ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVIII, № 7 РАДИОФИЗИКА 1985

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 550.388.2

О ПОГРЕШНОСТИ ОЦЕНКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА СНЧ ШУМОВ

В. С. Бордюженко

Естественные электромагнитные сигналы сверхнизкой частоты (СНЧ), возникающие благодаря излучению грозовых разрядов [1], представляют собой импульсный случайный процесс, при оценке спектра которого необходимо учитывать интерференцию радиоволн, возбуждаемых соседними по времени разрядами.

При описании сигнала предположим, что на вход узкополосного СНЧ приемника, регистрирующего вертикальную компоненту электрического поля, поступает случайная последовательность импульсов, представляющая собой пуассоновский поток, следующий со средней частотой $\lambda = 1/2T$.

Сверхнизкочастотный приемник состоит из узкополосного фильтра второго порядка, квадратичного детектора и интегратора. Положим, что постоянные времени интегратора и фильтра одинаковы. В этом случае [2] с выхода СНЧ приемника поступает случайный сигнал

$$D(\omega) = \langle K_0\rangle \{\langle A^2\rangle \langle G_{n0}(\omega)\rangle + (\langle A\rangle)^2 \langle G_{ne}(\omega)\rangle \times \\ \times d^2(\omega T)[d(2\omega T) + \langle K_0\rangle \langle d^2(K_0\omega T)\rangle]\}, \tag{1}$$

где $d(z) = \frac{1}{z}\sin(z)$, $\langle\cdot\rangle$ — операция статистического усреднения, K_0—случайная величина, распределенная по закону Пуассона с параметром распределения $\lambda\tau$, τ — постоянная времени фильтра, A — случайная амплитуда разрядов. $G_{n0}(\omega)$ и $G_{ne}(\omega)$ выражаются через функцию $g_n(\omega)$, описывающую форму импульса излучения,

$$G_{n0}(\omega) = 4\,|g_n(\omega)|^2; \tag{2}$$

$$G_{ne}(\omega) = 4[\operatorname{Re} g_n(\omega)\operatorname{Re} g_{n+e}(\omega) + \operatorname{Im} g_n(\omega)\operatorname{Im} g_{n+e}(\omega)], \tag{3}$$

где с точностью до постоянной

$$g_n(\omega) = [\nu(\nu+1)/\omega]P_\nu(-\cos\theta_n)/\sin\pi\nu, \tag{4}$$

$\nu(\omega) = (a + i\beta)\omega$ — комплексная постоянная распространения СНЧ радиоволн, θ_n — угловое расстояние от наблюдателя до n-го разряда, $P_\nu(x)$ — функция Лежандра, учитывающая дисперсионные свойства замкнутого промежутка Земля — ионосфера. Кроме полезного сигнала на выходе приемника (1) будет присутствовать и паразитный сигнал (второй член суммы), обусловленный взаимной интерференцией соседних по времени импульсов.

В работе [2] рассмотрено две предельные модели пространственного распределения молний: точечный источник, равномерно распределенный источник, и показано, что при $\omega T < \pi$ погрешность оценки энергетического спектра за счет влияния взаимной интерференции соседних разрядов соответственно составляет 15% и 1%.

Рассмотрим относительный вклад паразитного сигнала в результаты измерения энергетического спектра при произвольном законе распределения грозовых разрядов. Распределение амплитуд разрядов молний [2, 3] можно положить нормальным с параметрами $m=15$ *кА*, $\sigma=40$ *кА*.

