

УДК 621.385

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ В РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Д. М. Ваврич

Поставлена и решена задача о преобразовании частоты колебаний вниз в резонансных системах с распределенным взаимодействием электронного пучка с полем медленной волны, возбуждаемой в высокодобротном резонаторе. Показана перспективность применения таких систем в качестве эффективных приемных устройств миллиметрового диапазона длин волн.

Существенная нелинейность электронно-волнового взаимодействия в распределенных резонансных системах типа оротрон [1-4] вместе с их усилительными свойствами [5] представляет непосредственный интерес для использования таких приборов в различных режимах преобразования частоты. В этом направлении пока выполнены только отдельные исследования. Здесь можно указать на результаты авторов работы [6], доказавших экспериментально возможность умножения частоты в открытом резонаторе с дифракционной решеткой и на теоретический анализ возможного механизма этого нелинейного процесса [7].

В данной работе представлены результаты теоретического исследования резонансных приборов с распределенным взаимодействием в режиме смещения частоты. Рассматривается конкретный случай преобразования частоты внешнего сигнала вниз, что представляет наибольший интерес с точки зрения разработки на основе таких резонансных приборов эффективных приемных систем миллиметрового диапазона длин волн.

1. Динамика колебаний в распределенных системах. В качестве объекта исследования рассматривается высокодобротный резонатор, содержащий периодическую структуру (дифракционную решетку), возбуждаемый прямолинейным электронным пучком. Внешний сигнал предварительно модулирует пучок по скорости на входе в пространство взаимодействия. Уравнения, описывающие поведение амплитуды и фазы поля в такой системе, приведены в [5]. В обозначениях работы [5] уравнения имеют вид

$$\frac{dF}{d\tau} = [GS_1(F) - 1]F - GM\Phi_0[R_1(F) \cos \gamma + R_2(F) \sin \gamma], \quad (1)$$

$$F \frac{d\gamma}{d\tau} = [\delta_r - GS_2(F)]F - GM\Phi_0[R_3(F) \cos \gamma + R_4(F) \sin \gamma].$$

Интегральные представления для нелинейных функций $S_i(F)$, $R_j(F)$ выписаны в [5]; они определяются из решения уравнения движения частицы в поле возбуждаемой волны. При выводе (1) налагалось ограничение сверху на мощность входного сигнала, а именно: полагалось, что $(M\Phi_0)^2 \ll 1$. Здесь $M \sim \sqrt{P_{вх}}$ — коэффициент модуляции частиц по

скорости, $\Phi_0 = \omega_r L / v_0$ — угол пролета электронами пространства взаимодействия.

В работе [5] система уравнений (1) решалась для случая, когда ток пучка I_0 меньше пускового тока автоколебаний $I_{\text{пуск}}$, что позволило провести анализ линейного режима усиления в резонансных приборах с распределенным взаимодействием. Здесь нас интересуют решения, когда $I_0 > I_{\text{пуск}}$, т. е. при существенной нелинейности анализируемых систем*.

В общем уравнения (1) допускают два типа решений при $\tau \rightarrow \infty$: первый, когда $\frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{dF}{d\tau} = 0$ (режим синхронизации), и второй, когда амплитуда поля и частота колебаний периодически изменяются во времени (асинхронный режим).

Во втором случае в выходном спектре наряду с компонентами на частоте внешнего сигнала ω и частоте автоколебаний ω_a за счет смешивания на нелинейности электронный пучок — резонатор содержатся компоненты их комбинационных составляющих. Переход рассматриваемой системы из режима синхронизации в асинхронный режим иллюстрирует рис. 1, где приведены зависимости от времени амплитуды и нормированной частоты колебаний

$\frac{d\gamma}{d\tau} = 2Q[\omega - \omega_\mu(\tau) / \omega_r]$ $\omega_\mu(\tau)$ — мгновенная частота колебаний. Численные расчеты проводились для случая возбуждения в открытом резонаторе основного типа колебаний с гауссовым распределением поля при $\omega = 1/4$, где ω — отношение радиуса пятна поля к длине пространства взаимодействия. Остальные параметры системы (1) задавались следующие: $M\Phi_0 = 0,25$, $\delta_r = 0,5$, $\Phi_0 = 100$, $\Phi_s = -1,5\pi$.

