с учетом диссипации поля и релаксации поляризации, используя метод возмущений для амплитуд «горячих» мод  $\tilde{E}_{e,p}$ :

$$\begin{aligned} \Delta N(t) = & \Delta N_0 - [(\mathcal{E}_e^2 + \mathcal{E}_p^2)(2\pi\sigma - 1/T_2)/4\pi\hbar\omega_0(2\pi\sigma + 1/T_2)] \times \\ & \times \{1 - \exp[-(2\pi\sigma + 1/T_2)t]\} + (\mathcal{E}_p\mathcal{E}_e/2\pi\hbar\omega_0\omega_c^2) \left\{ [\omega_c^2 - 2(2\pi\sigma - 1/T_2)^2] \times \right. \\ & \times \left[ \cos\theta_{pe} - \exp[-(2\pi\sigma + 1/T_2)t] \cos\left(\int_0^t \Delta\omega' dt - \theta_{pe}\right) \right] + \\ & \left. + 2(2\pi\sigma - 1/T_2)\Delta\omega' \left[ \sin\theta_{pe} + \exp[-(2\pi\sigma + 1/T_2)t] \sin\left(\int_0^t \Delta\omega' dt - \theta_{pe}\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

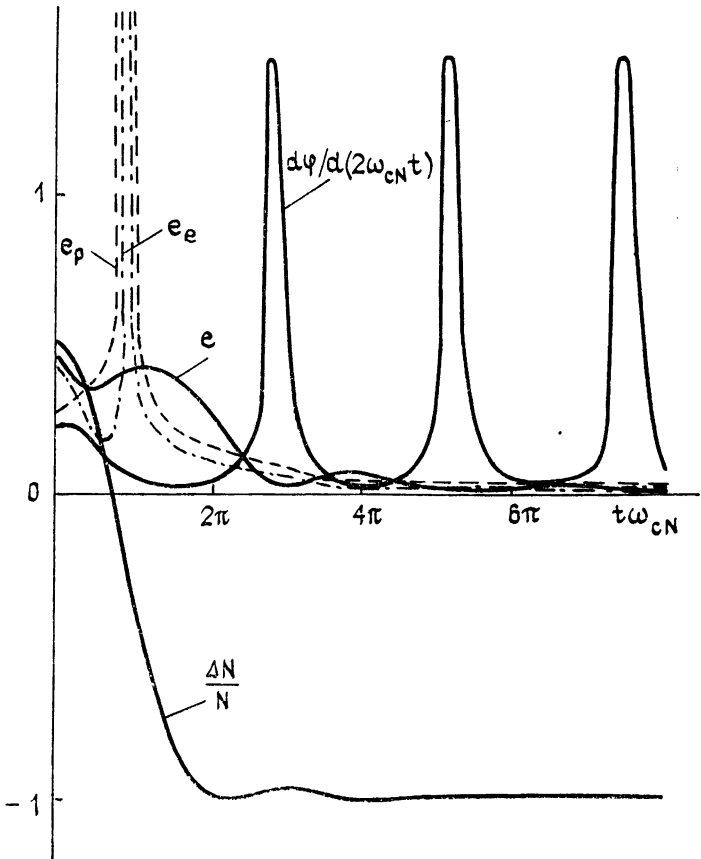
Здесь  $\Delta\omega' = \sqrt{\omega_c^2 - (2\pi\sigma - 1/T_2)^2}$  — расщепление действительных частот мод (6.1),  $\theta_{pe}$  — разность фаз мод в начальный момент времени  $t=0$ ,  $\mathcal{E}_{e,p} = |\tilde{E}_{e,p}|$ . Отклонение мгновенной частоты поля от частоты перехода  $\omega_0$  равно

$$d\varphi/dt = (\Delta\omega'/2) (\mathcal{E}_e^2 - \mathcal{E}_p^2) \left[ \mathcal{E}_p^2 + \mathcal{E}_e^2 + 2\mathcal{E}_p\mathcal{E}_e \cos\left(\int_0^t \Delta\omega' dt - \theta_{pe}\right) \right]^{-1}. \quad (6.4)$$