Для определения $\langle G_{n0}(\omega)\rangle$ и $\langle G_{ne}(\omega)\rangle$ выразим функцию Лежандра комплексного индекса через гипергеометрическую функцию Гаусса, после разложения которой в ряд получим

$$\langle G_{n0}(\omega)\rangle = \left|\frac{2\nu(\nu+1)}{\omega\sin\pi\nu}\right|^2 \left|\sum_{k,n,}^{\infty}\sum_{j=0}^{k+n} \frac{(-\nu)_k(1+\nu)_k(-\nu)_n(1+\nu)_n}{(k!)^2 2^k (n!)^2 2^n} C^j_{n+k} m_j(x)\right|; \tag{5}$$

$$\langle G_{ne}(\omega)\rangle = 4\left(S_1^2+S_2^2\right),\quad S_1 = R+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{n}(-1)^n X_n C_n^j m_j(x),$$

$$S_2 = I+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{n}(-1)^n Y_n C_n^j m_j(x),$$

$$R+iI = \nu(\nu+1)/(\omega\sin\pi\nu),\quad X_n+iY_n=(R+iI)C_n, \tag{6}$$

$$C_n = \prod_{t=1-n}^{n}(\nu+t)/[(n!)^2 2^n],\quad x=\cos\theta,\quad -1\leqslant x\leqslant 1,$$

где $(z)_k = z(z+1)(z+2)\ldots(z+k-1)$ — символы Похгаммера, C_n^j — биномиальные коэффициенты, $m_j(x)$ — начальные моменты распределения источников.

Так как $\lambda\tau\gg 9$, представим пуассоновское распределение случайной величины K_0 через нормальное с математическим ожиданием и дисперсией, равными $\lambda\tau$, и получим, что

$$\langle d^2(K_0\omega T)\rangle \simeq \sum_{k=1}^{\infty} 2^k(\omega T)^{2(k-1)}(\lambda\tau)^{k-1} H_{2(k-1)}\left(-i\sqrt{\lambda\tau/2}\right)/(2k)!\,, \tag{7}$$

где $H_n(z)$ — полиномы Эрмита.

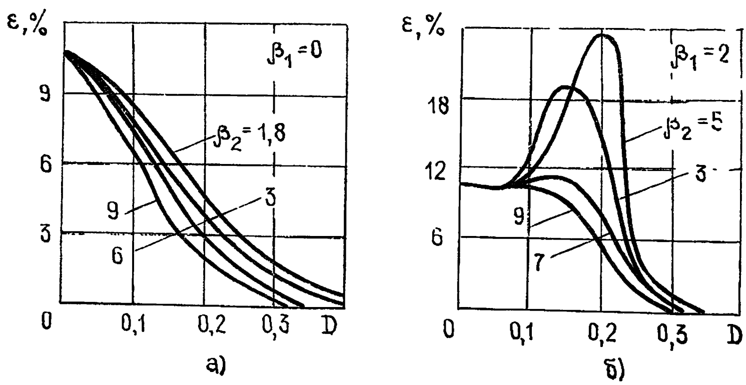

Рис. 1.

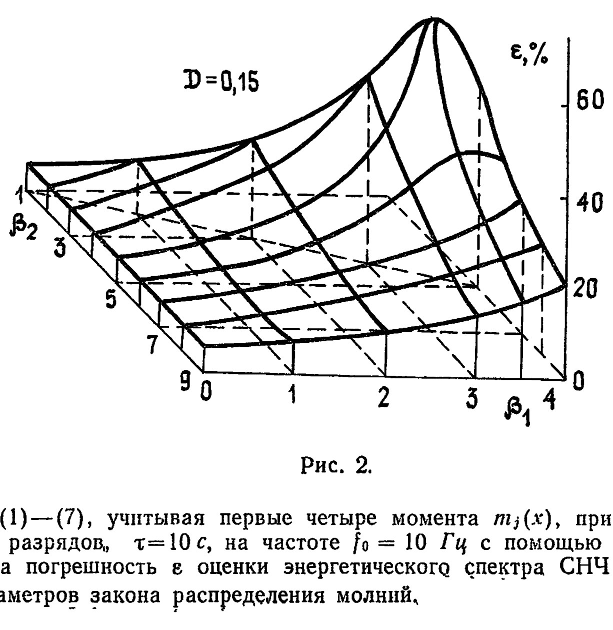

Рис. 2.

Согласно (1)—(7), учитывая первые четыре момента $m_j(x)$, при типичных значениях $\lambda=100$ разрядов, $\tau=10\ с$, на частоте $f_0 = 10\ Гц$ с помощью ЭВМ ЕС 1022 была рассчитана погрешность ε оценки энергетического спектра СНЧ шумов в зависимости от параметров закона распределения молний.

