

УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ ВОЛНЫ НАКАЧКИ НА РАСПАДНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЛАЗМЕ

Л. М. Горбунов, Д. К. Солихов

Получено дисперсионное уравнение, позволяющее исследовать влияние немонохроматичности случайной волны накачки на спектр малых возмущений в плазме. Показано, что повышение порога из-за конечной спектральной ширины накачки зависит от угла распространения неустойчивых волн. В поле квазиплоской волны с фиксированной частотой изменение порога для высокочастотных возмущений существенно меньше, чем изменение порога для низкочастотных возмущений.

В последние годы большое внимание специалистов привлекает вопрос о развитии параметрических неустойчивостей в поле немонохроматической случайной волны накачки. Как было показано в работе [1], а затем в работах [2-7], флуктуации фазы и связанная с этим конечная спектральная ширина линии волны накачки повышают пороги неустойчивостей и тем самым создают предпосылки для их стабилизации. С использованием этого эффекта связывают возможность уменьшения потерь при вынужденном рассеянии света в лазерной плазме [8, 9].

Обычно теория параметрических неустойчивостей в поле немонохроматической волны накачки базируется на динамических уравнениях для амплитуд волн (см., например, [10, 11]). Однако для монохроматической волны накачки известно, что многие результаты можно получить и с помощью решения соответствующего дисперсионного уравнения [12]. Часто этот метод имеет определенные преимущества благодаря своей простоте и общности.

В данной работе из основных соотношений нелинейной электродинамики выведено дисперсионное уравнение, определяющее спектр малых возмущений в среде со случайной волной накачки. Это уравнение исследовано в приближении слабой связи волн, когда можно говорить о распадных процессах. В случае волны накачки с конечной шириной спектральной линии рассмотрены низкочастотные и высокочастотные возмущения, возникающие в процессе вынужденного рассеяния. Результаты предыдущих работ обобщены на случай произвольного угла распространения возмущений относительно волны накачки. Рассмотрен процесс вынужденного рассеяния в поле квазиплоской случайной волны с фиксированной частотой. Показано, что в этом случае немонохроматичность накачки более существенна для низкочастотных возмущений, в то время как для высокочастотных возмущений изменение порога незначительно.

1. Дисперсионное уравнение. Рассмотрим среду, в которой поддерживается на определенном уровне случайное электромагнитное поле (немонохроматическая волна накачки), которому соответствует фурье-компонента напряженности электрического поля $E_0(\omega, \mathbf{k})$ и спектральная плотность корреляционной функции $(E_{0i}E_{0j})_{\omega, \mathbf{k}}$. Будем исследовать

в этой среде малые электромагнитные возмущения, характеризуемые вектором напряженности электрического поля $\delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Для этого запишем линейное уравнение Максвелла относительно поля $\delta \mathbf{E}$ с точностью до слагаемых, квадратичных по полю волны накачки (см., например, [13]),

$$M_{ij}(\Omega) \delta E_j(\Omega) = - \int d\Omega_1 S_{ijl}(\Omega, \Omega_1) E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \delta E_l(\Omega_1) - \int d\Omega_1 d\Omega_2 V_{ijlm}(\Omega, \Omega_1, \Omega_2) E_{0j}(\Omega - \Omega_1) E_{0l}(\Omega_1 - \Omega_2) \delta E_m(\Omega_2), \quad (1.1)$$

где для упрощения записи буквами $\Omega, \Omega_1, \Omega_2$ обозначены соответственно совокупности переменных $(\omega, \mathbf{k}), (\omega_1, \mathbf{k}_1), (\omega_2, \mathbf{k}_2)$:

$$M_{ij}(\Omega) = \varepsilon_{ij}(\Omega) + k^2 c^2 \omega^{-2} (k_i k_j k^2 - \delta_{ij}), \\ S_{ijl}(\Omega, \Omega_1) = \varepsilon_{ijl}(\Omega, \Omega_1) + \varepsilon_{ilj}(\Omega, \Omega - \Omega_1), \\ V_{ijlm}(\Omega, \Omega_1, \Omega_2) = \varepsilon_{ijlm}(\Omega, \Omega_1, \Omega_2) + \varepsilon_{ijml}(\Omega, \Omega_1, \Omega_1 - \Omega_2) + \varepsilon_{lmij}(\Omega, \Omega - \Omega_2, \Omega - \Omega_1).$$

Тензоры $\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ijl}, \varepsilon_{ijlm}$ определяют соответственно линейную, квадратичную и кубическую диэлектрические проницаемости.

