

Результаты расчетов показали следующее.

1) При симметричном распределении источников (рис. 1а, $\beta_1=0$) с ростом дисперсии и эксцесса $W(x)$ погрешность ε монотонно убывает, составляя 12% при $D=0$ (точечный источник) и 1% при $D=0,333$, $\beta_2=1,8$ (равномерно распределенный источник), что хорошо согласуется с данными работы [2].

2) В случае асимметрии распределения $W(x)$ ($\beta_1 > 0,3 \div 0,4$) зависимость $\varepsilon=f(D)$ имеет ярко выраженный максимум (рис. 1б) при $D=0,15 \div 0,2$, который может достигать 60%.

3) При незначительной дисперсии $D < 0,08$ погрешность оценки спектра растет с увеличением асимметрии и уменьшением эксцесса распределения гроз, колеблясь в пределах 9—12% при $\beta_1=0 \div 4$.

4) Максимальная погрешность, достигающая 60% (рис. 2) при $D \approx 0,15$, $\beta_1 \approx 3,5$, $\beta_2 \approx 5$, с увеличением (уменьшением) дисперсии уменьшается, а координаты максимума на плоскости β_1, β_2 смещаются в сторону уменьшения (увеличения) асимметрии и увеличения (уменьшения) эксцесса распределения источников.

5) С ростом частоты погрешность оценки энергетического спектра быстро убывает, и ее практически можно не учитывать при $f_0 > 70$ Гц (на рис. 3 — зависимость $\varepsilon=f(f_0)$ при равномерном распределении источников).

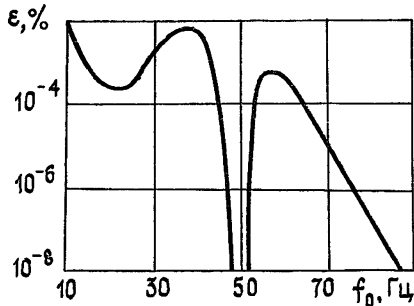


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров М. С. и др. Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне СНЧ. — М.: Наука, 1972.
2. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 1, с. 3.
3. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 1, с. 34.

Винницкий политехнический институт

Поступила в редакцию
10 сентября 1984 г.

УДК 53.01:51

МЕРА ЧАСТИЧНОЙ ДЕТЕРМИНИРОВАННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА

Л. Ш. Илькова, Ю. А. Кравцов, О. С. Мергелян, В. С. Эткин

1. Важная особенность динамических систем, обнаруживающих стохастическое поведение, заключается в том, что им присущи как случайные, так и детерминированные свойства. Признаками случайного поведения служат спадающие корреляции, широкий спектр процесса и случайный характер числовых последовательностей, отвечающих марковскому разбиению. Явным же признаком детерминированности является предсказуемость на конечных интервалах времени [1—4].

Мирное сосуществование случайных и детерминированных свойств в динамическом хаосе заставляет по-новому взглянуть на соотношение случайности и детерминированности. Нам представляется целесообразным не противопоставлять случайные и детерминированные черты поведения, а рассматривать их как крайние проявления единого свойства — частичной детерминированности динамического хаоса, подобно тому, как полная когерентность и полная некогерентность рассматриваются сейчас как крайние проявления частичной когерентности.

Цель данной работы состоит в том, чтобы предложить количественную меру частичной детерминированности и рассмотреть пример, который иллюстрирует соотношение между определенностью и случайностью в простой системе, находящейся под действием шумов.

2. Непротиворечивым признаком частичной детерминированности может служить свойство предсказуемости: хорошая предсказуемость отвечает детерминированности, плохая — случайности. Предсказания поведения динамических систем строятся на основе тех или иных моделей. Поэтому вопрос о частичной детерминированности мы

с самого начала поставим как вопрос о детерминированности по отношению к выбранной модели. Такой подход опирается на свойство относительности как понятия детерминированности, так и понятия случайности.

