ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев Н. Ф, Орлова И. М., Петелин М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 783.
2. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. — М.: ИЛ, 1959.
3. Каценеленбаум Б. З. Теория неергулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М : Изд АН СССР, 1961.
4. Власов С. Н. Орлова И. М., Петелин М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1972, 15, № 12, с. 1913

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
9 августа 1984 г.

УДК 533.951,539.293

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДРЕЙФОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТОНКОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛАСТИНЕ

С. И. Ханкина

В тонкой полупроводниковой пластине, помещенной в вакуум, в присутствии постоянного электрического поля, направленного вдоль границы раздела сред, существуют поверхностные дрейфовые колебания с законом дисперсии*

$$\omega - k_x v_0 = -2\pi i \sigma_{\text{диф}} k_x l - i k_x^2 D, \tag{1}$$

где ω — частота, k_x — проекция волнового вектора на ось $0x$, $\omega>0$, $k_x>0$, $D=v_T^2\nu^{-1}$, v_T — тепловая скорость электронов, ν — их эффективная частота соударений. Рассматривается низкочастотная область $\omega \ll \nu$. Система координат выбрана таким образом, что полупроводниковая пластина имеет конечную толщину l вдоль оси $0y$, которая направлена по нормали к поверхности раздела сред. При этом толщина пластины меньше длины волны $k_x l \ll 1$. В направлениях x и z размеры пластины не ограничены. Постоянное электрическое поле E_0 параллельно оси $0x$, и под его воздействием электроны дрейфуют с постоянной скоростью $v_0=\mu(E_0)E_0$, где μ — подвижность носителей. В формуле (1) $\sigma_{\text{диф}}$ — дифференциальная проводимость, обусловленная зависимостью подвижности от электрического поля $\sigma_{\text{диф}} = en_0 d(\mu E_x)/dE_x|_{E_x=E_0}$ (e — заряд, n_0 — равновесное значение концентрации электронов). Области $y \geqslant l$ и $y \leqslant 0$ заполнены вакуумом.

Дисперсионное соотношение (1) следует в линейном приближении из системы уравнений

$$\operatorname{div} \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = 4\pi e(N-n_0), \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{E} = 0; \tag{2}$$

$$\partial N/\partial t + \operatorname{div}(\boldsymbol{j}/e) = 0, \quad \boldsymbol{j} = eN\mu(E)\boldsymbol{E} - eD\nabla N, \tag{3}$$

N — концентрация электронов, ε_0 — диэлектрическая постоянная решетки полупроводника, $\boldsymbol{E}$ — электрическое поле $\left(E_x=E_0+E_x'\right)$ $\left|E_x'\right| \ll E_0$. При $y>l$ и $y<0$ полагаем $\varepsilon_0=1$, $N=n_0=0$.

Характеристические уравнения в полупроводнике имеют вид

$$\begin{gathered} k_{y1}^2 = -k_x^2[\varepsilon_0(\omega-k_x v_0) + 4\pi i\sigma_{\text{диф}}][\varepsilon_0(\omega-k_x v_0)+4\pi i\sigma]^{-1}, \\ k_{y2}^2 = \left(i\nu\varepsilon_0^{-1} v_T^{-2}\right)[\varepsilon_0(\omega-k_x v_0)+4\pi i\sigma]. \end{gathered} \tag{4}$$

В качестве граничных условий выбрана непрерывность тангенциальных составляющих электрического поля и нормальной составляющей вектора электрической индукции на плоскостях $y=0$, $y=l$. Кроме того, предполагалось, что на границах с вакуумом нормальная компонента тока в полупроводнике исчезает. Воспользовавшись тем, что при $y=\pm\infty$ выполняются условия излучения и в вакууме $k_y^2+k_x^2=0$, граничные условия можно переписать таким образом, что в них входят величины, характеризующие только полупроводник:

* Уравнение (1) без учета диффузии получено в [1].

$$\text{при } y=0 \quad -iE_x=\varepsilon_0 E_y, \quad j_y=0,$$
$$\text{при } y=l \quad iE_x=\varepsilon_0 E_y, \quad j_y=0. \tag{5}$$

Амплитуда малых колебаний (1) нарастает, если дифференциальная проводимость отрицательна*, а затухание, связанное с диффузией, мало — $k_x D \ll 2\pi|\sigma_{\text{диф}}|l$. Однако этот процесс ограничен во времени, так как с определенного момента времени начинают играть роль эффекты, обусловленные нелинейной зависимостью тока от электрического поля.

