ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVIII, № 7 РАДИОФИЗИКА 1985

УДК 621.391·519.217

АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОБНАРУЖЕНИЕМ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

А. А. Мальцев, А. М. Силаев

Задача оптимального оценивания состояния нелинейных динамических систем при совместном действии импульсных и шумовых возмущений решается с привлечением методов теории условных марковских процессов. Рассматриваются случаи дискретного и непрерывного времени. Для апостериорной плотности вероятностей состояния динамической системы и апостериорных вероятностей появления импульсных возмущений получены замкнутые системы взаимосвязанных уравнений при произвольной априорной статистике моментов появления импульсов. При пуассоновском потоке импульсов с независимыми и одинаково распределенными амплитудами плотность вероятностей состояния системы удовлетворяет известному уравнению Колмогорова—Феллера.

Многие физические системы в процессе своей работы подвержены возмущениям волнообразной формы [1]. Такие возмущения описывают воздействие на систему импульсов заданной формы со случайными амплитудами и в случайные моменты времени. Например, с помощью импульсных возмущений можно описывать траекторию маневрирующего объекта при решении задачи слежения [2]. К настоящему времени имеется ряд работ [3, 4], посвященных оптимальной фильтрации импульсных марковских процессов в непрерывном времени, описываемых интегродифференциальным уравнением Колмогорова—Феллера. При этом предполагается, что моменты появления импульсов образуют пуассоновский поток событий, а амплитуды взаимонезависимы и одинаково распределены.

В работах авторов [5, 6] задача оценивания состояния динамических систем при совместном воздействии импульсных и шумовых возмущений путем замены переменных была сведена к задаче оценивания состояния системы, имеющей на случайных интервалах времени различную структуру [7]. Используемый подход позволил получить непрерывные алгоритмы оптимального оценивания состояния линейных динамических систем, учитывающие действие на систему конечного числа возмущающих импульсов с экспоненциальным распределением интервалов времени между ними. Реализация этих алгоритмов на цифровых вычислительных машинах вызывает определенные трудности, связанные с переходом к дискретному времени. В настоящей работе выводятся непрерывные и дискретные алгоритмы оптимального оценивания состояния нелинейных динамических систем в случае произвольных априорных распределений амплитуд и моментов появления импульсных возмущений.

1. ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ С ОБНАРУЖЕНИЕМ ИМПУЛЬСОВ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

1. Постановка задачи. Пусть расширенный вектор состояния динамической системы z_k и вектор наблюдений y_{k+1} описываются в дискретном времени уравнениями

$$z_{k+1} = B(z_k, k) + G(z_k, k)\xi_k + \sum_{i=1}^{M} A_i \delta(k, \tau_i),$$
$$y_{k+1} = s(z_{k+1}, k+1) + \eta_{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Здесь $G(z_k, k)$ — матрица заданных функций, $B(z_k, k)$, $s(z_{k+1}, k+1)$ — известные вектор-функции, $\{\xi_k\}$, $\{\eta_{k+1}\}$ — последовательности независимых векторных случайных величин с заданными плотностями вероятностей $\rho_\xi(\xi_k, k)$, $\rho_\eta(\eta_{k+1}, k+1)$, описывающие шумы в системе и наблюдениях, $\sum_{i=1}^{M} A_i \delta(k, \tau_i)$ — последовательность импульсных возмущений системы, возникающих в случайные моменты времени τ_i со случайными амплитудами A_i, $\delta(k, \tau_i)$ — символ Кронекера,

$$\delta(k, \tau_i) = \begin{cases} 1, & k = \tau_i \\ 0, & k \neq \tau_i \end{cases},$$

M — число учитываемых импульсов.

Будем считать, что в начальный момент времени $k = 0$ заданы априорная вероятность $P_\tau(\tau)$ случайной совокупности $\tau \equiv \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_M\}$ упорядоченных моментов появления импульсов $\tau_1 < \tau_2 < \ldots < \tau_M$ и условная плотность вероятностей $P_{z,A}(z_0, A \mid \tau)$ случайной совокупности $\{z_0, A_1, A_2, \ldots, A_M\} \equiv \{z_0, A\}$. Заметим, что z_0, A_i — векторы с непрерывным фазовым пространством, τ_i — дискретные величины ($i = 1, 2, \ldots, M$). Предположим для простоты, что амплитуды импульсов взаимонезависимы и не зависят от моментов их появления τ и от начального состояния системы z_0. Тогда условная плотность вероятностей $P_{z_0 A}(z_0, A \mid \tau)$ запишется в виде

$$P_{z_0 A}(z_0, A \mid \tau) = P_{z_0}(z_0 \mid \tau) P_{A_1}(A_1) P_{A_2}(A_2) \ldots P_{A_M}(A_M),$$

где $P_{A_i}(A_i)$ — априорная плотность вероятностей амплитуды i-го импульса.

Задача состоит в том, чтобы в момент времени k по наблюдениям $\{y_1, y_2, \ldots, y_k\} \equiv y_1^k$ получить оптимальную оценку вектора состояния динамической системы z_k.

