

УДК 62-523.8:534.832

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ АКТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ШИРОКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

С. Н. Арзамасов, А. А. Мальцев

На основе использования многомерного трансверсального фильтра получен адаптивный алгоритм компенсации широкополосного случайного поля и синтезировано устройство управления гасящими излучателями, содержащее линейные предсказывающие фильтры. Найдено решение усредненного уравнения алгоритма и доказана его устойчивость для случая гашения стационарных во времени исходных случайных полей.

Одним из перспективных методов ослабления волновых полей различной физической природы, особенно в низкочастотной области, является метод активного гашения. К настоящему времени имеется достаточно большое число работ, посвященных исследованию характеристик различных систем активного гашения (см., например, [1]). Дальнейшее развитие этих систем связано с разработкой и реализацией устройств управления гасящими излучателями с использованием принципов адаптации (самонастройки) [2, 3]. В [3] была рассмотрена адаптивная система активного гашения узкополосного случайного поля. Управляющее устройство представляло собой многомерный узкополосный фильтр, преобразующий сигналы приемников исходного поля в сигналы возбуждения гасящих источников и автоматически идентифицирующий пространственную передаточную функцию среды (функцию Грина) на средней частоте исходного поля.

В задачах активного гашения широкополосных случайных полей необходимо моделировать функцию Грина как в пространственной, так и во временной (частотной) областях [4]. Один из способов аппроксимации требуемых передаточных функций в широком диапазоне частот основан на использовании трансверсальных фильтров [5-7]. В настоящей работе получен алгоритм и исследуются характеристики широкополосной адаптивной системы активного гашения случайных волновых полей, построенной на базе многомерного трансверсального фильтра.

1. Пусть источники широкополосного случайного поля $p(\mathbf{r}, t)$ расположены в конечной области пространства. Предположим, что требуется погасить исходное поле $p(\mathbf{r}, t)$ снаружи некоторой замкнутой поверхности, охватывающей источники. Для этого используем систему активного гашения, взаимное расположение элементов которой показано на рис. 1. На поверхности s_1 размещены L монополюсных и L' дипольных измерителей исходного поля. Поверхность s_2 содержит M монополюсных и M' дипольных гасящих излучателей. Величина основного поля контролируется на поверхности s_3 с помощью Q монополюсных и Q' дипольных измерителей. Все элементы системы активного гашения предполагаются абсолютно прозрачными [1, 3].

Будем считать, что устройство управления гасящими излучателями представляет собой N -звенный многомерный трансверсальный фильтр, структура которого изображена на рис. 2. Как следует из рисунка, вектор сигналов $L+L'$ измерителей исходного поля

$$u(t) = \{u_1(t), \dots, u_L(t), u_{L+1}(t), \dots, u_{L+L'}(t)\}^T$$

обрабатывается в управляющем устройстве следующим образом:

$$f(t) = - \sum_{n=1}^N w_n u[t - (n-1)\Delta T], \quad (1)$$

где w_n — матрица размерности $(M+M') \times (L+L')$ действительных весовых коэффициентов, $f(t) = \{f_1(t), \dots, f_M(t), f_{M+1}(t), \dots, f_{M+M'}(t)\}^T$ — вектор интенсивностей гасящих источников, $\Delta T = \text{const}$ — временная задержка между соседними отводами трансверсального фильтра. Введем блочную матрицу

$$w = \{w_1, \dots, w_N\} \quad (2)$$

размерности $(M+M') \times (L+L')N$ и составной вектор

$$u^T[t] = \{u^T(t), u^T(t - \Delta T), \dots, u^T(t - (N-1)\Delta T)\}. \quad (3)$$

В этих обозначениях формула (1) запишется в виде

$$f(t) = - w u[t]. \quad (4)$$

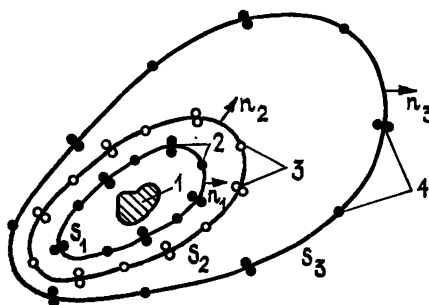


Рис. 1.