Как известно [9, 10], синхронные колебания в автоколебательных системах при $I_0 > I_{\text{пуск}}$ могут существовать только в ограниченной области изменения расстройки $|\omega - \omega_a|$. Начиная с определенных значений этого параметра изменение амплитуды носит периодический характер. Для случая, приведенного на рис. 1, переход к этому режиму осуществляется за счет того, что при изменении тока пучка изменяется собственная частота автоколебаний ω_a .

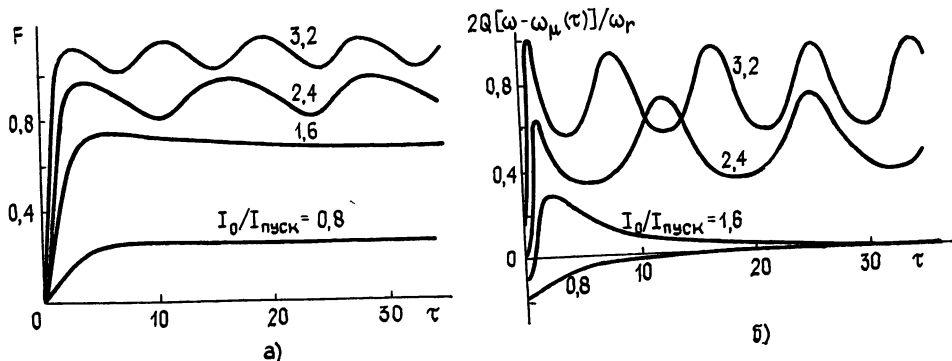


Рис. 1.

Из проведенных подробных численных расчетов системы уравнений (1) можно выделить следующие общие закономерности поведения поля в резонаторе в асинхронном режиме. Вблизи области параметров, соответствующей синхронному режиму возбуждения, закон изменения

* Режим преобразования частоты возможен и при токах пучка порядка пускового значения. Например, в работе [9] проведен численный анализ работы твистрона в таком режиме при $I_0 \lesssim I_{\text{пуск}}$.

во времени амплитуды и частоты несинхронного колебания существенно отличается от гармонического. Переменная во времени составляющая амплитуды увеличивается при уменьшении тока пучка и приближении его к пусковому значению. Переход к синхронному режиму возбуждения происходит за счет того, что период изменения во времени колебаний увеличивается и стремится к бесконечности. С увеличением тока пучка возрастает среднее значение амплитуды несинхронного колебания. При расчетах проявляется следующая отчетливая закономерность: при удалении от области синхронизации изменение во времени амплитуды и частоты колебаний становится все более близким к гармоническому с разностной частотой $\omega - \omega_a$.

Следует отметить, что указанный характер поведения поля вдали от области синхронизации имеет место только при условии $(M\Phi_0)^2 \ll 1$. Для доказательства этого рассмотрим поведение амплитуды и частоты колебаний в резонаторе при конечных значениях величины $M\Phi_0$. Оно определялось из решения общей системы уравнений возбуждения резонатора и уравнения движения*. Ряд результатов расчетов при $I_0/I_{\text{пуск}} = 5$, $M\Phi_0 = 2,25$ и для различных значений параметра δ_r приведен на рис. 2 ($1 - \delta_r = -2$; $2 - -1$; $3 - 0$; $4 - 1$). Вне области синхронизации изменение поля в резонаторе заметно отличается от гармонического даже при весьма больших значениях параметра расстройки частоты. Это приводит к тому, что спектр выходных колебаний при $M\Phi_0 \gg 1$ в низкочастотной области вместе с линией на частоте $\omega - \omega_a$ содержит близкие интенсивные комбинационные составляющие.

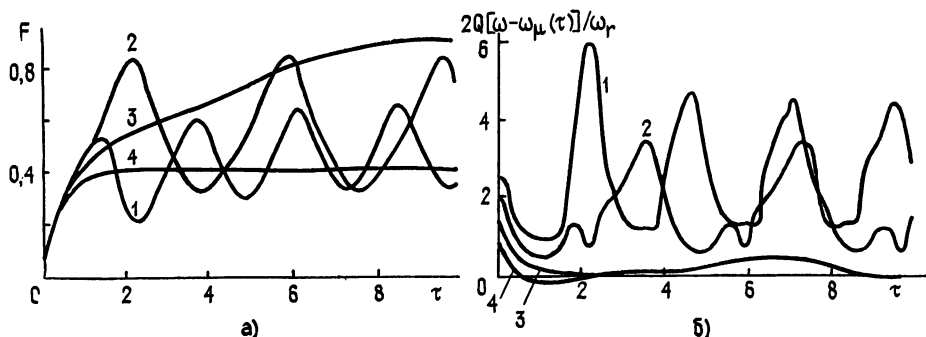


Рис. 2.