2. Переход к задаче со скачками. Для удобства введем ступенчатую функцию

$$1(k - \tau_i) \equiv \begin{cases} 0, & k \leqslant \tau_i \\ 1, & k > \tau_i \end{cases}.$$

Заметим, что символ Кронекера $\delta(k, \tau_i)$ выражается через $1(k - \tau_i)$ следующим образом:

$$\delta(k, \tau_i) = 1(k + 1 - \tau_i) - 1(k - \tau_i).$$

Перейдем от переменных $\{z_k, A_1, A_2, \ldots, A_M, \tau\}$ к новым переменным $\{q_{0k}, q_{1k}, q_{2k}, \ldots, q_{Mk}, \tau\}$, используя замену

$$q_{0k} = z_k - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(k - \tau_i),$$
$$q_{nk} \equiv q_{0k} + \sum_{i=1}^{n} A_i = z_k + \sum_{i=1}^{n} A_i - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(k - \tau_i), \quad 1 \leqslant n \leqslant M. \tag{2}$$

В новых переменных уравнения динамической системы и наблюдения (1) принимают вид

$$q_{j\,k+1}=\begin{cases}B(q_{0k},k)+G(q_{0k},k)\xi_k+q_{jk}-q_{0k}, & k\leqslant\tau_1\\ B(q_{nk},k)+G(q_{nk},k)\xi_k+q_{jk}-q_{nk}, & \tau_n<k\leqslant\tau_{n+1};\\ B(q_{Mk},k)+G(q_{Mk},k)\xi_k+q_{jk}-q_{Mk}, & \tau_M<k\end{cases}\qquad(3а)$$

$$y_{k+1}=\begin{cases}s(q_{0k+1},k+1)+\eta_{k+1}, & k<\tau_1\\ s(q_{n\,k+1},k+1)+\eta_{k-1}, & \tau_n\leqslant k<\tau_{n+1},\\ s(q_{M\,k+1},k+1)+\eta_{k+1}, & \tau_M\leqslant k\end{cases}\qquad(3б)$$

$$0\leqslant j\leqslant M,\quad 1\leqslant n\leqslant M-1,\quad k\geqslant 0.$$

Начальная плотность вероятностей для новой совокупности переменных $\{q_{0k},q_{1k},\ldots,q_{Mk}\}\equiv q_k$ при фиксированных моментах $\boldsymbol{\tau}$ выражается через функцию $P_{z_0A}(\boldsymbol{z}_0;\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\ldots,\boldsymbol{A}_M|\boldsymbol{\tau})$ в виде

$$P_{q_k}(q_k|\boldsymbol{\tau})|_{k=0}=$$

$$=\begin{cases}P_{z_0A}(q_{0k};q_{1k}-q_{0k},\ldots,q_{Mk}-q_{M-1\,k}|\boldsymbol{\tau})|_{k=0}, & 0\leqslant\tau_1\\ P_{z_0A}(q_{nk};q_{1k}-q_{0k},\ldots,q_{Mk}-q_{M-1\,k}|\boldsymbol{\tau})|_{k=0}, & \tau_n<0\leqslant\tau_{n+1}.\\ P_{z_0A}(q_{Mk};q_{1k}-q_{0k},\ldots,q_{Mk}-q_{M-1\,k}|\boldsymbol{\tau})|_{k=0}, & \tau_M<0\end{cases}$$

Таким образом, с помощью замены переменных (2) рассматриваемую динамическую систему (1) с импульсными возмущениями удается описать уравнениями (3), правые части которых скачкообразно изменяются в случайные моменты времени $\boldsymbol{\tau}\equiv\{\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_M\}$. Следовательно, для оптимального оценивания вектора состояния динамической системы $\boldsymbol{z}_k$ можно сначала решить задачу оптимального оценивания совокупности векторов $q_k\equiv\{q_{0k},q_{1k},\ldots,q_{Mk}\}$, а затем, используя соотношения (2), перейти снова к переменным $\{\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\ldots,\boldsymbol{A}_M\}$.

3. Дискретный алгоритм оценивания для задачи со скачками. Решение задачи оптимального оценивания состояния динамических систем, описываемых марковскими последовательностями со скачкообразными изменениями параметров и наблюдений дано в работе [8]. Однако уравнения (3), к которым приводит задача с импульсными возмущениями, несколько отличаются от рассматриваемых в [8] тем, что в каждый текущий момент времени k производятся наблюдения (3б) только одной компоненты совокупности $q_k\equiv\{q_{0k},q_{1k},\ldots,q_{Mk}\}$, и «переключения» наблюдений с одной компоненты на другую происходят на такт раньше, чем скачки в уравнениях системы (3а). Именно при таком порядке скачков исходный вектор $\boldsymbol{z}_k$ состояния динамической системы выражается с помощью замены (2) через вспомогательную совокупность переменных q_k.

Получим алгоритм оптимального оценивания для вспомогательной задачи с такой последовательностью переключений в общем виде. Предположим, что последовательность векторов $\boldsymbol{x}_k$ состояний динамической системы образует процесс $\{\boldsymbol{x}_k\}$ в дискретном времени, переходная плотность вероятностей которого задана и может скачком изменяться:

$$\pi(\boldsymbol{x}_{k+1},k+1|\boldsymbol{x}_k,k,\boldsymbol{\tau})\equiv\pi(\boldsymbol{x}_{k+1}|\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{\tau})=\qquad(4)$$

$$=\begin{cases}\pi_0(\boldsymbol{x}_{k+1}\mid\boldsymbol{x}_k), & k\leqslant\tau_1\\ \pi_n(\boldsymbol{x}_{k+1}\mid\boldsymbol{x}_k), & \tau_n<k\leqslant\tau_{n+1}\\ \pi_M(\boldsymbol{x}_{k+1}\mid\boldsymbol{x}_k), & \tau_M<k,\quad 1\leqslant n\leqslant M-1,\quad k\geqslant 0\end{cases}.$$

Пусть в начальный момент времени заданы условная плотность вероятностей $P(\boldsymbol{x}_0|\boldsymbol{\tau})$ процесса $\{\boldsymbol{x}_k\}$ и априорная вероятность $P_{\tau}(\boldsymbol{\tau})$ случайных моментов скачков $\boldsymbol{\tau} \equiv \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M\}$.