Формулы (6.3), (6.4) описывают осцилляции в сверхнутации как двухчастотный (при  $\mathcal{E}_p \neq \mathcal{E}_e$ ) режим биений электромагнитной и поляритонной мод. В линейном приближении мгновенная частота поля периодически колеблется вокруг значения собственной частоты «горячей» моды, обладающей большей амплитудой. Например, при  $\mathcal{E}_p > \mathcal{E}_e$  модуляция частоты (6.4) происходит в пределах от  $-(\Delta\omega'/2) \times (\mathcal{E}_p + \mathcal{E}_e)/(\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_e)$  до  $(\Delta\omega'/2) (\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_e)/(\mathcal{E}_p + \mathcal{E}_e)$  при среднем, систематическом, смещении  $\omega - \omega_0 = -(\Delta\omega'/2) (\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_p)$  (ср. (3.2), (3.3)). С учетом нелинейности на нее накладывается нелинейная частотная автомодуляция, связанная с осцилляциями межмодовой частоты  $\Delta\omega'$  под действием осцилляций разности населенностей (6.3) и имеющая относительно малую глубину порядка



a)



b)

Рис. 1.

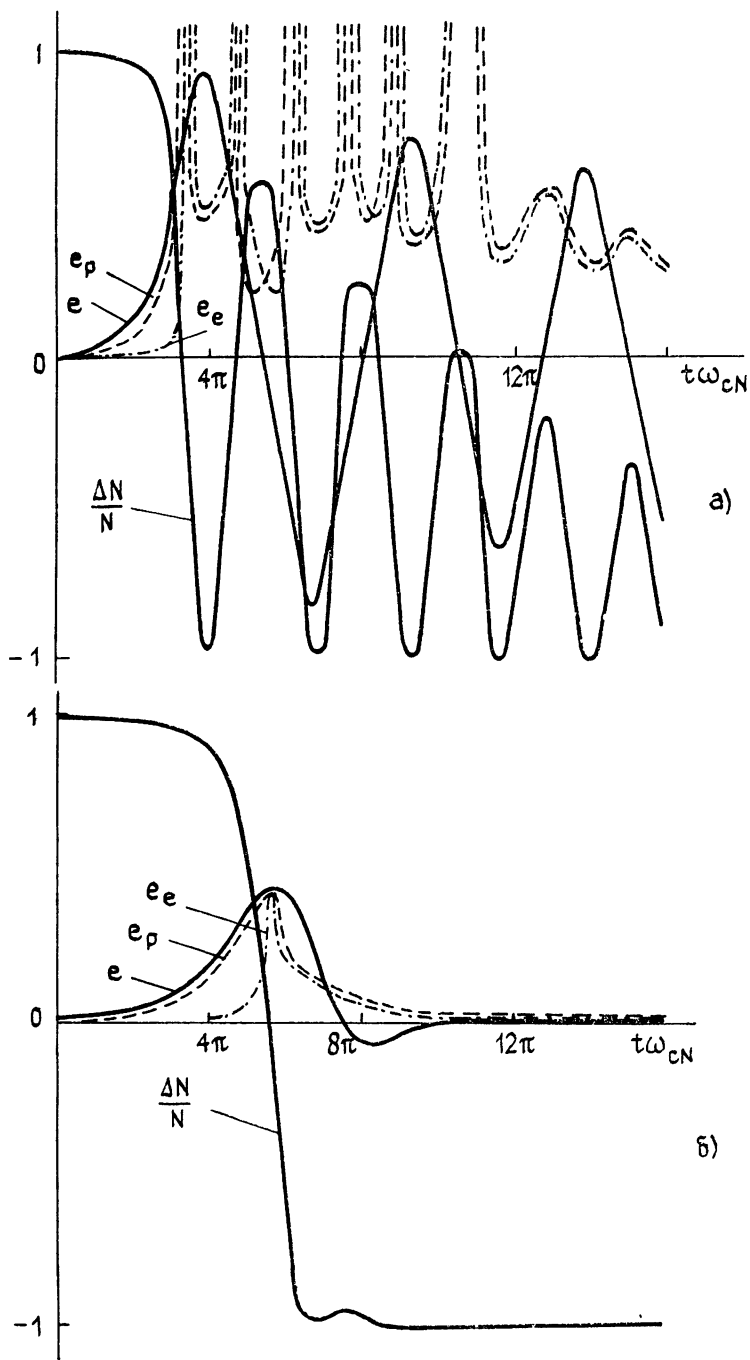


Рис. 5.