Из проведенного численного анализа следует, что наибольшая амплитуда колебаний в открытом резонаторе достигается при уровнях модуляции пучка $M\Phi_0 \simeq 3$, если выбраны оптимальные значения параметра рассинхронизма (ускоряющего напряжения). Для приборов с однородным или косинусоидальным распределением поля (типа резонансной ЛОВ) оптимальные значения $M\Phi_0$ примерно в два раза меньше.

Приведенные здесь результаты численных расчетов показывают, что в рассматриваемых системах при изменении параметров реализуется два характерных режима возбуждения колебаний: стационарная генерация и периодическая автомодуляция. Такое изменение режимов колебаний является весьма общим свойством для широкого класса колебательных систем и в последнее время изучается целенаправленно [11]. В силу того, что поведение рассматриваемой модели описывается системой автономных дифференциальных уравнений второго порядка, в ней не

* Эта система уравнений записывается стандартным образом (см, например, [5]) и здесь не приводится.

могут возбуждаться стохастические колебания. Такой режим может существовать в реальной системе, если будет нарушено предположение о высокой добротности и одномодовости колебаний резонатора, а именно условие малости времени пролета частицами пространства взаимодействия по сравнению с характерным временем изменения поля, которое положено в основу вывода уравнений для данного класса приборов. В этом случае для их анализа применимы методы, рассмотренные в [11].

Целью нашего дальнейшего анализа является более детальное исследование возбуждения спектральной компоненты на частоте $\omega - \omega_a$. Из полученных результатов следует, что при выполнении условия $(M\Phi_0)^2 \ll 1$ этот режим может представлять интерес при создании смесителей на основе рассматриваемых систем.

2. Характеристики смесителей. Аналитическое решение для несинхронного режима возбуждения можно получить, если расстройка между частотой внешнего сигнала и частотой автоколебаний достаточно велика и ток пучка превосходит $I_{\text{пуск}}$. В таком случае можно полагать, что амплитуда неавтономных колебаний мало отличается от амплитуды автономного генератора, тогда решение системы уравнений (1) представим в виде [10]

$$F(\tau) = F_a [1 + a(\tau)], \quad (2)$$

где F_a — амплитуда колебаний автономного генератора, a — малая добавка.

Для искомых величин $a(\tau)$ и $\gamma(\tau)$ исходная система уравнений (1) преобразуется к виду

$$\frac{da}{d\tau} = aG\sigma_1 F_a - \frac{M\Phi_0 G}{F_a} [R_1(F_a) \cos \gamma + R_2(F_a) \sin \gamma], \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \delta_a + aG\sigma_2 F_a - \frac{M\Phi_0 G}{F_a} [R_3(F_a) \cos \gamma + R_4(F_a) \sin \gamma],$$

где

$$\sigma_j = \left. \frac{dS_j(F)}{dF} \right|_{F=F_a}, \quad j=1, 2; \quad \delta_a = 2Q(\omega_a - \omega)/\omega_r.$$

Итак, применительно к случаю достаточно большого значения параметра δ_a мы получили так называемую систему уравнений с «вращающейся фазой». Методы построения асимптотических решений для нее хорошо разработаны (см., например, [10, 12]), поэтому сразу выпишем окончательный результат. Считая, что в отсутствие внешнего сигнала колебание автономного генератора устойчиво (т. е. $\sigma_1 < 0$), решения

для величин $a(\tau)$ и $\frac{d\gamma}{d\tau}$ с точностью до малых поправок порядка $(M\Phi_0)^2$ записываются в виде

$$a(\tau) = \frac{M\Phi_0 G}{F_a} R(F_a) \sin(\delta_a \tau + \gamma),$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{d\tau} = \delta_a + \frac{M\Phi_0 G}{F_a} [R_3(F_a) \cos(\delta_a \tau + \gamma_0) + R_4(F_a) \sin(\delta_a \tau + \gamma_0) + \\ + G\sigma_2 F_a R(F_a) \sin(\delta_a \tau + \gamma_1)], \end{aligned}$$

где

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \arctg \frac{F_a G \sigma_1 R_1 + \delta_a R_2}{G \sigma_1 F_a R_2 + \delta_a R_1}, \quad R = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{\delta_a^2 + (\sigma_1 G F_a)^2}},$$

γ_0 — константа, зависящая от выбора начала отсчета фазы колебания.