Наблюдения $\boldsymbol{y}_{k+1}$ будем представлять в виде

$$\boldsymbol{y}_{k+1} = \begin{cases} \boldsymbol{s}_0(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) + \boldsymbol{\eta}_{k+1}, & k<\tau_1 \\ \boldsymbol{s}_n(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) + \boldsymbol{\eta}_{k+1}, & \tau_n \leqslant k < \tau_{n+1}, \\ \boldsymbol{s}_M(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) + \boldsymbol{\eta}_{k+1}, & \tau_M \leqslant k \end{cases} \tag{5}$$

$$1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad k \geqslant 0,$$

где $\boldsymbol{s}_i$ — заданные вектор-функции $(i=1,2,\dots,M)$, $\boldsymbol{\eta}_{k+1}$ — вектор шумов наблюдений с взаимно независимыми значениями, статистически независимый по отношению к процессу $\{\boldsymbol{x}_k\}$ и описываемый плотностью вероятностей $\rho_{\eta}(\boldsymbol{\eta}_{k+1}, k+1)$. Задача фильтрации состоит в том, чтобы по наблюдениям $\{\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2, \dots, \boldsymbol{y}_k\} \equiv \boldsymbol{y}_1^k$ оптимальным образом найти оценку $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ вектора состояния системы $\boldsymbol{x}_k$ и определить число скачков, появившихся к моменту времени k.

Вычислить оптимальную оценку $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ по любому заданному критерию позволяет апостериорная плотность вероятностей $P(\boldsymbol{x}_k, k\,|\,\boldsymbol{y}_1^k) = W(\boldsymbol{x}_k, k)$ процесса $\boldsymbol{x}_k$. Функцию $W(\boldsymbol{x}_k, k)$ представим в виде суммы

$$W(\boldsymbol{x}_k, k) = \sum_{j=0}^{M} p_j(k)\, W_j(\boldsymbol{x}_k, k), \tag{6}$$

где $W_j(\boldsymbol{x}_k, k) \equiv P(\boldsymbol{x}_k, k\,|\,\tau_j < k \leqslant \tau_{j+1}, \boldsymbol{y}_1^k)$ — апостериорная плотность вероятностей состояния $\boldsymbol{x}_k$ при появлении j скачков, $p_j(k) \equiv P(\tau_j < k \leqslant \tau_{j+1}|\boldsymbol{y}_1^k)$ — апостериорная вероятность появления j скачков к моменту времени k. С применением методов теории условных марковских процессов аналогично работе [8] можно получить рекуррентные уравнения для функций $p_j(k)$, $W_j(\boldsymbol{x}_k, k)$, $j=0,1,\dots,M$, позволяющие вычислять их значения на $k+1$-м шаге через значения на k-м шаге и новые наблюдения $\boldsymbol{y}_{k+1}$. Эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} p_0(k+1) &= \frac{\Phi_{00}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}[1-\nu_0(k)]\,p_0(k), \\ p_n(k+1) &= \frac{\Phi_{nn}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}[1-\nu_n(k)]\,p_n(k) + \\ &\quad + \frac{\Phi_{n-1\,n}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}\nu_{n-1}(k)\,p_{n-1}(k), \\ p_M(k+1) &= \frac{\Phi_{MM}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}p_M(k) + \frac{\Phi_{M-1\,M}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)}\nu_{M-1}(k)\,p_{M-1}(k), \end{aligned} \tag{7}$$

$$1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad k \geqslant 0;$$

$$\begin{aligned} W_0(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) &= W_{00}(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1), \\ W_n(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) &= W_{nn}(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) + \beta_n(k+1)\,[W_{n-1\,n}(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) - \\ &\quad - W_{nn}(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1)], \\ W_{ij}(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1) &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\eta}[\boldsymbol{y}_{k+1} - \boldsymbol{s}_j(\boldsymbol{x}_{k+1}, k+1); k+1]\,\pi_i(\boldsymbol{x}_{k+1}|\boldsymbol{x}_k) \times \\ &\quad \times W_i(\boldsymbol{x}_k, k)\,d\boldsymbol{x}_k\,[\Phi_{ij}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k+1)]^{-1}, \end{aligned} \tag{8}$$

$$1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad 0 \leqslant i, j \leqslant M, \quad k \geqslant 0.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\Phi_{ij}(y_{k+1}, k) \equiv \iint\limits_{-\infty}^{\infty} p_{\eta}[y_{k+1} - s_j(x_{k+1}, k+1); k+1] \times$$

$$\times \pi_i(x_{k+1} | x_k) W_i(x_k, k)\, dx_k\, dx_{k+1}, \quad i, j = 0, 1, 2, \ldots, M,$$

$$\Phi(y_{k+1}, k) \equiv \sum_{j=0}^{M} p_j(k) \Phi_{jj}(y_{k+1}, k) + \sum_{j=0}^{M-1} \nu_j(k) p_j(k) \times$$

$$\times [\Phi_{jj+1}(y_{k+1}, k) - \Phi_{jj}(y_{k+1}, k)], \quad \nu_0(k) \equiv P_{\tau_1}(k) \Big/ \sum_{\tau_1=k}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1);$$

$$\nu_n(k) \equiv P_{\tau_{n+1}}(k) \Big/ \sum_{\tau_n=-\infty}^{k-1} \sum_{\tau_{n+1}=k}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1}),$$

$$\beta_n(k+1) \equiv$$

$$\equiv \frac{\nu_{n-1}(k) p_{n-1}(k) \Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k)}{\nu_{n-1}(k) p_{n-1}(k) \Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k) + [1 - \nu_n(k)] p_n(k) \Phi_{nn}(y_{k+1}, k)}, \tag{10}$$

$$\beta_M(k+1) \equiv \frac{\nu_{M-1}(k) p_{M-1}(k) \Phi_{M-1\,M}(y_{k+1}, k)}{\nu_{M-1}(k) p_{M-1}(k) \Phi_{M-1\,M}(y_{k+1}, k) + p_M(k) \Phi_{MM}(y_{k+1}, k)},$$

$$1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad k \geqslant 0.$$

Начальные условия для функций $p_j(k)$, $W_j(x_k, k)$ выражаются через априорные вероятности моментов скачков и плотности вероятностей состояния системы:

$$p_0(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_1=0}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1) \equiv p_0,$$

$$p_n(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_n=-\infty}^{-1} \sum_{\tau_{n+1}=0}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1}) \equiv p_n,$$

$$p_M(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_M=-\infty}^{-1} P_{\tau_M}(\tau_M) \equiv p_M,$$

$$\tag{11}$$

$$W_0(x_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_1=0}^{\infty} P(x_0 | \tau_1) P_{\tau_1}(\tau_1)/p_0 \equiv P_0(x_0),$$

$$W_n(x_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_n=-\infty}^{-1} \sum_{\tau_{n+1}=0}^{\infty} P(x_0 | \tau_n, \tau_{n+1}) P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1})/p_n \equiv P_n(x_0),$$

$$W_M(x_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_M=-\infty}^{-1} P(x_0 | \tau_M) P_{\tau_M}(\tau_M)/p_M \equiv P_M(x_0), \qquad 1 \leqslant n \leqslant M-1.$$

Заметим, что алгоритм оптимального оценивания (6)—(11) с обнаружением скачков в наблюдениях и запаздывающих на один шаг скачков в системе отличается от алгоритма, полученного в [8], только тем, что плотности вероятностей $W_{n-1\,n}(x_{k+1}, k+1)$ и функции $\Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k)$ находятся с помощью усреднения по плотности вероятностей перехода $\pi_{n-1}(x_{k+1}|x_k)$, в то время как в [8] усреднение проводится по $\pi_n(x_{k+1}|x_k)$.

4. Оптимальное оценивание при импульсных возмущениях. Если обозначить совокупность $q_k \equiv \{q_{0k}, q_{1k}, \ldots, q_{Mk}\}$, заданную уравнениями (3), через вектор x_k, то полученный выше алгоритм (6)—(11) может быть применен для решения поставленной задачи оценивания состояния системы при импульсных возмущениях. Действительно, замена переменных (2) связывает значения апостериорных плотностей вероятностей $P_{z_k A\tau}(z_k, A, \tau|y_1^k)$ и $P_{q_k\tau}(q_k, \tau|y_1^k)$ смешанных случайных совокупностей $\{z_k, A, \tau\}$ и $\{q_k, \tau\}$ соотношением

$$P_{z_k A\tau}(z_k, A, \tau|y_1^k) = P_{q_k\tau}\Bigg[z_k - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(k-\tau_i); \ldots;$$
$$z_k + \sum_{l=1}^{n} A_l - \sum_{l=1}^{M} A_i 1(k-\tau_l); \ldots; z_k + \sum_{i=1}^{M} A_l - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(k-\tau_l); \tau|y_1^k\Bigg]. \tag{12}$$

Таким образом, решив задачу фильтрации для совокупности $q_k \equiv \{q_{0k}, q_{1k}, \ldots, q_{Mk}\}$, с помощью (12) перейдем к задаче фильтрации совокупности $\{z_k, A_1, \ldots, A_M\}$.

Считая $x_k \equiv q_k$ и вводя аналогично (6) апостериорные функции $p_j(k), W_{jq}(q_k, k)$, представим, используя (12), апостериорную плотность вероятностей совокупности $\{z_k, A\}$ в виде суммы

$$W_{z_k A}(z_k, A, k) = \sum_{j=0}^{M} p_j(k) W_{jq}\Bigg(z_k - \sum_{i=1}^{j} A_i; \ldots; z_k +$$
$$+ \sum_{l=1}^{n} A_l - \sum_{i=1}^{j} A_i; \ldots; z_k + \sum_{i=1}^{M} A_l - \sum_{i=1}^{j} A_i; k\Bigg).$$

Отсюда, после интегрирования по амплитудам A, получим выражение непосредственно для апостериорной плотности вероятностей процесса $\{z_k\}$:

$$W_{z_k}(z_k, k) = \sum_{j=0}^{M} p_j(k)\, W_j(z_k, k). \tag{13}$$

Здесь $p_j(k)$ — апостериорная вероятность появления j-импульсов к моменту времени k, $W_j(z_k, k)$ — апостериорная плотность вероятностей z_k при условии появления j-импульсов. Причем функция $W_j(z_k, k)$ совпадает с условной плотностью вероятностей j-компоненты совокупности $q_k \equiv \{q_{0k}, \ldots, q_{jk}, \ldots, q_{Mk}\}$:

$$W_j(z_k, k) = W_{jq_j}(q_{jk}, k)|_{q_{jk}=z_k}, \quad j = 0, 1, \ldots, M.$$

Рекуррентные уравнения для самих функций $W_j(z_k, k)$, а также начальные условия к ним находятся из (8), (11), где $x_k \equiv q_k$, после интегрирования по другим компонентам $q_{0k}, q_{1k}, \ldots, q_{j-1\,k}, q_{j+1\,k}, \ldots, q_{Mk}$. В результате, учитывая взаимонезависимость амплитуд импульсов A^l

и их независимость от z_0 и моментов появления τ, получим следующие общие уравнения алгоритма оптимального оценивания с обнаружением импульсов*:

$$
\begin{gathered}
p_0(k+1) = \frac{\Phi_{00}(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} [1-\nu_0(k)] p_0(k), \\
p_n(k+1) = \frac{\Phi_{nn}(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} [1-\nu_n(k)] p_n(k) + \\
+ \frac{\Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} \nu_{n-1}(k) p_{n-1}(k), \qquad (14) \\
p_M(k+1) = \frac{\Phi_{MM}(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} p_M(k) + \frac{\Phi_{M-1\,M}(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} \nu_{M-1}(k) p_{M-1}(k), \\
1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad k \geqslant 0;
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
W_0(z_{k+1}, k+1) = W_{00}(z_{k+1}, k+1), \\
W_n(z_{k+1}, k+1) = W_{nn}(z_{k+1}, k+1) + \beta_n(k+1) \times \\
\times [W_{n-1\,n}, (z_{k+1}, k+1) - W_{nn}(z_{k+1}, k+1)], \\
W_{jj}(z_{k+1}, k+1) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [y_{k+1} - s(z_{k+1}, k+1); k+1] \times \\
\times \pi(z_{k+1}|z_k) W_j(z_k, k) dz_k [\Phi_{jj}(y_{k+1}, k)]^{-1}, \qquad (15) \\
W_{n-1\,n}(z_{k+1}, k+1) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [y_{k+1} - s(z_{k+1}, k+1); k+1] \times \\
\times \int_{-\infty}^{\infty} \pi(z_{k+1} - A_n | z_k) P_{An}(A_n) dA_n W_{n-1}(z_k, k) dz_k \times \\
\times [\Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k)]^{-1}, \quad 1 \leqslant n \leqslant M, \quad 0 \leqslant j \leqslant M, \quad k \geqslant 0,
\end{gathered}
$$

с начальными условиями

$$
\begin{gathered}
p_0(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_1=0}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1) \equiv p_0, \\
p_n(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_n=-\infty}^{-1} \sum_{\tau_{n+1}=0}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1}) \equiv p_n, \qquad (16) \\
p_M(k)|_{k=0} = \sum_{\tau_M=-\infty}^{-1} P_{\tau_M}(\tau_M) \equiv p_M, \\
W_0(z_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_1=0}^{\infty} P_{z_0}(z_0|\tau_1) P_{\tau_1}(\tau_1)/p_0 \equiv P_0(z_0),
\end{gathered}
$$

---

* В случае произвольного распределения амплитуд импульсов в уравнения (15) будут входить апостериорные плотности вероятностей амплитуд $P_{A_n}\left[A_n | \tau_{n-1} < k < \tau_n, y_1^k\right]$, для которых, в свою очередь, необходимо получить рекуррентные выражения.

$$W_n(z_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_n=-\infty}^{-1} \sum_{\tau_{n+1}=0}^{\infty} P_{z_0}(z_0|\tau_n, \tau_{n+1}) P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1})/p_n \equiv P_n(z_0),$$

$$W_M(z_k, k)|_{k=0} = \sum_{\tau_M=-\infty}^{-1} P_{z_0}(z_0|\tau_M) P_{\tau_M}(\tau_M)/p_M \equiv P_M(z_0), \quad 1 \leqslant n \leqslant M-1.$$

В уравнениях (14), (15) для функций $\Phi(y_{k+1}, k)$, $\nu_n(k)$, $\beta_n(k+1)$ приняты обозначения (9), (10). Функции $\Phi_{jj}(y_{k+1}, k)$, $\Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k)$ имеют вид

$$\Phi_{jj}(y_{k+1}, k) \equiv \iint_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [y_{k+1} - s(z_{k+1}, k+1); k+1] \, \pi(z_{k+1}|z_k) \times$$
$$\times W_j(z_k, k) \, dz_k \, dz_{k+1},$$
$$\Phi_{n-1\,n}(y_{k+1}, k) \equiv \iint_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [y_{k+1} - s(z_{k+1}, k+1); k+1] \times \tag{17}$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \pi(z_{k+1} - A_n | z_k) P_{A_n}(A_n) \, dA_n \, W_{n-1}(z_k, k) \, dz_k \, dz_{k+1},$$
$$0 \leqslant j \leqslant M, \quad 1 \leqslant n \leqslant M, \quad k \geqslant 0.$$

Переходные плотности вероятностей $\pi(z_{k+1}|z_k)$ соответствуют модельному уравнению динамической системы без импульсных возмущений

$$z_{k+1} = B(z_k, k) + G(z_k, k) \xi_k$$

и несложно выражаются через плотность вероятностей шумового возмущения системы $\rho_\xi(\xi_k, k)$. Например, если $G(z_k, k)$ — единичная матрица, то $\pi(z_{k+1}|z_k) = \rho_\xi[z_{k+1} - B(z_k, k); k]$.

Система уравнений (13)—(17) с обозначениями (9), (10) образует искомый алгоритм оптимального оценивания состояния динамической системы в реальном масштабе времени. Для практической реализации алгоритма необходимо перейти от уравнений (13), (15) для плотностей вероятностей к уравнениям для самих оценок. Заметим, что оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $\hat{z}_k$ представляется в виде взвешенной суммы условных оценок $\hat{z}_j(k)$, являющихся математическими ожиданиями плотностей $W_j(z_k, k)$:

$$\hat{z}_k = \sum_{j=0}^{M} p_j(k) \hat{z}_j(k) \equiv \sum_{j=0}^{M} p_j(k) \int_{-\infty}^{\infty} z_k W_j(z_k, k) \, dz_k. \tag{18}$$

Получить точные уравнения для оценок $\hat{z}_j(k)$ в рекуррентной форме в общем случае не удается. Однако можно пользоваться различными приближенными методами.

Например, в случае линейных систем и наблюдений, гауссовых шумов ξ_k, η_{k+1} в системе и наблюдениях и гауссовых амплитуд импульсных возмущений A_l можно приближенно считать плотности вероятностей $W_j(z_k, k)$ на каждом шаге гауссовыми ($j = 0, 1, \ldots, M$). В этом случае, как следует из (15), вспомогательные плотности вероятностей $W_{jj}(z_{k+1}, k+1)$, $W_{n-1\,n}(z_{k+1}, k+1)$ также будут гауссовы ($0 \leqslant j \leqslant M$,

$1 \leqslant n \leqslant M$), и для их средних значений и матриц ковариаций можно получить замкнутые уравнения, как для обычного дискретного фильтра Калмана (см., например, [9]). Функции $\Phi_{jj}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)$ и $\Phi_{n-1\,n}(\boldsymbol{y}_{k+1}, k)$ при этом также имеют гауссов вид относительно наблюдений $\boldsymbol{y}_{k+1}$ (см. (17)).