Рис. 1. Схема взаимного расположения элементов системы активного гашения поля: 1 — источники исходного случайного поля, 2 — измерители исходного поля, 3 — гасящие излучатели, 4 — измерители остаточного поля.

Рис. 2. Структура адаптивного управляющего устройства на основе многомерного трансверсального фильтра:

1 — линии задержки на время ΔT , 2 — матричные умножители, 3 — матричный сумматор.

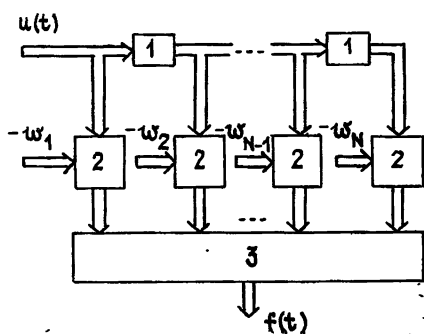


Рис. 2.

Следуя [3], задачу активного гашения сформулируем как задачу поиска оптимальных значений весовых коэффициентов, минимизирующих суммарную мощность сигналов контрольных приемников, расположенных на поверхности s_3 (см. рис. 1). Таким образом, качество работы системы гашения будем оценивать величиной следующего функционала:

$$J(w) = \langle e^T(t) e(t) \rangle = \sum_{q=1}^{Q+Q'} \langle e_q^2(t) \rangle, \quad (5)$$

где $e(t) = \{e_1(t), \dots, e_Q(t), e_{Q+1}(t), \dots, e_{Q+Q'}(t)\}^T$ — вектор сигналов контрольных приемников (вектор ошибки компенсации).

Для нахождения стационарной точки (минимума) функционала (5) используем адаптивный градиентный алгоритм [7, 8]

$$dw/dt = - \gamma \nabla_w \hat{J}(w). \quad (6)$$

Здесь $\gamma = \text{const} > 0$ — коэффициент, задающий скорость сходимости алгоритма,

$$\hat{J}(w) = \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) \quad (7)$$

— мгновенная оценка функционала качества. С целью нахождения явного вида правой части уравнения (6) представим вектор ошибки компенсации в виде

$$\varepsilon(t) = v(t) + u_k(t), \quad (8)$$

где $v(t)$ и $u_k(t)$ — компоненты вектора сигналов контрольных приемников, соответствующие исходному и компенсирующему полям. С учетом (4) вектор $u_k(t)$ можно выразить через сигналы измерителей исходного поля следующим образом:

$$u_k(t) = \int_{-\infty}^t G(t, t') f(t') dt' = - \int_{-\infty}^t G(t, t') w u[t'] dt', \quad (9)$$

где $G(t, t')$ — матрица Грина размерности $(Q+Q') \times (M+M')$ с элементами

$$G_{qm}(t, t') =$$

$$= \begin{cases} G(r_q, t; r'_m, t'), & q=1, \dots, Q, & m=1, \dots, M, \\ -\partial G(r_q, t; r'_m, t')/\partial n_2, & q=1, \dots, Q, & m=M+1, \dots, M+M', \\ \partial G(r_q, t; r'_m, t')/\partial n_3, & q=Q+1, \dots, Q+Q', & m=M+1, \dots, M, \\ -\partial^2 G(r_q, t; r'_m, t')/\partial n_2 \partial n_3, & q=Q+1, \dots, Q+Q', & m=M+1, \dots, M+M', \end{cases}$$

n_2, n_3 — внешние нормали к поверхностям s_2 и s_3 , $G(r, t; r', t')$ — функция Грина, явный вид которой, например в случае свободного пространства, определяется формулой [9]

$$G(r, t; r', t') = (4\pi c^2 |r - r'|)^{-1} \delta(t - t' - |r - r'| c^{-1}), \quad t > t'. \quad (10)$$