Покажем, что для колебаний (1) ограничение амплитуды и установление стационарного состояния может происходить в результате генерации второй гармоники, которая затухает при $\pi|\sigma_{\text{диф}}|lD^{-1}<k_x$. В длинноволновом приближении $k_x l \ll 1$ все переменные величины в системе уравнений (2), (3) и в граничных условиях слабо меняются по толщине полупроводникового слоя. Поэтому их можно разложить в ряд Тейлора вблизи $y=0$. Этот прием позволяет в уравнениях, описывающих колебания системы, исключить зависимость от y-координаты. Приравнивая члены при одинаковых показателях степени y, из (2), (3) получим следующие уравнения для компонент электрического поля:

$$\partial E_x/\partial y = \partial E_y/\partial x; \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{4\pi e n_0}{\varepsilon_0}\mu(E_x)E_x+\mu(E_x)E_x\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)-D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\right]=0. \tag{7}$$

Здесь все величины взяты при $y=0$ и зависят только от переменных x и t. При выводе (7) учитывалось, что $j_y(0)=\partial j_y/\partial y|_{y=0}=0$. (Если $\partial E_y/\partial y=0$, то уравнение (7) приводится к уравнению, описывающему возникновение электрического домена в эффекте Ганна [4].)

Методом последовательных приближений [5] (при $k_x l \ll 1$) из граничных условий (5) определим значение производной $\partial E_y/\partial y$ при $y=0$ через E_x-компоненту электрического поля и подставим в (7). В результате получим нелинейное дифференциальное уравнение для компоненты электрического поля E_x':

$$\frac{\partial E_x'}{\partial t}+v_0\frac{\partial E_x'}{\partial x}-D\frac{\partial^2 E_x'}{\partial x^2}-2\pi\sigma_{\text{диф}}l\frac{\partial E_x'}{\partial x}+$$
$$+\left\{-2\pi i l e n_0\left[\left(\frac{\partial\mu}{\partial E_x}\right)_{E_x=E_0}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\mu}{\partial x^2}\bigg|_{E_x=E_0}E_0\right]+\frac{d}{dE_x}(\mu E_x)\bigg|_{E_x=E_0}\right\}\frac{\partial E_x'^2}{\partial x}=0. \tag{8}$$

Его решение ищем в виде

$$E_x'=a(t)\exp[i(k_x x-\omega t)]+b\exp[2i(k_x x-\omega t)]+\text{к. с.}, \tag{9}$$

где $a(t)$ — медленно меняющаяся во времени комплексная амплитуда основной моды с частотой $\omega=k_x v_0$; b — амплитуда второй гармоники, ее медленной зависимостью от времени пренебрегаем.

Учитывая линейное дисперсионное соотношение, из (8) получим динамическое уравнение, которое описывает изменение амплитуды электрического поля во времени:

$$da/dt=-2(\alpha^2-2i\alpha\alpha_1)|a|^2 aD^{-1}+\gamma a,$$
$$\gamma=2\pi|\sigma_{\text{диф}}|k_x l>0, \quad \alpha=(d/dE_x)(\mu E_x)|_{E_x=E_0}, \tag{10}$$
$$\alpha_1=2\pi l e n_0\left[\frac{\partial\mu}{\partial E_x}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\mu}{\partial E_x^2}E_x\right]\bigg|_{E_x=E_0}.$$

---

* Существуют различные механизмы возникновения отрицательной дифференциальной проводимости в полупроводнике. В арсениде галия на вольт-амперной характеристике появляются участки с $\sigma_{\text{диф}}<0$, если электроны разогреваются внешним электрическим полем и переходят в долину с меньшей эффективной массой [2]. В случае степенной зависимости частоты соударений электронов от энергии $\sigma_{\text{диф}}<0$, например, при рассеянии импульса на заряженных примесях и энергии — на пьезоакустических фононах [3].