Чтобы найти дисперсионное уравнение, усредним соотношение (1.1) по статистическому ансамблю, характеризующему поле волны накачки. В результате получим

$$\dot{T}_{ij}(\Omega) \langle \delta E_j(\Omega) \rangle = - \int d\Omega_1 S_{ijl}(\Omega, \Omega_1) \langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \delta \tilde{E}_l(\Omega_1) \rangle - \int d\Omega_1 d\Omega_2 V_{ijhl}(\Omega, \Omega_1, \Omega_2) \langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) E_{0h}(\Omega_1 - \Omega_2) \delta \tilde{E}_l(\Omega_2) \rangle. \quad (1.2)$$

Здесь поле возмущений представлено в виде $\delta \mathbf{E}(\Omega) = \langle \delta \mathbf{E}(\Omega) \rangle + \delta \tilde{\mathbf{E}}(\Omega)$, причем $\langle \delta \tilde{\mathbf{E}}(\Omega) \rangle = 0$, и использовано обозначение

$$T_{ij}(\Omega) = M_{ij}(\Omega) + \int d\Omega_1 V_{ilkj}(\Omega, \Omega_1, \Omega) (E_{0l} E_{0k})_{\Omega - \Omega_1}.$$

Вычитая из формулы (1.1) выражение (1.2), для определения $\delta \tilde{E}_j(\Omega)$ получим

$$M_{ij}(\Omega) \delta \tilde{E}_j(\Omega) = - \int d\Omega_1 S_{ijl}(\Omega, \Omega_1) [E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \langle \delta E_l(\Omega_1) \rangle + E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \delta \tilde{E}_l(\Omega_1) - \langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \delta \tilde{E}_l(\Omega_1) \rangle] - \int d\Omega_1 d\Omega_2 V_{ijlm}(\Omega, \Omega_1, \Omega_2) [E_{0j}(\Omega - \Omega_1) E_{0l}(\Omega_1 - \Omega_2) \delta \tilde{E}_m(\Omega_2) - \langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) E_{0l}(\Omega_1 - \Omega_2) \delta \tilde{E}_m(\Omega_2) \rangle + \langle \delta E_m(\Omega_2) \rangle (E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \times \times E_{0l}(\Omega_1 - \Omega_2) - \langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) E_{0l}(\Omega_1 - \Omega_2) \rangle)].$$

Умножим это соотношение на $E_{0p}(\Omega' - \Omega)$ и проведем усреднение. Пренебрегая средними значениями от трех случайных величин, найдем

$$T_{ij}(\Omega) \langle E_{0p}(\Omega' - \Omega) \delta \tilde{E}_j(\Omega) \rangle = - S_{ijl}(\Omega, \Omega') (E_{0p} E_{0j})_{\Omega' - \Omega} \langle \delta E_l(\Omega') \rangle. \quad (1.3)$$

Используем формулу (1.3) для того, чтобы исключить $\langle E_{0j}(\Omega - \Omega_1) \times \times \delta \tilde{E}_l(\Omega_1) \rangle$ в выражении (1.2). Отбросив снова средние значения от

трех случайных величин, получим систему однородных уравнений для компонент $\langle \delta E_j(\Omega) \rangle$. Условием существования нетривиальных решений этой системы является равенство нулю определителя

$$\text{Det} \{ M_{ij}(\Omega) - \int d\Omega' (E_{0q} E_{0p})_{\Omega'} [S_{iql}(\Omega, \Omega - \Omega') \times \\ \times M_{ln}^{(-1)}(\Omega - \Omega') S_{npj}(\Omega - \Omega', \Omega) - V_{iqpj}(\Omega, \Omega - \Omega', \Omega)] \} = 0. \quad (1.4)$$

В случае потенциального поля волны накачки и продольных возмущений дисперсионное уравнение, аналогичное (1.4), получено и исследовалось в работе [14]. В ряде работ (см., например, [13, 15]) выражение для входящего в формулу (1.4) тензора возникало в качестве тензора нелинейной диэлектрической проницаемости турбулентной плазмы. При этом вместо спектральной плотности корреляционной функции для волны накачки в него входила спектральная плотность корреляционной функции возмущений.

