Обобщая полученные результаты, приходим к следующим выводам. Спиральная антенна с правой намоткой витков излучает поле, фаза которого в зависимости от t и φ изменяется по закону

$$\Phi_1(t, \varphi) = \operatorname{Re} e^{\pm i(\omega t - n\varphi + \psi_1)} = \cos(\omega t - n\varphi + \psi_1), \quad n > 0. \tag{9}$$

Изменение фазы поля, излучаемого спиралью левой намотки, происходит по закону

$$\Phi_2(t, \varphi) = \operatorname{Re} e^{\pm i(\omega t + n\varphi + \psi_2)} = \cos(\omega t + n\varphi + \psi_2), \quad n > 0. \tag{10}$$

Так как вращение векторов поля происходит в направлении запаздывания фазы [6], то из (9), (10) следует, что направление вращения векторов поля плоской спиральной антенны совпадает с направлением намотки витков спирали. Этот вывод согласуется с результатами экспериментальных исследований конических спиральных антенн, приведенных в работе [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Рамзей В. Частотно-независимые антенны. — М: Мир, 1968. — 176 с.
2. Гошин Г. Г., Горощеня А. Б. — Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 5, с. 937.
3. Елисеев А. И., Хижняк Н. А. —Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 8, с. 1205.
4. Горощеня А. Б. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 4, с. 682.
5. Горобец Н. Н., Елисеев А. И., Лытов Ю. В., Носенко О. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 8, с. 1027.
6. Дайсон Д., Мейс П. — В сб. Сверхширокополосные антенны. — М.: Мир, 1964, с. 74.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 24 июля 1984 г.

УДК 539.293.011.253

ПОПЕРЕЧНЫЙ ЭЛЕКТРОДИФФУЗИОННЫЙ ПЕРЕНОС НОСИТЕЛЕЙ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э. М. Эпштейн

В работах [1, 2] было показано, что сильное переменное электрическое поле существенно влияет на диффузию носителей в полупроводнике, увеличивая расстояние от источника, на котором можно обнаружить неравновесные носители. В [1, 2] переменное электрическое поле предполагалось параллельным (одномерному) диффузионному потоку. В настоящей работе мы рассмотрим более общий случай, когда переменное электрическое поле образует произвольный угол с направлением диффузии. Как будет видно, при этом возникают новые эффекты — появление постоянного электрического тока в направлении, перпендикулярном к диффузионному потоку, и осцилляционная пространственная зависимость плотности этого тока.

Рассмотрим диффузию неравновесных неосновных носителей из плоского источника заданной мощности Q (неравновесные носители могут возбуждаться, например, узкой полоской света, падающего на поверхность полупроводниковой пластины и проникающего на всю ее толщину). Однородное переменное электрическое поле образует угол φ с плоскостью источника. В пренебрежении краевыми эффектами (например, поверхностной рекомбинацией на гранях пластины) диффузия неравновесных неосновных носителей (электронов проводимости) описывается уравнением

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n - \mu \boldsymbol{E}(t)\,\nabla n - \frac{n}{\tau} + Q\delta(x) \tag{1}$$

с нулевыми граничными условиями на бесконечности. Здесь n, D, μ, τ — соответственно концентрация, коэффициент диффузии, подвижность и время жизни электронов $\boldsymbol{E}(t) = \boldsymbol{E}_0 \cos\Omega t$ — приложенное электрическое поле, ось x направлена перпендикулярно к плоскости источника (в направлении градиента концентрации). В дальнейшем будем полагать $\boldsymbol{E}_0 = \{E_{0x}, E_{0y}, 0\}$.

Установившееся $(t \to \infty)$ решение уравнения (1), найденное стандартным образом с использованием фурье-разложения по координатам, имеет вид [1]

$$n(x, t) = \frac{Q}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dq e^{iqx} \sum_{l,m=-\infty}^{\infty} \frac{J_{m+l}(aq)\, J_m(aq)\, e^{il\Omega t}}{Dq^2 + \tau^{-1} - im\Omega}, \tag{2}$$

где $J_m(z)$ — функция Бесселя действительного аргумента, $a=\mu E_{0x}/\Omega$ — амплитуда колебаний электрона в переменном поле в направлении x. В пренебрежении граничными эффектами концентрация не зависит от y и E_{0y}.