Мы исходим из того, что представление об абсолютной, «истинной» случайности или об «истинной» детерминированности является беспредметным хотя бы из-за отсутствия количественной меры такой «истинности». В то же время постановка вопроса о случайности и детерминированности по отношению к выбранному процессу вполне осмыслена.

Встав на эту точку зрения, в качестве меры частичной детерминированности мы примем коэффициент корреляции между наблюдаемым процессом $x(t)$ и его моделью $X(t)$. Такой коэффициент корреляции для непрерывных процессов был введен в работах [2, 3] под названием степени динамической корреляции $K_{\text{д.к.}}$. Эту степень динамической корреляции мы и отождествим со степенью детерминированности D .

Конкретное рассмотрение проведем для системы с дискретным временем. Пусть $x(m)$ подчиняется уравнению

$$x(m) = f[x(m-1)] + v(m-1), \quad (1)$$

где $f(x)$ — нелинейное преобразование, обеспечивающее возникновение динамического хаоса, а v_m — флуктуационное воздействие, заданное своими статистическими характеристиками. Предсказание $X(m) = X(m|x^0, m^0)$, удовлетворяющее при $m=m^0$ начальному условию

$$X(m^0) = x^0 \equiv x(m^0), \quad (2)$$

подчиним модельному уравнению

$$X(m) = f_i[X(m-1)], \quad (3)$$

в котором, в отличие от (1), отсутствуют флуктуационные воздействия $v(m)$, и, кроме того, модельная функция последования $f_i(x)$ может несколько отличаться от реальной функции $f(x)$. В силу этих отличий предсказание $X(m)$ будет отклоняться от реального процесса $x(m)$.

В соответствии со сказанным степень детерминированности $D(\mu)$ определим как коэффициент корреляции наблюдаемой величины $x(m) = x(m^0 + \mu)$ с предсказанием $X(m^0 + \mu|x^0, m^0)$ через μ интервалов дискретного времени:

$$D(\mu) = \frac{\langle \tilde{x}(m^0 + \mu) X(m^0 + \mu|x^0, m^0) \rangle}{\langle \tilde{x}^2(m^0 + \mu) \rangle \langle \tilde{X}^2(m^0 + \mu|x^0, m^0) \rangle}. \quad (4)$$

Знак тильда означает здесь переменную часть, например $\tilde{x} = x - \langle x \rangle$, а угловые скобки — усреднение по реализациям начального момента m^0 :

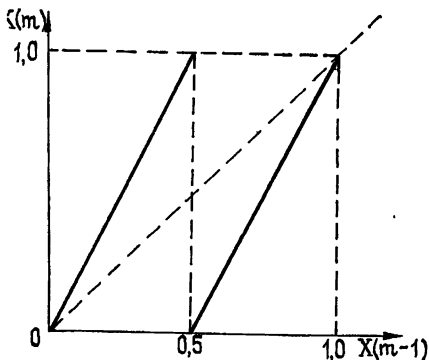


Рис. 1. Растягивающее отображение (ф-ла (3)) единичного отрезка в себя, принятое при расчетах.

Для иллюстрации этих особенностей был осуществлен численный эксперимент с нелинейной функцией $f(x) = 2x \pmod{1}$, график которой изображен на рис. 1.

Генератор случайных чисел производил шум $v(m)$ с равномерным распределением в интервале $(-10^{-p}, 10^{-p})$, где параметр p — уровень шума — принимал значения от 2 до 6. Среднее значение $\langle v \rangle$ было равно нулю, а среднеквадратичное отклонение $\sigma_v = \sqrt{(v - \langle v \rangle)^2}$ было равно $10^{-p}/\sqrt{3}$. Грубо говоря, шум вводился в $(p+1)$ -ю цифру после запятой.

$$\langle F(m^0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(m_i^0). \quad (5)$$

Экспериментальное нахождение такого среднего предполагает многократный «запуск» систем (1) и (3) с совпадающими начальными значениями (2). При теоретических же оценках $D(\mu)$ можно проводить усреднения по ансамблю случайных воздействий $v(m)$ в предположении эргодичности всех процессов.