Заметим, что формула (1.4) в пределе монохроматической волны накачки не переходит в дисперсионное уравнение, выведенное для этого случая в работе [16] (см. также [17]). Это связано с тем, что в выражении (1.4) пренебрежено отличием тензора $M_{ln}^{(-1)}(\Omega - \Omega')$ от тензора $T_{ln}^{(-1)}(\Omega - \Omega')$. Из теории, развитой для монохроматической волны накачки, известно, что такое пренебрежение справедливо в приближении слабой связи волн. В этом приближении между формулой (1.4) и дисперсионным уравнением в поле монохроматической волны [16] имеется полное соответствие.

Использованный метод вывода дисперсионного уравнения (1.4) подобен методу Дайсона, с помощью которого рассматривалась шумовая накачка в параметрических системах [10].

2. Распадные неустойчивости в плазме. Рассмотрим дисперсионное уравнение (1.4) для изотропной, полностью ионизованной плазмы. Тензор $M_{ln}^{(-1)}(\Omega - \Omega')$ в этом случае содержит резонансные знаменатели, соответствующие законам дисперсии для продольных и поперечных волн. Имея в виду исследование решений уравнения (1.4) в тех областях частот и волновых векторов, где эти знаменатели малы, пренебрежем нерезонансным слагаемым V_{iqpj} .

Если частоты возмущений ω малы по сравнению с характерными частотами волны накачки, то входящие в формулу (1.4) тензоры S имеют вид (см. например, [13])

$$S_{ijl}(\Omega, \Omega \pm \Omega') = -ie(m\omega'^2)^{-1} k_i \delta_{lj} \delta \epsilon'_e(\omega, \mathbf{k}),$$

$$S_{ijl}(\Omega \pm \Omega', \Omega) = ie(m\omega'^2)^{-1} k_l \delta_{ij} \delta \epsilon_e^l(\omega, \mathbf{k}),$$

где $\delta \epsilon_e^l$ — электронный вклад в продольную диэлектрическую проницаемость плазмы.

Рассмотрим закон дисперсии для продольных низкочастотных возмущений. Для этого свернем входящий в формулу (1.4) тензор с тензором $k_i k_j / k^2$ и воспользуемся известным выражением для M_{ij} [20]. В результате получим

$$\epsilon^l(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2 e^2}{m^2} [\delta \epsilon_e^l(\omega, \mathbf{k})]^2 \int \frac{d\omega' d\mathbf{k}'}{\omega'^4} (E_0^2)_{\omega', \mathbf{k}'} \times \\ \times \left\{ \frac{((\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{e}')^2}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2} \cdot \frac{1}{\epsilon^l(\omega - \omega', \mathbf{k} - \mathbf{k}')} + \frac{[(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{e}']^2}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\epsilon^{\text{tr}}(\omega - \omega', \mathbf{k} - \mathbf{k}') - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 c^2}{(\omega - \omega')^2} \right]^{-1} \right\}, \quad (2.1)$$

где $(E_{0n}E_{0l})_{\omega',k'} = (E_0^2)_{\omega',k'} e_n' e_l'$, e' — вектор поляризации волны накачки, e^l, e^{tr} — соответственно продольная и поперечная диэлектрические проницаемости плазмы.

Дисперсионное уравнение (2.1) содержит справа интеграл типа свертки, который учитывает вклад различных фурье-компонент корреляционной функции волны накачки в закон дисперсии рассматриваемой волны с частотой ω и волновым вектором k . Этот вклад, как видно из знаменателей в подинтегральном выражении, тем больше, чем точнее выполняются законы дисперсии для поперечных или продольных волн со смещенными частотами и волновыми векторами.

Как известно, распадному взаимодействию волн соответствует решение дисперсионного уравнения (2.1) по теории возмущений относительно волны накачки [19]. Положим, что $\omega = \omega^{(0)} + \omega_1$, где $|\omega_1| \ll \omega^{(0)}$. Величина $\omega^{(0)}(k)$ определяется из дисперсионного уравнения $\text{Re } \varepsilon^l(\omega^{(0)}, k) = 0$.