Используя формулы (7)–(9), несложно найти градиент оценки функционала качества и получить следующее уравнение адаптивного алгоритма подстройки весовых коэффициентов:

$$\frac{dw}{dt} = \gamma \int_{-\infty}^t G^T(t, t') \varepsilon(t) u^T[t'] dt'. \quad (11)$$

2. Структура устройства регулировки весовых коэффициентов может быть получена из поэлементной записи матричного уравнения (11). Блок-схема подстройки одного весового коэффициента приведена на рис. 3. Как видно из рисунка, весовой коэффициент w_{mln} пропорционален текущей оценке взаимной корреляционной функции сигналов контрольных измерителей и сигналов измерителей исходного поля, которые предварительно преобразуются линейными «предысказывающими» фильтрами. Импульсные переходные характеристики этих фильтров равны значениям функции Грина волнового уравнения в соответствующих точках поверхностей s_2 и s_3 . Назначение предысказывающих фильтров — преобразовать сигналы измерителей исходного поля так, чтобы увеличить их корреляцию с соответствующими компонентами гасящего поля, содержащимися в сигнале ошибки $\varepsilon_q(t)$.

Например, в случае гашения поля в однородной изотропной среде при наличии в системе только монополюсных приемников и излучателей выходной сигнал предысказывающего фильтра будет равен

$$z_{qmln}(t) = \int_{-\infty}^t G_{qm}(t, t') u_l [t' - (n-1)\Delta T] dt' =$$

$$= (4\pi c^2 |r_m - r_q|)^{-1} u_l [t - (n-1)\Delta T - |r_m - r_q| c^{-1}].$$

Таким образом, в этом частном случае предсказания заключаются в ослаблении сигнала в $(4\pi c^2 |r_m - r_q|)^{-1}$ раз и задержке его на время $\tau_{mq} = |r_m - r_q| c^{-1}$. Очевидно, что такие предсказывающие фильтры могут быть легко реализованы с помощью аттенуаторов и линий задержки сигналов. В результате адаптивное устройство выработает управляющее воздействие $f_m(t)$ по входному сигналу $u_l(t)$ и сигналу обратной связи $\varepsilon_q(t)$, относящимся к одному и тому же моменту времени, а в целом регулирование w будет производиться с запаздыванием на максимальное из времен распространения τ_{mq} .

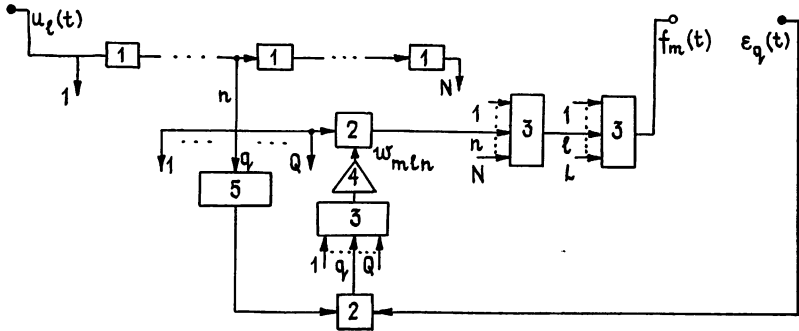


Рис. 3. Блок-схема настройки одного весового коэффициента широкополосной адаптивной системы активного гашения:
 1 — линия задержки, 2 — умножитель, 3 — сумматор, 4 — интегратор, 5 — линейный предсказывающий фильтр с импульсной переходной характеристикой $G_{qm}(t, t')$.