Аналитическое решение полностью согласуется с результатами численных расчетов. Переменная составляющая амплитуды колебаний изменяется во времени по гармоническому закону, ее величина пропорциональна $M\Phi_0$.

Рассмотрим на примере синхронной с пучком волны выражение для поля, возбуждаемого в резонаторе. Учитывая полученные соотношения, имеем

$$E(y, t) = \frac{1}{2} E_0 f(y) \{1 + M\Phi_0 G R(F_a) \sin[(\omega_a - \omega)t + \gamma_1]\} \exp[i(ky - \omega_a t)]. \quad (4)$$

Первое слагаемое в (5) в точности соответствует колебанию автономного генератора. Второе слагаемое также имеет частоту автономного генератора, но его амплитуда промодулирована и изменяется во времени с разностной частотой $\Omega = |\omega_a - \omega|$. Важно, что мощность этого колебания пропорциональна мощности входного сигнала. Наличие такой составляющей в вынужденном колебании означает, что резонансные системы с распределенным взаимодействием могут использоваться как смесители. Выделение колебаний на разностной частоте можно осуществить путем детектирования.

Рассмотрим некоторые характеристики таких преобразователей частоты. Основной из них является величина коэффициента преобразования, определяемая соотношением $K_{\text{пр}} = 10 \lg P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}}$, где $P_{\text{вых}}$ — выходная мощность колебания на разностной частоте. Несложные выкладки приводят к следующему выражению для $K_{\text{пр}}$:

$$K_{\text{пр}} = 10 \lg \frac{K_{\text{вх}} \Phi_0^2 G (R_1^2 + R_2^2) (1 - Q/Q_0)}{\delta_a^2 + (\sigma_1 G F_a)^2}. \quad (5)$$

Здесь Q и Q_0 — нагруженная и собственная добротности резонатора. Входящие в (6) и далее функции от F вычисляются при $F = F_a$. Коэффициент $K_{\text{вх}}$ задает связь между мощностью входного сигнала и коэффициентом модуляции частиц по скорости $M^2/2 = K_{\text{вх}} P_{\text{вх}}/P_0$ и определяется конструкцией модулятора. В рассматриваемом диапазоне длин волн наиболее эффективными оказываются модуляторы на основе анализируемых распределенных резонансных систем. Не останавливаясь подробно на их исследовании, отметим, что в таких модуляторах величина $K_{\text{вх}}$ может достигать значений порядка 0,1—1,0.

Для применения рассматриваемых систем в качестве смесителей необходимо обеспечить низкий уровень высших гармонических составляющих в спектре возбуждаемых колебаний. Наличие их приводит также к зависимости разностной частоты колебаний от уровня модуляции пучка (мощности входного сигнала) и, соответственно, к фазовым искажениям. Для оценки влияния указанных факторов было найдено решение системы (3) во втором приближении. В результате определено отношение амплитуды колебаний на удвоенной разностной частоте и основной частоте

$$\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \approx \frac{(M\Phi_0 G)^2 (R_3^2 + R_4^2) (\delta_a^2 + G^2 \sigma_1^2 F_a^2)}{4F_a^2 \delta_a^2 (4\delta_a^2 + G^2 \sigma_1^2 F_a^2)} \quad (6a)$$

и относительное изменение в среднем за период колебаний промежуточной частоты смесителя

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \approx \frac{(M\Phi_0 G)^2 [\sigma_2(R_1 R_3 + R_2 R_4) - \sigma_1(R_3^2 + R_4^2)]}{2\delta_a^2 F_a^2 \sigma_1} \quad (66)$$

Уровень паразитных колебаний и частотных искажений снижается не только за счет уменьшения уровня модуляции пучка, но и при увеличении нормированной разностной частоты δ_a . Обычно на практике задают максимально допустимые уровни отношений a_2^2/a_1^2 и $\Delta\Omega/\Omega$. Поэтому при конкретной конструкции прибора и требуемых значениях промежуточной частоты колебаний выражения (6) позволяют определить предельную величину уровня модуляции пучка $M\Phi_0$, которая будет оптимальной для данного смесителя.