$\frac{\mathcal{E}_p \mathcal{E}_e}{2\pi\hbar\omega_0} \Delta N_0 \sim \omega_R^2(0)/\omega_c^2(0) \ll 1$ . Наличие диссипации поля и релаксации поляризации приводит к уменьшению частоты сверхнутаии  $\Delta\omega'$  по сравнению со значением кооперативной частоты  $\omega_c$ , а также к экспоненциальному затуханию полного поля [7]. Обычно рассматриваемый случай оптической нутации без частотной модуляции ( $\omega \equiv \omega_0$ ) [5-7] соответствует частному случаю равных амплитуд электромагнитной и поляритонной мод ( $\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_e$ ), когда полное поле  $E$  и поляризация  $P$  оказываются в квадратуре. Такой случай реализуется, например, на заключительной стадии сверхпоглощения и сверхизлучения при  $\Delta N < 0$  (см. соответствующие области на рис. 5, в которых  $\mathcal{E}_e \equiv \mathcal{E}_p$ ).

7. Выше было показано существование частотно-модулированного режима самосогласованной оптической нутации. Эффект частотной автомодуляции имеет значительную величину (порядка кооперативной частоты двухуровневой среды) в условиях, когда энергия поля сравнима с энергией среды. Он аналогичен эффекту фазовой модуляции стационарной последовательности импульсов, распространяющихся в условиях самоиндуцированной прозрачности в безграничной двухуровневой среде, который был описан в [13] и до сих пор, насколько нам известно, не наблюдался. Экспериментально обнаружить указанный эффект в рассматриваемом здесь случае оптической нутации в резонаторе, по-видимому, проще. Во-первых, в резонаторе подавлена неустойчивость по отношению к развитию поперечной пространственной неоднородности поля, которая в случае самоиндуцированной прозрачности [1, 26-28] приводит к развалу плоских стационарных импульсов при прохождении длины порядка нескольких длин одного импульса. Во-вторых, технически создание состояния двухуровневой среды и поля, необходимого для возникновения самосогласованной частотной модуляции (см. разд. 3), представляется в резонаторе более реальным.

При наличии диссипативных процессов самосогласованная оптическая нутация приобретает черты процесса сверхизлучения Дике и при увеличении диссипации поля в определенных условиях переходит в осцилляторный или одноимпульсный режим сверхпоглощения — процесса коллективной спонтанной релаксации в резонаторе. В общем случае самосогласованная оптическая нутация может быть представлена как процесс нелинейных биений электромагнитной и поляритонной мод — собственных типов колебаний резонатора, заполненного двухуровневой средой. Экспериментально было бы интересно создание описанного в разд. 4 и 6 самосогласованного безнутационного состояния среды и поля, соответствующего одной сильной электромагнитной или поляритонной моде.

Наряду со случаем двухуровневой среды анализ самосогласованной частотной модуляции поля в процессе оптической нутации представляет интерес при заполнении резонатора многоуровневой средой со слабо неэквидистантным спектром (имеются в виду, например, колебательные или вращательные уровни молекул в газе). В режиме автомодуляции частоты, по-видимому, возможна реализация предложенного в [30] механизма каскадного возбуждения высоких энергетических уровней молекул. Измерение параметров частотной автомодуляции дает дополнительные возможности определения оптических характеристик среды.

Авторы выражают благодарность В. В. Железнякову и Я. И. Ханину за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Аллен Л, Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. — М.: Мир, 1978.