В общем случае совокупность всех предсказывающих фильтров должна идентифицировать характеристики излучателей и измерителей остаточного поля, а также участка среды, по которому распространяется компенсирующее излучение, и учитывать искажения сигналов, вызванные пространственной и временной дисперсией [10, 11].

3. В ряде работ по активному гашению волновых полей в качестве измерителей и излучателей используются направленные элементы — триполи [12–14]. С одной стороны, это позволяет разделить полное поле на поле внутренних и внешних источников относительно измерительной поверхности s_1 и скомпенсировать в изолируемой области только одну из выделенных компонент. С другой стороны, использование направленных элементов устраняет или существенно снижает волновую обратную связь между гасящими излучателями и измерителями исходного поля, что повышает устойчивость работы системы активного гашения. В общем случае дискретность излучателей и измерителей (даже направленных) не позволяет полностью избавиться от волновой обратной связи [13, 14]. Некоторые результаты анализа узкополосной адаптивной системы активного гашения с учетом волновой обратной связи приведены в работе [3]. Проблема влияния волновой обратной связи на работу широкополосной адаптивной системы гашения представляет самостоятельный интерес и в данной статье не обсуждается.

Рассмотрим возможность обобщения адаптивного алгоритма (11) на случай трипольных элементов. Будем считать, что каждый триполь-

ный излучатель представляет собой комбинацию монополя и диполя, расположенных в одной точке, амплитуды которых $a(t)$ и $b(t)$ связаны соотношением

$$a(t) = \mu c^{-1} db(t)/dt, \quad (12)$$

где $\mu = |\mu|$, μ — вектор дипольного момента каждого диполя. Положим также, что сигналы разнотипных измерителей исходного поля, расположенных в одной точке, суммируются и обрабатываются совместно, а сигналы монополюсных и дипольных измерителей остаточного поля обрабатываются раздельно.

Вследствие «жесткой» связи, задаваемой равенством (12), управление монополями и диполями, образующими трипольные излучатели, можно производить одновременно с помощью сигнала, регулирующего амплитуду только одного из них, например диполя. Интенсивности гасящих диполей будут определяться сигналами трипольных измерителей по-прежнему в соответствии с формулой (4), однако число связей между элементами системы (количество элементов в матрице w) при этом будет в 4 раза меньше по сравнению с общим случаем независимого регулирования монополей и диполей. Элементы «трипольной» матрицы Грина в уравнении (11) легко находятся. Например, для $q=1, \dots, Q$, $m=1, \dots, M$ они будут иметь следующий операторный вид:

$$G_{qm}(t, t') = -\partial G(r_q, t; r'_m, t')/\partial n_2 + \mu c^{-1} G(r_q, t; r'_m, t') d/dt'.$$

Таким образом, использование трипольных приемников и излучателей уменьшает число каналов адаптивного управляющего устройства, однако структура каждого канала при этом несколько усложняется.

4. Широкополосный адаптивный алгоритм (11) является более общим, чем полученный в [3] алгоритм гашения квазимонохроматического случайного поля. Покажем, что узкополосный алгоритм [3] получается из уравнения (11), если исходное случайное поле является квазимонохроматическим, а многомерный трансверсальный фильтр имеет лишь одно звено задержки ΔT и два блока весовых коэффициентов w_1 и w_2 в матрице w , определенной формулой (2). Уравнения для матриц w_1, w_2 могут быть легко получены из (11) и имеют вид

$$\frac{dw_{1,2}}{dt} = \gamma \int_{-\infty}^t G^T(t, t') \varepsilon(t) \{u^{1,2}[t']\}^T dt', \quad (13)$$