С другой стороны, при заданной величине $M\Phi_0$ из (6) находятся минимальные значения разностной частоты, при которых удовлетворяются требуемые значения a_2^2/a_1^2 или $\Delta\Omega/\Omega$. Для примера на рис. 3 сплошными линиями приведены зависимости $\delta_{a \text{ мин}}$ и соответствующей величины коэффициента преобразования (кривая 2) от параметра рассинхронизма пучка и волны (нормированной величины ускоряющего напряжения). При расчетах полагали $K_{\text{вх}} = 0,5$, $P_{\text{вх}}/P_0 = 0,5 \cdot 10^{-6}$, $M\Phi_0 = 0,5$, $\omega = 1/4$, $I_0/I_{\text{пуск мин}} = 2$, $\Phi_0 = 500$, $Q/Q_0 = 0,5$ и требовалось удовлетворения условия $(a_2/a_1)^2 \leq 0,05$. Выбранные безразмерные параметры резонатора являются типичными для колебательных систем генераторов дифракционного излучения в средней части миллиметрового диапазона.

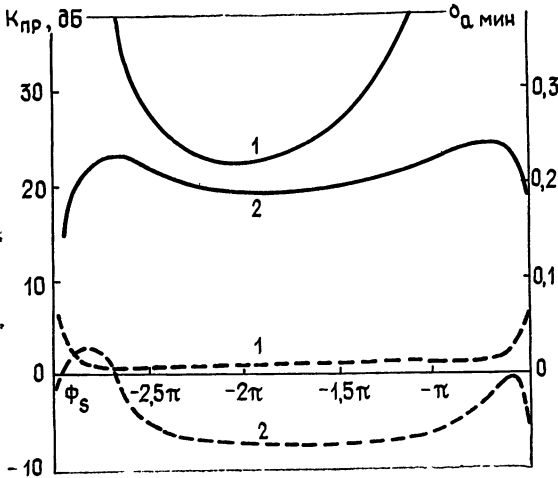


Рис. 3.

Как следует из результатов расчетов, режим преобразования частоты может осуществляться в ограниченной области изменения ускоряющего напряжения, которая находится в пределах зоны возбуждения автоколебаний в резонаторе. Важным является то, что коэффициент преобразования достигает достаточно больших значений, т. е. вместе с преобразованием частоты входного сигнала вниз происходит усиление его по мощности. Например, применительно к приведенным на рис. 3 расчетам получаем следующие численные оценки параметров таких смесителей. При токе пучка $I_0 = 200 \text{ мА}$, ускоряющем напряжении $U_0 = 2,5 \text{ кВ}$, нагруженной добротности $Q = 2 \cdot 10^3$, длине волны входно-

го сигнала $\lambda = 5$ мм и мощности $P_{\text{вх}} = 0,25$ мВт минимальная промежуточная частота равняется 20 МГц, коэффициент преобразования $K_{\text{пр}} \approx 20$ дБ и выходная мощность $P_{\text{вых}} \approx 25$ мВт. При фиксированной частоте входного сигнала зависимость коэффициента преобразования от мощности входного сигнала существенно сказывается начиная со значений $M\Phi_0 \sim 1$. Для рассматриваемого случая предельная величина $P_{\text{вх}}$ составляет примерно 2 мВт (кривая 1— $\delta_r = -2$; 2— $\delta_r = -1$; 3— $\delta_r = 0$; 4— $\delta_r = 1$).

3. Подача сигнала непосредственно в резонатор. Наряду с рассмотренной моделью преобразователя частоты для практических приложений может вызывать интерес схема с непосредственным вводом сигнала в пространство взаимодействия пучка с полем распределенного резонатора. Как и в предыдущем случае, уравнения для амплитуды и фазы поля в резонаторе находятся из решения совместной системы уравнений возбуждения резонатора и уравнения движения частиц пучка. В результате для F и γ , в предположении, что входной волновод согласован с резонатором, получаем следующие уравнения:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= [GS_1(F) - 1]F - A \cos \gamma, & F \frac{d\gamma}{d\tau} &= [\delta_r - GS_2(F)]F + A \sin \gamma, \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где $A^2 = P_{\text{вх}}G/P_0$. Сравнение систем уравнений (1) и (7) показывает, что переход от уже рассмотренной модели к случаю подачи сигнала непосредственно в резонатор соответствует формальной замене $M \rightarrow A/G\Phi_0$, $R_1 \rightarrow 1$, $R_2 = R_3 \rightarrow 0$, $R_4 \rightarrow -1$. Это позволяет сразу выписать конечные выражения для коэффициента преобразования