Введенная степень детерминированности равна единице при $\mu=0$ в силу условия (2), $D(0)=1$, и мало отличается от единицы до тех пор, пока флуктуационные силы $v(m)$ не приведут к заметному расхождению между $x(m)$ и $X(m)$.

Вычисления \bar{D} производились по формуле (4). Количество итераций составляло $\mu=20$, усреднение производилось по 100 реализациям данного процесса. Начальные значения $x_0=X_0$ также задавались генератором случайных чисел. Одновременно с динамическим коэффициентом корреляции вычислялся также обычный коэффициент корреляции для реального процесса $x(m)$,

$$K_x(\mu) = \frac{\langle \tilde{x}(m^0) \tilde{x}(m^0 + \mu) \rangle}{\langle \tilde{x}^2(m^0) \rangle},$$

и аналогичный коэффициент $K_x(\mu)$ для модельного процесса $X(m)$.

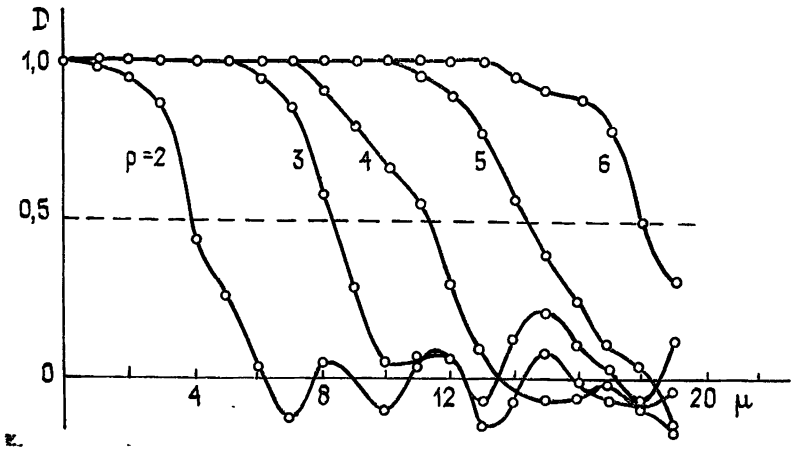


Рис. 2. Зависимость степени детерминированности D от номера итерации μ при различных значениях параметра p .

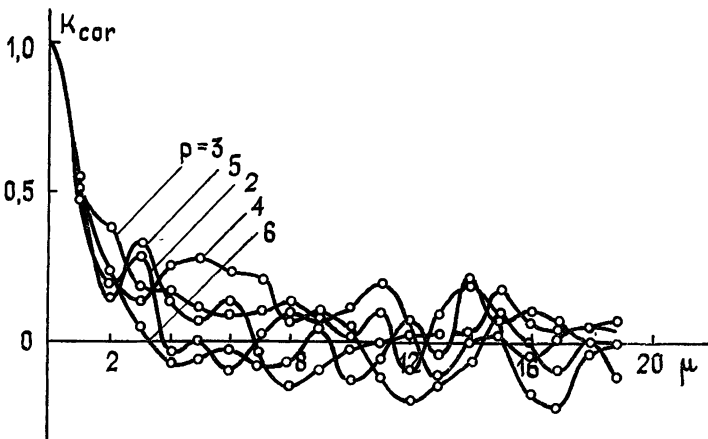


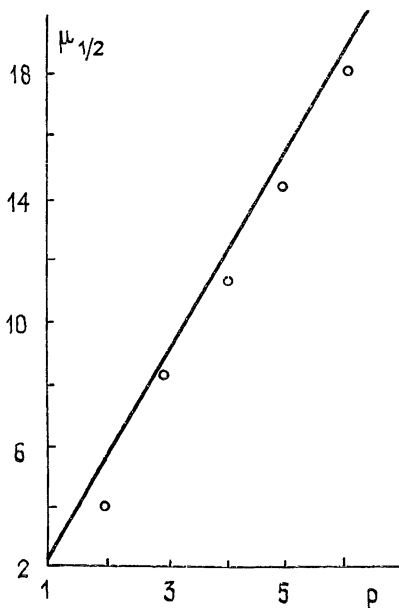
Рис. 3. Зависимость коэффициента корреляции K_{cor} от номера итерации μ при различных значениях параметра p .