где $u^1[t] \equiv u(t)$ — вектор сигналов измерителей исходного поля, $u^2[t] = u^1[t - \Delta T] = u(t - \Delta T)$ — вектор сигналов на выходе линии задержки на ΔT . Полагая для простоты выкладок, что все элементы системы гашения являются монополями, векторы сигналов запишем в виде

$$\varepsilon(t) = \text{Re} [E(t) e^{-i\omega_0 t}], \quad u^1[t] = \text{Re} [U(t) e^{-i\omega_0 t}], \quad (14)$$

$$u^2[t] = \text{Re} [U(t - \Delta T) e^{-i\omega_0(t - \Delta T)}] \approx \text{Re} [U(t) e^{-i\omega_0(t - \Delta T)}],$$

где $E(t), U(t)$ — медленные по сравнению с $e^{-i\omega_0 t}$ комплексные огибающие. Подставляя (10), (14) в правую часть уравнения (13), выполняя интегрирование и пренебрегая слагаемыми с удвоенной частотой ω_0 , получим

$$\frac{dw_{ml1}}{dt} = -\frac{\gamma}{2c^2} \text{Re} \sum_{q=1}^Q [G_{qm}^* E_q(t) U_i^*(t - |r_q - r_m| c^{-1})],$$

$$\frac{dW_{ml2}}{dt} = -\frac{\gamma}{2c^2} \operatorname{Re} \sum_{q=1}^Q [e^{-i\omega_0 \Delta T} G_{qm}^* E_q(t) U_i^*(t - |r_q - r_m| c^{-1})], \quad (15)$$

где $G_{qm} = -(4\pi |r_q - r_m|)^{-1} e^{ik|r_q - r_m|}$ — функция Грина уравнения Гельмгольца, $k = \omega_0 c^{-1}$ — волновое число.

Выберем величину временной задержки ΔT такой, чтобы $\omega_0 \Delta T = \pi/2$. Тогда, умножая обе части второго уравнения (15) на i и складывая его с первым, получим следующее уравнение для комплексных весовых коэффициентов:

$$\frac{dW_{ml}}{dt} = \tilde{\gamma} \sum_{q=1}^Q [G_{qm}^* E_q(t) U_i^*(t - |r_q - r_m| c^{-1})], \quad (16)$$

где $W_{ml} = w_{ml} + iw_{ml2}$, $\tilde{\gamma} = -\gamma/2c^2$. В случае, когда можно пренебречь запаздываниями $|r_q - r_m| c^{-1}$ в аргументах огибающих $U_i^*(t)$, уравнение (16) может быть записано в виде матричного уравнения адаптивного алгоритма компенсации квазимонохроматического поля, полученного в [3]:

$$d\mathbf{W}/dt = \tilde{\gamma} \mathbf{G}^+ \mathbf{E}(t) \mathbf{U}^+(t), \quad (17)$$

где $\mathbf{W} = \|W_{ml}\|$ — матрица комплексных весовых коэффициентов, $\mathbf{G} = \|G_{qm}\|$ — комплексная матрица Грина. Из сравнения уравнений алгоритмов (11) и (17) видно, что элементы матрицы \mathbf{G}^+ в алгоритме (17) выполняют роль коэффициентов передачи предскаживающих фильтров на частоте ω_0 . Однако для упрощения схемы эти фильтры целесообразно расположить в каналах контрольных приемников, как показано на рис. 4*. Нетрудно увидеть, что при этом число умножителей в цепях корреляционных обратных связей уменьшается в Q раз (по сравнению с системой, собранной по схеме рис. 3).

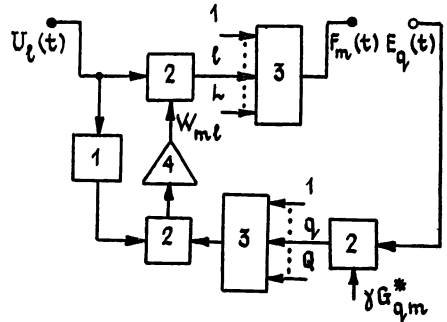


Рис. 4. Блок-схема настройки одного весового коэффициента узкополосной адаптивной системы гашения:

1 — блок комплексного сопряжения, 2 — умножитель, 3 — сумматор, 4 — интегратор.