5. Уравнение Колмогорова—Феллера в дискретном времени. Процесс $\{\boldsymbol{z}_k\}$, описывающий состояние динамической системы в соответствии с уравнениями (1), является марковским только в совокупности со случайными амплитудами $\boldsymbol{A} \equiv \{\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \ldots, \boldsymbol{A}_M\}$ и моментами $\boldsymbol{\tau} \equiv \equiv \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_M\}$ появления импульсных возмущений. Однако, по крайней мере в одном случае, процесс $\{\boldsymbol{z}_k\}$ будет сам обладать свойством марковости. Для этого должны выполняться следующие условия:

1) Число импульсных возмущений бесконечно велико, $M = \infty$.

2) Все амплитуды $\boldsymbol{A}_i$ взаимонезависимы и одинаково распределены с некоторой плотностью вероятностей $P_a(\boldsymbol{A}_i)$, $i = 1, 2, \ldots$

3) Интервалы времени между моментами появления соседних импульсов $u_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ взаимонезависимы и распределены одинаково — по геометрическому закону ($i = 2, 3, 4, \ldots$)

$$P_{u_i}(u_i) = \begin{cases} \nu(1-\nu)^{u_i - 1}, & u_i > 0 \\ 0, & u_i \leqslant 0 \end{cases} \tag{19}$$

с некоторым параметром ν. Причем вероятность момента появления первого импульса имеет распределение $P_{\tau_1}(\tau_1) = \nu(1-\nu)^{\tau_1}$, $\tau_1 \geqslant 0$.

В этом случае все коэффициенты $\nu_n(k) \equiv \nu$ между собой равны, и из (13)—(17) можно получить рекуррентное уравнение для апостериорной плотности вероятностей самого процесса $\{\boldsymbol{z}_k\}$:

$$\begin{gathered} W(\boldsymbol{z}_{k+1}, k+1) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [\boldsymbol{y}_{k+1} - \boldsymbol{s}(\boldsymbol{z}_{k+1}, k+1); k+1] \times \\ \times \left\{ (1-\nu)\pi(\boldsymbol{z}_{k+1}|\boldsymbol{z}_k) + \nu \int_{-\infty}^{\infty} \pi(\boldsymbol{z}_{k+1} - \boldsymbol{A}|\boldsymbol{z}_k) P_a(\boldsymbol{A})\, d\boldsymbol{A} \right\} W(\boldsymbol{z}_k, k) d\boldsymbol{z}_k \times \\ \times \left[\iint_{-\infty}^{\infty} \rho_\eta [\boldsymbol{y}_{k+1} - \boldsymbol{s}(\boldsymbol{z}_{k+1}, k+1); k+1] \times \right. \\ \left. \times \left\{ (1-\nu)\pi(\boldsymbol{z}_{k+1}|\boldsymbol{z}_k) + \nu \int_{-\infty}^{\infty} \pi(\boldsymbol{z}_{k+1} - \boldsymbol{A}|\boldsymbol{z}_k) P_a(\boldsymbol{A})\, d\boldsymbol{A} \right\} W(\boldsymbol{z}_k, k) d\boldsymbol{z}_k d\boldsymbol{z}_{k+1} \right]^{-1}, \\ W(\boldsymbol{z}_k, k)|_{k=0} = P_{z_0}(\boldsymbol{z}_0), \quad k \geqslant 0. \end{gathered} \tag{20}$$

Уравнение (20) является аналогом уравнения Колмогорова—Феллера (см., например, [10]) для нелинейных систем с учетом наблюдений в дискретном времени.

2. ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ С ОБНАРУЖЕНИЕМ ИМПУЛЬСОВ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

1. Постановка задачи. Рассмотрим динамическую систему в непрерывном времени, расширенный вектор состояния которой и наблюдения по аналогии с (1) описываются уравнениями

$$\frac{d\boldsymbol{z}}{dt} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{z}, t) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{z}, t)\,\boldsymbol{\xi}(t) + \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{A}_i\,\delta(t - \tau_i), \tag{21}$$

$$y(t) = s(z, t) + \eta(t), \quad t > 0.$$

Здесь $G(z, t)$ — матрица, $B(z, t)$, $s(z, t)$ — вектор-функции, характеризующие динамическую систему и наблюдения; $\xi(t)$, $\eta(t)$ — независимые белые гауссовы шумы с нулевыми средними значениями и матрицами интенсивностей $Q(t)$, $N(t)$; $\sum_{i=1}^{M} A_i \delta(t-\tau_i)$ — последовательность δ-функций, описывающая импульсные возмущения, возникающие в случайные упорядоченные моменты времени τ_i $(\tau_1 < \tau_2 < \ldots < \tau_M)$ со случайными интенсивностями A_i; M — число импульсных возмущений.

Будем считать, что в начальный момент времени $t=0$ известна априорная плотность вероятностей

$$P_{zA\tau}(z, A, \tau) = P_{z\tau}(z, \tau) P_{A_1}(A_1) P_{A_2}(A_2) \ldots P_{A_M}(A_M)$$

совокупности начального значения процесса $z(t)|_{t=0}$, случайных взаимонезависимых величин интенсивностей $A \equiv \{A_1, A_2, \ldots, A_M\}$ и моментов появления $\tau \equiv \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_M\}$ импульсных возмущений. Задача состоит в том, чтобы по известным на интервале времени $[0, t]$ наблюдениям y_0^t получить оптимальную оценку $\hat{z}(t)$ вектора состояния системы $z(t)$ и определить число импульсов, появившихся к моменту времени t.