В отсутствие электрического поля формула (2) принимает известный вид

$$n(x) = (QL_0/2D)\exp(-|x|/L_0)$$

и описывает экспоненциальный спад концентрации на диффузионной длине $L_0=\sqrt{D\tau}$. Такой же результат получается и при наличии переменного поля, параллельного плоскости источника неравновесных носителей ($E_{0x}=0$, $E_{0y}\neq 0$), в силу однородности системы вдоль оси y.

Постоянная составляющая плотности тока в y-направлении равна

$$\langle j_y\rangle = -eD\,\partial\langle n\rangle/\partial y + e\mu\langle nE_y\rangle \tag{3}$$

(угловые скобки означают усреднение по времени).

Первое слагаемое, согласно (2), равно нулю (что естественно, так как в направлении y, параллельном плоскости источника, концентрация носителей однородна), а второе после несложных преобразований дает

$$\langle j_y\rangle = \frac{1}{\pi}eQ\Omega\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dq}{q}e^{iqx}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{mJ_m^2(aq)}{Dq^2+\tau^{-1}-im\Omega}. \tag{4}$$

Рассмотрим сначала случай слабого переменного поля ($a \ll \min(L_0 \equiv \sqrt{D\tau}$, $L_\Omega \equiv \sqrt{D/\Omega})$. Из (4) получаем

$$\langle j_y\rangle = -\frac{1}{8}\frac{eQ}{D\Omega}(\mu E_0)^2\sin 2\varphi\sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}L_0}\sqrt{\sqrt{1+\Omega^2\tau^2}-1}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{|x|}{\sqrt{2}L_0}\sqrt{\sqrt{1+\Omega^2\tau^2}+1}\right). \tag{5}$$

При $\Omega\tau\ll 1$

$$\langle j_y\rangle = -\frac{1}{16}\frac{eQL_0}{D^2}(\mu E_0)^2\sin 2\varphi\, x\exp\left(-\frac{|x|}{L_0}\right), \tag{6}$$

при $\Omega\tau\gg 1$

$$\langle j_y\rangle = -\frac{1}{8}\frac{eQ}{D\Omega}(\mu E_0)^2\sin 2\varphi\sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}L_\Omega}\right)\exp\left(-\frac{|x|}{\sqrt{2}L_\Omega}\right). \tag{7}$$

Таким образом, распределение плотности тока $\langle j_y\rangle$ вдоль оси x оказывается немонотонным. При $\Omega\tau\ll 1$ оно достигает максимума на расстоянии диффузионной длины от источника ($x=L_0$). В обратном случае, $\Omega\tau\gg 1$, плотность тока имеет вид затухающих пространственных осцилляций, период которых равен длине затухания. Физическую причину таких осцилляций нетрудно понять. Дело в том, что x-компонента переменного поля модулирует распределение концентрации вдоль оси x, приводя к появлению бегущих затухающих волн концентрации на частоте Ω (а также ее гармониках) Наличие y-компоненты приводит к синхронному детектированию этих волн, в результате чего появляется постоянный ток вдоль оси y, плотность которого осциллирует в пространстве (в направлении оси x).

В области сильных полей, где аргумент бесселевых функций не мал, при $\Omega\tau\ll 1$ суммирование ряда в (4) дает

$$\langle j_y\rangle = -\frac{eQ}{2\pi}\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\xi}{\xi}\sin\left(\frac{x}{L_0}\xi\right)\left[1-\frac{1+\xi^2}{\sqrt{1+(2+\beta^2)\xi^2+\xi^4}}\right], \tag{8}$$

где $\beta=\mu E_{0x}\tau/L_0\equiv L_E/L_0$ есть отношение дрейфовой и диффузионной длин. При $\beta\ll 1$ формула (8), как и должно быть, переходит в (6), а при $\beta\gg 1$, $\beta\gg L_0/x$ плотность тока $\langle j_y\rangle$ выражается через табулированный [3] интеграл от функции Макдональда:

$$\langle j_y\rangle = -\frac{1}{2}\operatorname{sgn}x\, eQ\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\int_{|x|/L_E}^{\infty}K_0(t)\,dt. \tag{9}$$