$$K_{\text{пр}} = 10 \lg \frac{1 - Q/Q_0}{2(\delta_a^2 + \sigma_1^2 G^2 F_a^2)}$$

и отношений

$$\left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 \simeq \frac{A^2(\delta_a^2 + G\sigma_1^2 F_a)}{4F_a^2 \delta_a^2 (4\delta_a^2 + G^2 \sigma_1^2 F_a^2)}, \quad \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \simeq \frac{A^2}{2F_a^2 \delta_a^2}.$$

На рис. 3 штриховыми линиями приведены расчетные зависимости $K_{\text{пр}}$ и $\delta_{a \text{ min}}$ при тех же параметрах, что и в предыдущем случае. Однако здесь величина $K_{\text{пр}}$ оказывается значительно меньшей. Усиление внешнего сигнала (положительные значения $K_{\text{пр}}$) наблюдается в высоковольтной области зоны возбуждения автоколебаний (большие значения параметра рассинхронизма) в весьма узком диапазоне изменения ускоряющего напряжения, хотя, в общем, потери входного сигнала на преобразование небольшие и при других значениях рассинхронизма.

Таким образом, с энергетической точки зрения системы преобразования частоты с предварительной модуляцией пучка оказываются более выгодными. Физически это обусловлено тем, что за счет начальной модуляции пучка по скорости происходит инерционная группировка частиц в пространстве взаимодействия (параметр группировки равняется $M\Phi_0$) и тем самым увеличивается эффективность воздействия внешнего сигнала на автоколебательную систему.

В результате проведенного теоретического анализа доказана возможность создания на основе систем с распределенным взаимодействием эффективных преобразователей частоты колебаний миллиметрового диапазона длин волн. Получены основные соотношения, описывающие характеристики таких приборов при различных способах трансформации внешнего сигнала в пространство взаимодействия пучка с полем.

Показано, что в системах с предварительной модуляцией пучка коэффициент преобразования может достигать значений порядка 20 дБ. Фактически такие системы совмещают функции трех активных элементов: высокостабильного задающего генератора, нелинейного элемента для смешивания колебаний задающего генератора и входного сигнала и усилителя промежуточной частоты. Проведенные оценки параметров резонансных преобразователей частоты ρ длительным взаимодействием указывают на перспективность применения их в качестве приемных систем миллиметрового диапазона длин волн.

Автор выражает благодарность О. А. Третьякову за плодотворное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русин Ф. С., Богомолов Г. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11., № 6, с. 756.
2. Вайнштейн Л. А., Исаев В. А., Трубецков Д. И. — Радиотехника и электроника, 1983, 28, № 7, с. 1233.
3. Шестопапов В. П. и др. — Электронная техника. Сер. 1, 1972, вып. 12, с. 50.
4. Ваврив Д. М., Третьяков О. А. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 8, с. 1580.
5. Ваврив Д. М., Третьяков О. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 2, с. 238.
6. Русин Ф. С., Синенко Л. А., Костромин В. П. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 8, с. 1670.
7. Пылаев Е. С., Цикин Б. Г. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 5, с. 1032.
8. Канавец В. И., Копылов В. В., Пикунев В. М. — Электронная техника. Сер. 1, 1981, вып. 3, с. 25.
9. Солнцев В. А. — Электронная техника. Сер. 1, 1966, вып. 9, с. 30.
10. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. — М.: Наука, 1980. — 360 с.
11. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. — В сб.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с. 101.
12. Мойсеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1969.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
29 мая 1984 г.

THE FREQUENCY TRANSFORMATION IN RESONANT EXTENDED INTERACTION SYSTEMS

D. M. Vavriv

The problem of the frequency mixing in the resonant systems with extended interaction between an electron beam and a slow-wave excited in high quality resonator is stated and solved. Results obtained indicate prospects for creating such type receiver systems in millimeter wave band.