Результаты расчетов показали следующее.

1) При симметричном распределении источников (рис. 1а, $\beta_1=0$) с ростом дисперсии и эксцесса $W(x)$ погрешность ε монотонно убывает, составляя 12% при $D=0$ (точечный источник) и 1% при $D=0{,}333$, $\beta_2=1{,}8$ (равномерно распределенный источник), что хорошо согласуется с данными работы [2].

2) В случае асимметрии распределения $W(x)$ ($\beta_1 \geqslant 0{,}3 \div 0{,}4$) зависимость $\varepsilon=f(D)$ имеет ярко выраженный максимум (рис. 1б) при $D = 0{,}15 \div 0{,}2$, который может достигать 60%.

3) При незначительной дисперсии $D \leqslant 0{,}08$ погрешность оценки спектра растет с увеличением асимметрии и уменьшением эксцесса распределения гроз, колеблясь в пределах 9—12% при $\beta_1=0 \div 4$.

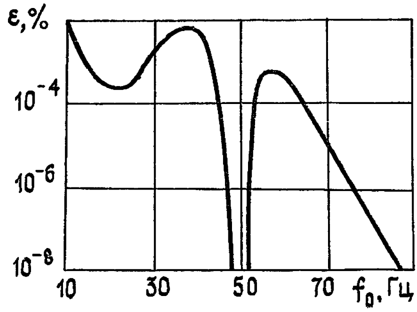

Рис. 3.

4) Максимальная погрешность, достигающая 60% (рис. 2) при $D \simeq 0{,}15$, $\beta_1 \simeq 3{,}5$, $\beta_2 \simeq 5$, с увеличением (уменьшением) дисперсии уменьшается, а координаты максимума на плоскости β_1, β_2 смещаются в сторону уменьшения (увеличения) асимметрии и увеличения (уменьшения) эксцесса распределения источников.

5) С ростом частоты погрешность оценки энергетического спектра быстро убывает, и ее практически можно не учитывать при $f_0 \geqslant 70$ *Гц* (на рис. 3 — зависимость $\varepsilon=f(f_0)$ при равномерном распределении источников).

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров М. С. и др. Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне СНЧ. — М.: Наука, 1972.
2. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 1, с. 3.
3. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 1, с. 34.

Винницкий политехнический институт

Поступила в редакцию 10 сентября 1984 г.

УДК 53.01:51

МЕРА ЧАСТИЧНОЙ ДЕТЕРМИНИРОВАННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА

Л. Ш. Илькова, Ю. А. Кравцов, О. С. Мергелян, В. С. Эткин

1. Важная особенность динамических систем, обнаруживающих стохастическое поведение, заключается в том, что им присущи как случайные, так и детерминированные свойства. Признаками случайного поведения служат спадающие корреляции, широкий спектр процесса и случайный характер числовых последовательностей, отвечающих марковскому разбиению. Явным же признаком детерминированности является предсказуемость на конечных интервалах времени [1–4].

Мирное сосуществование случайных и детерминированных свойств в динамическом хаосе заставляет по-новому взглянуть на соотношение случайности и детерминированности. Нам представляется целесообразным не противопоставлять случайные и детерминированные черты поведения, а рассматривать их как крайние проявления единого свойства — частичной детерминированности динамического хаоса, подобно тому, как полная когерентность и полная некогерентность рассматриваются сейчас как крайние проявления частичной когерентности.

Цель данной работы состоит в том, чтобы предложить количественную меру частичной детерминированности и рассмотреть пример, который иллюстрирует соотношение между определенностью и случайностью в простой системе, находящейся под действием шумов.

2. Непротиворечивым признаком частичной детерминированности может служить свойство предсказуемости: хорошая предсказуемость отвечает детерминированности, плохая — случайности. Предсказания поведения динамических систем строятся на основе тех или иных моделей. Поэтому вопрос о частичной детерминированности мы