Результаты численных расчетов приведены на рис. 2—4. Рис. 2 демонстрирует поведение степени детерминированности $D(\mu)$ в зависимости от числа итераций μ при различных уровнях шумов $v(m)$ (параметр p принимал значения $p=2, 3, 4, 5, 6$, что отвечает изменению уровня шумов на 4 порядка). Графики обычного коэффициента корреляции для тех же значений параметров μ и p приведены на рис. 3. Обычный коэффициент корреляции спадает до уровня $1/2$ всего лишь за 1—2 итерации, так что интервал корреляции $\mu_{cor} \approx 1 \div 2$ при любых шумах. Таким образом, $K_{cor}(\mu)$ не обнаруживает чувствительности к уровню шума. Коэффициент корреляции модельного процесса $K_x(\mu)$ практически не отличается от $K_x(\mu)$, поэтому графики для $K_x(\mu)$ не приводятся.

В то же время степень детерминированности (рис. 2) спадает до уровня $1/2$ за 4—18 шагов в зависимости от уровня шумов. Иными словами, детерми-

пированное поведение $x(t)$ простирается на времена, значительно превышающие «время» корреляции μ_{cor} . Время детерминированного поведения μ_{det} определяется по уровню $D=1/2$, что соответствовало 50-процентному расхождению между x и X . Как и ожидалось, чем меньше уровень шума, тем больше время детерминированного поведения μ_{det} . Так, уменьшение уровня шума на 4 порядка (параметр p увеличивается от 2 до 6) увеличивает время детерминированного поведения с 4 до 18.

На рис. 4 приведены значения «времени» динамического поведения μ_{det} , отвечающие различным индексам p уровня шумов. Оценочная прямая $\hat{\mu}(p)$ получена из



$$\hat{\mu}(p) = \log_2 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = p \log_2 10 - 1 = 3,32 p - 1.$$

Значения μ_{det} , полученные из рис. 2 и отмеченные на рис. 4 точками, удовлетворительно ложатся на оценочную прямую $\hat{\mu}(p)$, приведенную на рис. 4.

Рассмотренный пример показывает, что величина D может служить удовлетворительной мерой детерминированности динамического хаоса. Численные же результаты свидетельствуют о том, что время детерминированного поведения динамического хаоса существенно зависит от уровня шумов и может заметно превышать время корреляции.

Рис. 4 Зависимость «времени» детерминированного поведения μ_{det} от параметра p , характеризующего уровень шумов

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кравцов Ю. А., Эткин В. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 8, с. 992
- 2 Кравцов Ю. А., Эткин В. С. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 12, с. 2358
- 3 Кравцов Ю. А., Эткин В. С. Труды международной рабочей группы по турбулентным и нелинейным процессам — Киев, 1983, с. 129
- 4 Ford J — Phys Today, 1983, 36, № 4, p. 40.

Институт общей физики
АН СССР

Поступила в редакцию
17 сентября 1984 г.

УДК 537.87

К ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТОАКТИВНОМ ПЛАЗМЕННОМ ЦИЛИНДРЕ

Н. А. Азаренков, А. Н. Кондратенко, В. П. Олефир

Неоднородные по плотности плазменные образования, находящиеся в магнитном поле, — широко распространенный объект исследований как в лабораторной, так и в ионосферной плазме. В частности, в ионосфере такие неоднородности могут быть образованы в результате движения метеоров, искусственных спутников Земли или мощным радиоизлучением [1–3]. Радиальные размеры таких неоднородностей имеют значения от десятков метров до нескольких километров. В ионосфере существуют также и более крупные неоднородности — ионизованные облака (с размерами