Заметим, что практическая реализация алгоритма (11) или (17) требует задания элементов матрицы Грина $G_{qm}(t, t')$ или G_{qm} в качестве априорной информации о среде распространения волн. При фиксированном взаимном расположении гасящих излучателей и контрольных приемников, а также неизменных характеристиках среды элементы матрицы Грина могут быть вычислены заранее или измерены

* В данном случае эти фильтры точнее следует называть корректирующими (или согласующими), поскольку они компенсируют высокочастотные фазовые набег $k|r_m - r_q|$ между m -м излучателем и q -м приемником и стоят непосредственно в цепях приемников. Реализация таких корректирующих фильтров может быть легко осуществлена с помощью фазовращателей и аттенюаторов,

экспериментально и затем использованы при настройке предсказывающих фильтров. Если функции $G_{qm}(t, t')$ неизвестны или медленно меняются со временем, то вместо алгоритмов (11) и (17) можно использовать более сложные поисковые адаптивные алгоритмы [7], в которых за счет изменения весовых коэффициентов на величину пробных шагов и измерения мощности остаточного поля производится оценка градиента функционала качества (5) непосредственно в самой системе управления гасящими излучателями.

5. Для исследования статистических характеристик адаптивной системы активного гашения широкополосных случайных полей усредним уравнение (11), пренебрегая корреляцией между весовыми коэффициентами и сигналами измерителей исходного поля [3]. В результате получим

$$\frac{dw}{dt} = \gamma \int_{-\infty}^t \mathbf{G}^T(t, t') \left\{ \mathbf{P}[t, t'] - \int_{-\infty}^t \mathbf{G}(t, t'') \mathbf{w}(t'') \mathbf{R}[t, t''] dt'' \right\} dt', \quad (18)$$

где $\mathbf{P}[t, t'] = \langle \mathbf{v}(t) \mathbf{u}^T[t'] \rangle$, $\mathbf{R}[t, t'] = \langle \mathbf{u}[t] \mathbf{u}^T[t'] \rangle$ — корреляционные матрицы. Предположим, что исходное поле является стационарным, а параметры среды неизменны во времени. Тогда корреляционные матрицы и матрица Грина будут зависеть лишь от разности аргументов:

$$\mathbf{R}[t, t'] = \mathbf{R}[t-t'], \quad \mathbf{P}[t, t'] = \mathbf{P}[t-t'], \\ \mathbf{G}(t, t') = \mathbf{G}(t-t'), \quad t' < t.$$

Будем считать также, что характерное время изменения весовых коэффициентов вследствие малости параметра γ значительно превышает время корреляции исходного поля и время распространения гасящего излучения до контрольных измерителей. С учетом этих предположений уравнение (18) можно преобразовать к виду

$$\frac{dw}{dt} = \gamma \int_0^{\infty} \mathbf{G}^T(\tau) \left\{ \mathbf{P}[\tau] - \int_{-\tau}^{\infty} \mathbf{G}(\tau + \tau') \mathbf{w} \mathbf{R}[\tau'] d\tau' \right\} d\tau. \quad (19)$$

Переходя к вектору $\mathbf{w}(t)$, составленному из столбцов матрицы $\mathbf{w}(t)$, решение уравнения (19) можно записать следующим образом:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{w}_{\text{opt}} + \exp(-\gamma \Pi t) [\mathbf{w}(0) - \mathbf{w}_{\text{opt}}], \quad (20)$$

где $\mathbf{w}(0)$ — начальное значение вектора весовых коэффициентов,

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = (\Pi^T \Pi)^{-1} \Pi^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (21)$$

— стационарное (оптимальное) решение уравнения (19). В последней формуле используются обозначения