2. Rabi I. I., Ramsey N. F., Schwinger J. C. — Rev. Mod. Phys., 1954, 26, № 1, p. 167; Knight P. L., Milonni P. W. — Phys. Rep., 1980, 66, № 2, p. 21
3. Файн В. М. Фотоны и нелинейные среды — М: Сов. радио, 1972
4. Алексеев А. И., Вдовин Ю. А., Галицкий В. М. — ЖЭТФ, 1964, 46, № 1, с. 320; 47, № 5, с. 1893, 1965, 48, № 5, с. 1352
5. Казанцев А. П., Смирнов В. С. — ЖЭТФ, 1964, 46, № 1, с. 182
6. Бурштейн А. И., Пусеп А. Ю. — ЖЭТФ, 1975, 69, № 6, с. 1927
7. Емельянов В. И., Климонтович Ю. Л. — Опт. и спектр., 1976, 41, № 6, с. 913
8. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов — М: Сов. радио, 1975
9. Дементьев В. А., Зубарев Т. Н., Ораевский А. Н. — Труды ФИАН, 1977, 91, с. 3
10. Bonifacio R., Lugiato L. A. — Phys. Rev., 1975, A 11, № 5, p. 1507
11. Gross M., Haroche S. — Phys. Rep., 1982, 93, № 2, p. 301.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика — М: Наука, 1973
13. Matulic L., Eberly J. H. — Phys. Rev., 1972, A 6, № 2, p. 822
14. Андреев А. В., Емельянов В. И., Ильинский Ю. А. — УФН, 1980, 131, № 4, с. 653
15. Зиновьев П. В., Лапина С. В., Набойкин Ю. В., Самарцев В. В., Силаева Н. Б., Шейбут Ю. Е. — ЖЭТФ, 1983, 85, № 6, с. 1945
16. Florian R., Schwan L. O., Schmid D. — Phys. Rev., 1984, A 29, № 5, p. 2709
17. Dicke R. H. — Phys. Rev., 1954, 93, № 1, p. 99
18. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. — ЖЭТФ, 1984, 87, № 5, с. 1565
19. Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. Препринт ИПФ АН СССР № 110. — Горький, 1984; Opt. Comm., 1985, 53, № 5, p. 345.
20. Трифионов Е. Д., Зайцев А. И., Малков Р. Ф. — ЖЭТФ, 1979, 76, № 1, с. 65
21. Casperson L. W. — Lecture Notes in Physics, 1983, 182, p. 88.
22. Haken H. — Phys. Lett., 1975, A 53, № 1, p. 77.
23. Гапонов А. В., Рабинович М. И., Шапиро М. Ф. — Вестник МГУ, сер. Физ., астрон., 1978, 19, № 4, с. 125
24. Ораевский А. Н. — Квантовая электроника, 1981, 8, № 1, с. 130
25. Haake F., King H., Schröder G., Haus J., Glauber R. — Phys. Rev., 1979, A 20, № 5, p. 2047.
26. Diels J. C., Hahn E. L. — Phys. Rev., 1974, A 10, № 6, p. 2501.
27. Mattis E. P., Newstein M. C. — IEEE J. Quant. Electr., 1977, QE-13, № 3, p. 507.
28. Большов Л. А., Лиханский В. В. — ЖЭТФ, 1978, 75, № 6, с. 2047
29. Firth I. M., Bjil D. — Nature, 1961, 192, № 4805, p. 860; Physica, 1963, 29, № 8, p. 857; Yariv A. — J. Appl. Phys., 31, № 4, p. 740
30. Ораевский А. Н., Степанов А. А., Щеглов В. А. — ЖЭТФ, 1975, 69, № 6, с. 1991.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
6 сентября 1984 г.

## ON THE THEORY OF THE SELF-CONSISTENT OPTICAL NUTATION

*V. V. Kocharovskij, Vl. V. Kocharovskij*

The features of the self-consistent optical nutation, i.e. the coherent oscillations of the field, polarization and population inversion of the two-level medium in a resonator, are considered. The attention is paid to the frequency field modulation arising along with the known amplitude field modulation and changing the nutational characteristics. This regime is the beats of unequal electromagnetic and polariton «hot» modes of the resonator, containing the two-level medium. The existence of the unnutational self-consistent state of the uninverted medium and the field is found. It is shown that the presence of the field dissipation converts the optical nutation into the process analogous to the Dicke's superradiance. To be more exact, under some conditions the optical nutation turns into unipulse or ringing regime of superabsorption, being an unreversible process of collective spontaneous relaxation.