На больших расстояниях ($|x|\gg L_E$)

$$\langle j_y\rangle = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\operatorname{sgn}x\, eQ\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\left(\frac{|x|}{L_E}\right)^{-1/2}\exp\left(-\frac{|x|}{L_E}\right). \tag{10}$$

Рассмотренный здесь поперечный электродиффузионный перенос носителей в переменном поле относится к классу анизотропных эффектов в изначально изотропной среде, анизотропия в которой наводится внешним переменным полем. В частности, рассмотренный эффект аналогичен возникновению поперечной ЭДС (или поперечного тока) под действием переменного электрического поля, направленного под углом к тянущему постоянному электрическому полю [4]. В нашем случае исходным является диффузионный поток носителей, затухающий по мере удаления от источника и нелинейно зависящий от приложенного переменного поля [1, 2].

При замене времени жизни максвелловским временем диэлектрической релаксации полученные формулы будут описывать электродиффузионный перенос неравновесных основных носителей, концентрация которых мала по сравнению с равновесной концентрацией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балкарей Ю. И., Эпштейн Э. М. — ФТП, 1972, 6, вып. 4, с. 762.
2. Эпштейн Э. М. — ФТП, 1978, 12, вып. 1, с. 182.
3. Справочник по специальным функциям. / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. — М., 1979. — 832 с.
4. Гальперн Ю. С., Коган Ш. М. — ФТП, 1968, 2, вып. 11, с. 1697.

Поступила в редакцию
26 января 1984 г.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.823

ДИФРАКЦИЯ МАГНИТНЫХ ВОЛН НА МАЛОЙ СИММЕТРИЧНОЙ СТУПЕНЬКЕ В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ

С. М. Журав

В работе указан способ получения разложения элементов матрицы рассеяния ступенчатого сочленения волноводов по малому параметру — высоте ступеньки.

Пусть на симметричное ступенчатое сочленение двух идеально проводящих плоских волноводов $x=\pm a$, $z<0$; $x=\pm c$, $z>0$, $c-a=b>0$ из меньшего волновода набегает магнитная волна H_{0l} с компонентой электрического поля

$$E_y^{(l)}(x, z) = e^{ihz}\cos(\pi x/a)(l-1/2),$$

где

$$h = \beta_{al} = [k^2 - (\pi^2/a^2)(l-1/2)^2]^{1/2}, \quad k = 2\pi/\lambda.$$

Решение этой задачи методом Винера—Хопфа (Нобл Б. Метод Винера—Хопфа. — М.: ИЛ, 1962) приводит к следующему выражению для поля внутри меньшего волновода:

$$E_y(x, z) = E_y^{(l)}(x, z) + \sum_{n=1}^{\infty} R_{ln}\, e^{-i\beta_{an}z}\cos\frac{\pi x}{a}\left(n-\frac{1}{2}\right),$$

где

$$R_{ln} = -\frac{(-1)^{n+l}c^2\pi^2(n-1/2)(l-1/2)}{a^3\beta_{an}K_+(\beta_{an})K_+(h)}\left[\frac{1}{c(h+\beta_{an})} - \sum_{p=1}^{\infty}\frac{x_p}{c(\alpha_{bp}+\beta_{an})}\right],$$

$$\alpha_{bn} = [k^2 - \pi^2 n^2/b^2]^{1/2}, \quad \beta_{an} = [k^2 - (\pi^2/a^2)(n-1/2)^2]^{1/2}; \tag{1}$$

функция $K_+(\alpha)$ — результат факторизации мероморфной функции $K(\alpha) = c\gamma\,\mathrm{ch}\,\gamma c/(\mathrm{ch}\,\gamma a\,\mathrm{sh}\,\gamma b)$, где $\gamma=\sqrt{\alpha^2-k^2}$, постоянные x_n удовлетворяют бесконечной системе линейных уравнений

$$-\frac{b^3\alpha_{bm}}{c^2\pi^2m^2}K_+^2(\alpha_{bm})\,x_m + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x_n}{c(\alpha_{bm}+\alpha_{bn})} = \frac{1}{c(h+\alpha_{bm})} \tag{2}$$

при $m=1, 2, 3, \ldots$