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \int_0^{\infty} [\mathbf{I} \otimes \mathbf{G}^T(\tau)] \mathbf{P}[\tau] d\tau, \quad \Pi = \int_0^{\infty} \int_{-\tau}^{\infty} \mathbf{R}[\tau'] \otimes [\mathbf{G}^T(\tau) \mathbf{G}(\tau + \tau')] d\tau d\tau', \quad (22)$$

где символ \otimes означает кронекеровское произведение матриц, вектор $\mathbf{P}[\tau]$ составлен из столбцов матрицы $\mathbf{P}[\tau]$. Для устойчивости стационарного решения (21) нужна положительная определенность аргумента матричной экспоненты Π . Докажем, что в рассматриваемом случае гашения стационарного случайного поля в стационарной изотропной среде матрица Π положительно определена,

Используя (22), нетрудно написать следующее выражение для произвольного элемента квадратной матрицы Π :

$$\Pi_{ss'} = \int_0^{\infty} \int_{-\tau}^{\infty} R_{jj'}[\tau'] \sum_{q=1}^{Q+Q'} G_{mq}^T(\tau) G_{qm'}(\tau+\tau') d\tau' d\tau, \quad s=jm, \quad s'=j'm'. \quad (23)$$

Здесь индексы j, j' у матричных элементов $R_{jj'}$ нумеруют как измерители исходного поля, так и отводы трансверсального фильтра в порядке, соответствующем расположению элементов в векторе $\mathbf{u}[t]$, определенному формулой (3). Выполняя интегрирование в (23) с учетом явного выражения (10) для элементов матрицы Грина, будем иметь

$$\Pi_{ss'} = 2(4\pi c^2)^{-2} \sum_{q=1}^{Q+Q'} (\Delta_{mq} \Delta_{m'q})^{-1} R_{jj'} [(\Delta_{m'q} - \Delta_{mq}) c^{-1}],$$

где $\Delta_{mq} = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_q|$ — расстояние между m -м гасящим излучателем и q -м контрольным приемником. Исходя из последней формулы, можно получить следующее блочное представление для матрицы Π :

$$\Pi = 2(4\pi c^2)^{-2} \sum_{q=1}^{Q+Q'} \begin{pmatrix} R_{11}^q(\tau) & R_{12}^q(\tau) & \dots \\ R_{21}^q(\tau) & R_{22}^q(\tau) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Для системы гашения с монопольными приемниками и излучателями блоки $R_{jj'}^q(\tau)$ представляют собой корреляционные матрицы размерности $M \times M$

$$R_{jj'}^q(\tau) = \langle \mathbf{u}^{jq}(t) [\mathbf{u}^{j'q}(t')]^T \rangle \quad (25)$$

для векторов

$$\mathbf{u}^{jq}(t) \equiv \left\{ \frac{1}{\Delta_{1q}} u_j \left(t - \frac{\Delta_{1q}}{c} \right), \dots, \frac{1}{\Delta_{Mq}} u_j \left(t - \frac{\Delta_{Mq}}{c} \right) \right\}^T.$$

Вычислим квадратичную форму для матрицы Π относительно произвольного блочного вектора $\mathbf{X}^T = \{\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_{LN}^T\}$, в котором размерности блоков равны размерности матриц $R_{jj'}^q(\tau)$. Используя (24), (25), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T \Pi \mathbf{X} &= 2(4\pi c^2)^{-2} \sum_{q,j,j'} \mathbf{X}_j^T R_{jj'}^q(\tau) \mathbf{X}_{j'} = \\ &= 2(4\pi c^2)^{-2} \sum_{q=1}^Q \left\{ \sum_{j=1}^{LN} \langle \mathbf{X}_j^T \mathbf{u}^{jq}(t) \rangle \right\}^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Таким образом, положительная определенность матрицы Π , а значит, и устойчивость стационарного решения (21) доказаны.