Представим a в виде $a=|a|e^{-i\psi}$. Тогда для модуля амплитуды и фазы электрического поля имеем соответственно

$$d|a|/dt = -2\alpha^2|a|^3D^{-1}+\gamma|a|, \quad d\psi/dt = -4\alpha\alpha_1 D^{-1}|a|^2. \tag{11}$$

В результате интегрирования получаем

$$|a| = |a_0|e^{\gamma t}[1+(2\alpha^2/D\gamma)|a_0|^2(e^{2\gamma t}-1)]^{-1/2}, \tag{12}$$

$$\psi = \psi_0-(\alpha_1/\alpha)\ln[1+(2\alpha^2|a_0|^2/D\gamma)(e^{2\gamma t}-1)],$$

где a_0 и ψ_0 — начальные значения амплитуды и фазы электрического поля. Таким образом, в начале процесса происходит экспоненциальный рост амплитуды электрического поля $E'_x \sim a_0 e^{\gamma t}$, частота колебаний $\omega=k_x v_0$, а фаза мало отличается от начального значения $\psi=\psi_0$. При этом для определения инкремента нарастания достаточен анализ в рамках линейной теории. С течением времени накапливается вклад нелинейных эффектов и под их действием величина инкремента уменьшается, т. е. рост амплитуды замедляется. Образование затухающей второй гармоники приводит к установлению в системе стационарного состояния, в котором колебания происходят с постоянными амплитудой и фазой:

$$|a|_{\text{ст}} = (D\gamma/2\alpha^2)^{1/2}, \quad |a|_{\text{ст}}/E_0 \ll 1, \quad (\partial\psi/\partial t)_{\text{ст}} = -2\alpha_1/\alpha. \tag{13}$$

Амплитуда стационарного состояния не зависит от начального условия, а изменение частоты колебаний пропорционально квадрату амплитуды. Поскольку с ростом амплитуды происходит уменьшение инкремента нарастания, то режим установления стационарного состояния в данном случае является «мягким» [6] Время установления стационарного состояния обратно пропорционально линейному инкременту нарастания γ. Нетрудно показать, что это состояние является устойчивым относительно малых возмущений амплитуды.

Полученные формулы применимы, если изменения фазы и модуля амплитуды малы во времени: $\dfrac{1}{|a|}\dfrac{d\,|a|}{dt} \ll \omega$, $\left|\dfrac{\partial\psi}{\partial t}\right| \ll \omega$, т. е. $\gamma<k_x v_0$ и $(\alpha_1/\alpha)\gamma<k_x v_0$.

Возбуждение затухающей второй гармоники является одним из способов стабилизации неустойчивости поверхностных дрейфовых волн в «мягком» режиме. Область его применения ограничена значениями волнового вектора

$$\frac{\pi|\sigma_{\text{диф}}|\,l}{D} < k_x < \frac{2\pi|\sigma_{\text{диф}}|\,l}{D}.$$

Верхний предел связан с условием нарастания первой гармоники в случае появления на вольт-амперной характеристике участка с $\sigma_{\text{диф}}<0$, нижний предел обусловлен затуханием второй гармоники. В области более низких частот ($k_x=\pi\sigma_{\text{диф}}l/D$) и максимального инкремента нарастания режим и способы установления стационарного состояния иные и могут определяться членами более высокого порядка малости по параметру E'_x/E_0, чем те, что учтены в уравнении (8), или дополнительными нелинейными механизмами.

Автор признателен В. М. Яковенко за полезные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ханкина С. И, Яковенко В. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, **11**, № 8, с. 1259.
2. Ганн Дж. — УФН, 1966, **89**, вып. 1, с. 147.
3. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводника и газового разряда. — М.: Наука, 1975 — 400 с
4. Волков А. Ф., Коган Ш. М. — УФН, 1968, **96**, вып. 4, с. 633.
5. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. — М.: Наука, 1973. — 176 с.
6. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Физматгиз, 1958. — 408 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
4 апреля 1984 г.,
в окончательном варианте
17 сентября 1984 г.