2. Переход к задаче со скачками. Как и в случае с дискретным временем, поставленная задача сводится к задаче со скачкообразными изменениями параметров системы и наблюдений. Для этого введем новые переменные $\{q_0, q_1, \ldots, q_M\} \equiv q$:

$$\begin{gathered} q_0(t) = z(t) - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(t - \tau_i), \\ q_n(t) \equiv q_0(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i = z(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i - \sum_{i=1}^{M} A_i 1(t - \tau_i), \\ 1 \leqslant n \leqslant M, \quad t \geqslant 0, \end{gathered} \tag{22}$$

где, как и прежде, $1(t-\tau_i)$ — единичная функция,

$$1(t-\tau_i) \equiv \begin{cases} 0, & t \leqslant \tau_i \\ 1, & t > \tau_i \end{cases}.$$

В новых переменных $\{q, \tau\}$ система уравнений (21) принимает вид

$$\begin{gathered} \frac{dq_j}{dt} = B(q_j, t) + G(q_j, t)\xi(t), \quad y(t) = s(q_j, t) + \eta(t), \\ j = \begin{cases} 0, & t \leqslant \tau_1 \\ n, & \tau_n < t \leqslant \tau_{n+1}, \quad 1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad t > 0. \\ M, & \tau_M < t \end{cases} \end{gathered} \tag{23}$$

Начальные условия к уравнениям (23) выражаются через априорную плотность вероятностей $P_{zA\tau}(z, A, \tau)$ с учетом перехода (22) от переменных $\{z, A, \tau\}$ к переменным $\{q, \tau\}$:

$$P_{q\tau}(q, \tau) = \begin{cases} P_{zA\tau}(q_0; q_1 - q_0, \ldots, q_M - q_{M-1}; \tau), & 0 \leqslant \tau_1 \\ P_{zA\tau}(q_n; q_1 - q_0, \ldots, q_M - q_{M-1}; \tau), & \tau_n < 0 \leqslant \tau_{n+1} \\ P_{zA\tau}(q_M; q_1 - q_0, \ldots, q_M - q_{M-1}; \tau), & \tau_M < 0 \end{cases} \quad (24)$$

Для оптимального оценивания состояния динамической системы (21) необходимо сначала решить задачу оценивания для системы (23), (24), а затем, воспользовавшись соотношениями (22), вернуться снова к переменным $\{z, A, \tau\}$.

3 Уравнения алгоритма оптимального оценивания с обнаружением импульсов. В отличие от рассмотренного выше в первой части работы случая дискретного времени в непрерывных системах замена переменных (22) приводит задачу с импульсными возмущениями к задаче со скачками, происходящими одновременно в системе и наблюдениях. Поэтому, следуя работе [8], апостериорную плотность вероятностей процесса $z(t)$ представим в виде

$$W(z, t) = \sum_{j=0}^{M} p_j(t)\, W_j(z, t), \quad (25)$$

где $p_j(t) = P(\tau_j < t \leqslant \tau_{j+1} \mid y_0^t)$ — апостериорная вероятность появления j-импульсов к моменту времени t, $W_j(z, t)$ — условная апостериорная плотность вероятностей процесса $z(t)$ при условии появления j-импульсов. Опуская все промежуточные преобразования (подобные проведенным выше для дискретного времени), для функций $p_j(t)$, $W_j(z, t)$, $j = 0, 1, \ldots, M$ можно получить следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{gathered} dp_0/dt = -\nu_0(t) p_0 + [\langle F(z,t)\rangle_0 - \langle F(z,t)\rangle] p_0, \\ dp_n/dt = -\nu_n(t) p_n + \nu_{n-1}(t) p_{n-1} + [\langle F(z,t)\rangle_n - \langle F(z,t)\rangle] p_n, \\ dp_M/dt = \nu_{M-1}(t) p_{M-1} + [\langle F(z,t)\rangle_M - \langle F(z,t)\rangle] p_M, \\ 1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad t > 0; \end{gathered} \quad (26)$$

$$\begin{gathered} \partial W_0(z, t)/\partial t = L W_0(z, t) + [F(z, t) - \langle F(z, t)\rangle_0]\, W_0(z, t), \\ \partial W_n(z, t)/\partial t = L W_n(z, t) + [F(z, t) - \langle F(z, t)\rangle_n]\, W_n(z, t) + \\ + \frac{\nu_{n-1}(t)\, p_{n-1}(t)}{p_n(t)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} W_{n-1}(z - A_n, t)\, P_{A_n}(A_n)\, dA_n - W_n(z, t) \right], \end{gathered} \quad (27)$$

Здесь

$$1 \leqslant n \leqslant M, \quad t > 0.$$

$$\begin{gathered} F(z, t) \equiv s^{\mathrm{T}}(z, t)\, N^{-1}(t)\, [y(t) - s(z, t)/2], \\ \langle F(z, t)\rangle_j \equiv \int_{-\infty}^{\infty} F(z, t)\, W_j(z, t)\, dz, \qquad \langle F(z, t)\rangle \equiv \sum_{j=0}^{M} p_j(t) \langle F(z, t)\rangle_j, \end{gathered} \quad (28)$$

«т» — знак транспонирования, $N^{-1}(t)$ — матрица, обратная матрице интенсивностей шумов наблюдений $N(t)$, $P_{A_n}(A_n)$ — априорная плотность вероятностей интенсивности n-го импульса, $L(\cdot)$ — оператор Фоккера — Планка — Колмогорова (см., например, [10]) для стохастического уравнения (21) без импульсных возмущений:

$$dz/dt = B(z, t) + G(z, t)\, \xi(t).$$

По аналогии с дискретным временем коэффициенты $\nu_n(t)$ выражаются через априорные плотности вероятностей моментов появления импульсов

$$\nu_n(t) \equiv P_{\tau_{n+1}}(t) \Big/ \int_{-\infty}^{t} d\tau_n \int_{t}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1})\, d\tau_{n+1},$$

$$\nu_0(t) \equiv P_{\tau_1}(t) \Big/ \int_{t}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1)\, d\tau_1, \quad 1 \leqslant n \leqslant M-1, \quad t > 0, \tag{29}$$

и характеризуют априорную вероятность появления $n+1$-го импульса в момент времени t при условии, что к моменту t уже появилось n импульсов ($n=0, 1, \ldots, M-1$).