Для оценки эффективности системы активного гашения вычислим стационарное значение функционала качества $J(\mathbf{w})$. Подставляя стационарное решение уравнения (18) в формулу (5), нетрудно получить

$$J(\mathbf{w}_{\text{opt}}) = \langle \mathbf{v}^T(t) \mathbf{v}(t) \rangle - \text{Sp}(\mathbf{w}_{\text{opt}}^T \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (26)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} = \int_0^{\infty} \mathbf{G}^T(\tau) \mathbf{P}[\tau] d\tau$. Поскольку явный вид решения \mathbf{w}_{opt} представлен формулой (21) только для составного вектора \mathbf{w}_{opt} , выразим шпур, стоящий в (26), через \mathbf{w}_{opt} и вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$, определяемый первой из формул

(22). Легко показать, что для произвольных матриц A и B , произведение которых есть квадратная матрица, имеют место равенства

$$\text{Sp}(AB) = \text{Sp}(BA) = A^T B_i = A_i B^T,$$

где векторы A, A_i, B, B_i составлены из столбцов матриц A, A^T, B, B^T соответственно. Используя эти соотношения, можно получить

$$\text{Sp}(w_{\text{opt}}^T \mathcal{E}) = \mathcal{E} w_{\text{opt}}.$$

Подставляя последнюю формулу в (26) с учетом (21), найдем выражение для стационарного значения функционала качества $J(w)$ через матрицу Π и вектор \mathcal{E} :

$$J(w_{\text{opt}}) = \langle v^T(t) v(t) \rangle - \mathcal{E}^T (\Pi^T \Pi)^{-1} \Pi^T \mathcal{E}.$$

Отсюда непосредственно видно, что поскольку матрица Π положительно определена, то мощность остаточного поля в точках контрольных приемников будет всегда меньше мощности исходного поля в тех же точках.

В заключение авторы благодарят А. Н. Малахова за внимание к работе и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коняев С. И., Лебедев В. И., Мазаников А. А., Тютюкин В. В., Федорюк М. В. Тезисы Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. Т. 1. — М.: 1981, с. 311.
2. Анфиногентов В. И., Любашевский Г. С., Тартаковский Б. Д., Филиппов В. Е., Чони Ю. И. — Акуст. журн., 1980, 26, № 4, с. 611.
3. Арзамасов С. Н., Мальцев А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 6, с. 657.
4. Burgess J. C. — JASA, 1981, 70, № 3, p. 715.
5. Уидроу Б., Гловер Дж. Р., Маккул Дж. — ТИИЭР, 1975, 63, № 12, с. 69.
6. Уидроу Б., Маккул Дж., Ларимор М. Г., Джонсон С. П. — ТИИЭР, 1976, 64, № 8, с. 37.
7. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968.
8. Уидроу Б., Мантей П., Гриффитс Л., Гуд Б. — ТИИЭР, 1967, 55, № 12, с. 78.
9. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1967.
10. Кловский Д. Д., Сойфер В. А. Обработка пространственно-временных сигналов. — М.: Связь, 1976.
11. Мальцев А. А., Позументов И. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 7, с. 884.
12. Mangiante G. A., Vian J. P. — Acustica, 1977, 37, № 3, p. 175.
13. Мазаников А. А., Тютюкин В. В. — Акуст. журн., 1976, 22, № 5, с. 729.
14. Завадский М. П., Попов А. В., Эгельский Б. Л. — Акуст. журн., 1977, 23, № 3, с. 480.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
11 апреля 1984 г.

ADAPTIVE ALGORITHM FOR ACTIVE ATTENUATION OF BROADBAND RANDOM WAVE FIELDS

S. N. Arzamasov, A. A. Mal'tsev

An adaptive algorithm for reduction of broadband random wave fields based on the use of the multidimensional transversal filter is obtained. The adaptive controller with linear predistortion filters is used to drive second «suppressing» sources. A solution is found of the average algorithm equation. The stability of the algorithm is proved in the case of a stationary random initial field.