Начальные условия к уравнениям (26), (27) имеют вид

$$p_0(t)\,|_{t=0} = \int_{0}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1)\, d\tau_1 \equiv p_0,$$

$$p_n(t)\,|_{t=0} = \int_{-\infty}^{0} d\tau_n \int_{0}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1})\, d\tau_{n+1} \equiv p_n,$$

$$p_M(t)\,|_{t=0} = \int_{-\infty}^{0} P_{\tau_M}(\tau_M)\, d\tau_M \equiv p_M,$$

$$W_0(z, t)|_{t=0} = \int_{0}^{\infty} P_{z\tau_1}(z, \tau_1)\, d\tau_1 \Big/ \int_{0}^{\infty} P_{\tau_1}(\tau_1)\, d\tau_1 \equiv P_0(z),$$

$$W_n(z, t)|_{t=0} = \tag{30}$$

$$= \int_{-\infty}^{0} d\tau_n \int_{0}^{\infty} P_{z\tau_n \tau_{n+1}}(z, \tau_n, \tau_{n+1})\, d\tau_{n+1} \Big/ \int_{-\infty}^{0} d\tau_n \int_{0}^{\infty} P_{\tau_n \tau_{n+1}}(\tau_n, \tau_{n+1})\, d\tau_{n+1} \equiv P_n(z),$$

$$W_M(z, t)|_{t=0} = \int_{-\infty}^{0} P_{z\tau_M}(z, \tau_M)\, d\tau_M \Big/ \int_{-\infty}^{0} P_{\tau_M}(\tau_M)\, d\tau_M \equiv P_M(z),$$

$$1 \leqslant n \leqslant M-1.$$

Уравнения (25)—(30) образуют в реальном времени алгоритм вычисления апостериорной плотности вероятностей состояния динамической системы. Оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $\hat{z}(t)$ состояния системы $z(t)$ в силу (25) представляется в виде суммы

$$\hat{z}(t) = \sum_{j=0}^{M} p_j(t)\, \hat{z}_j(t) = \sum_{j=0}^{M} p_j(t) \int_{-\infty}^{\infty} z W_j(z, t)\, dz. \tag{31}$$

А уравнения для самих элементарных оценок $\hat{z}_j(t)$ можно найти из (27), например, в гауссовом приближении [7, 11]. Входящие в уравнения (26) функции $p_j(t)$ имеют смысл апостериорных вероятностей появления импульсных возмущений. Поэтому алгоритм (25)—(30) может быть использован так же как исходный, в задаче оптимального обнаружения импульсных возмущений.

В частном случае, когда число импульсных возмущений бесконечно велико, амплитуды их взаимонезависимы и одинаково распределены, а моменты появления образуют пуассоновский поток событий со средней частотой ν, причем момент появления первого импульса имеет экспоненциальный априорный закон распределения вида

$$P_{\tau_1}(\tau_1) = \nu e^{-\nu\tau_1} 1(\tau_1), \tag{32}$$

из бесконечной цепочки уравнений (26), (27) несложно получить широко используемое в теории оптимальной фильтрации [3, 4] уравнение Колмогорова — Феллера — Стратоновича для апостериорной плотности вероятностей процесса $z(t)$:

$$\frac{\partial W(z, t)}{\partial t} = LW(z, t) - \nu W(z, t) + \nu \int_{-\infty}^{\infty} W(z - A, t) P_a(A)\, dA + \\ + [F(z, t) - \langle F(z, t)\rangle]\, W(z, t). \tag{33}$$

Очевидно, что в этом случае процесс $z(t)$ является марковским и уравнение (33) может быть записано сразу [10, 11]. При произвольной статистике следования импульсов необходимо исследовать цепочку уравнений (26), (27) и строить на их основе различные приближенные, по числу учитываемых импульсов, алгоритмы вычисления оценки $\hat{z}(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джонсон С. Теория регуляторов, приспосабливающихся к возмущениям Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред К. Т. Леондеса. — М.: Мир, 1980, с. 253.
2. Гриценко Н С., Кириченко А. А., Коломейцева Т. А., Логинов В. П., Тихомирова И. Г. — Зарубежная радиоэлектроника, 1983, № 4, с. 3.
3. Тихонов В. И., Ершов Л А. — Радиотехника и электроника, 1979, **24**, № 3, с. 551.
4. Шмелев А. Б. — Радиотехника и электроника, 1975, **20**, № 12, с. 2467.
5. Мальцев А. А., Силаев А. М. — Автоматика и телемеханика, 1984, № 6, с. 78.
6. Мальцев А. А., Силаев А. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, **26**, № 8, с 981
7. Казаков И. Е., Артемьев В. М Оптимизация динамических систем случайной структуры — М.· Наука, 1980.
8. Мальцев А. А, Силаев А. М — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, **28**, № 2, с. 184
9. Медич Д. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. — М: Энергия, 1973.
10. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов радио, 1977.
11. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. — М.· Сов. радио, 1975

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
21 февраля 1984 г.,
после доработки
2 августа 1984 г.

OPTIMAL ESTIMATION IN DYNAMICAL SYSTEMS WITH DETECTION OF IMPULSE DISTURBANCES

A. A. Mal'tsev, A. M. Silaev

The optimal estimation problem of the state vector of the nonlinear dynamical systems driven by impulse and noise disturbances is solved by the methods of the conditional Markov processes theory. The discrete and continuous systems with arbitrary statistics of impulses are considered. The closed systems of equations for a posteriori probabilities of the impulses arising and the probability density functions of the dynamical system state are derived. It is shown that conventional form of the Kolmogorov— — Feller equation is correct in the case of Poisson impulse disturbances with the equal independent distributions of the amplitudes.