При определении величины ω_1 ограничимся исследованием только резонанса для поперечных волн в формуле (2.1), что соответствует учёту процессов вынужденного рассеяния. Кроме этого будем считать, что волна накачки также имеет поперечную поляризацию и $(E_0^2)_{\omega',k'} = (2\pi)^{-2} W(k') \delta[\omega' - \omega'(k')]$, где $W(k')$ — спектральная плотность энергии, $\omega'(k') = \sqrt{\omega_p^2 + c^2 k'^2}$ — закон дисперсии для волны накачки, ω_p — плазменная частота [13]. В результате получим

$$\omega_1 + i\gamma_1 = - \int dk' \frac{W(k') F(k')}{\omega_1 + i\gamma_2(k') + \eta(k')}, \quad (2.2)$$

где $\gamma_1 = \text{Im } \varepsilon^l(\omega^{(0)}, k) / (\partial \text{Re } \varepsilon^l(\omega^{(0)}, k) / \partial \omega^{(0)})$ — декремент затухания низкочастотных продольных волн, $\gamma_2 = \text{Im } \varepsilon^{tr}(\omega' - \omega^{(0)}, k' - k) \{ \partial / \partial \omega^{(0)} \times [\text{Re } \varepsilon^{tr}(\omega' - \omega^{(0)}, k' - k) - c^2 (k' - k)^2 (\omega' - \omega^{(0)})^{-2}] \}^{-1}$ — декремент затухания рассеянных высокочастотных поперечных волн,

$$\eta(k') = - [\text{Re } \varepsilon^{tr}(\omega' - \omega^{(0)}, k' - k) - c^2 (k' - k)^2 (\omega' - \omega^{(0)})^{-2}] \times \\ \times \{ \partial / \partial \omega^{(0)} [\text{Re } \varepsilon^{tr}(\omega' - \omega^{(0)}, k' - k) - c^2 (k' - k)^2 (\omega' - \omega^{(0)})^{-2}] \}^{-1},$$

$$F(k') = \frac{k^2 e^2}{(2\pi)^2 m^2 \omega'^4} \frac{[(k' - k) e^l]^2}{(k' - k)^2} [\delta \varepsilon_e^l(\omega^{(0)}, k)]^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega^{(0)}} \text{Re } \varepsilon^l(\omega^{(0)}, k) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial \omega^{(0)}} [\text{Re } \varepsilon^{tr}(\omega' - \omega^{(0)}, k' - k) - (k' - k)^2 c^2 (\omega' - \omega^{(0)})^{-2}] \right\}^{-1}.$$

Для волны накачки со случайно изменяющейся во времени фазой уравнение, подобное (2.2), было выведено и обсуждалось в работе [20].

Наиболее существенно волна накачки влияет на свойства возмущений при малых значениях величины $\eta(k')$ в формуле (2.2). Обозначим через k_p то значение волнового вектора k' , при котором $\eta(k_p) = 0$. Это равенство означает выполнение закона дисперсии для рассеянной волны и при заданном векторе k определяет волновой вектор соответствующей резонансной компоненты волны накачки k_p . Разложим функцию $\eta(k')$ в ряд в окрестности значения k_p :

$$\eta(k') \simeq (k_p - k') (v_p - v^{tr}), \quad (2.3)$$

где $v_p = d\omega' / dk' |_{k_p} = k_p c^2 / \omega'(k_p)$ — групповая скорость волны накачки, $v^{tr} = \frac{d(\omega' - \omega^{(0)})}{d(k' - k)} \Big|_{k_p} = \frac{(k_p - k) c^2}{\omega'(k_p) - \omega^{(0)}(k)} \simeq \frac{c^2}{\omega'(k_p)} (k_p - k)$ — группо-

вая скорость рассеянной волны. Используя эти выражения, из формулы (2.3) получим $\eta(k') \simeq c^2 k(k_p - k')/\omega'(k_p)$.

Уравнение (2.2) определяет поправку к частоте низкочастотной волны. Если эта поправка такова, что $\text{Im } \omega_1 > 0$, то имеет место распадная неустойчивость и амплитуда низкочастотной волны нарастает со временем. В случае монохроматической волны накачки при этом нарастает и амплитуда соответствующей рассеянной волны. Для случайной волны накачки из условия нарастания амплитуды низкочастотной волны еще не следует, что нарастает и амплитуда высокочастотной волны [6, 10, 11]. Поэтому вопрос о дисперсионных свойствах высокочастотных волн требует отдельного рассмотрения.

Для возмущений с волновыми векторами \tilde{k} и частотами $\tilde{\omega}$, близкими к характерным частотам волны накачки ω' , общие выражения для тензоров S [13] также упрощаются и принимают вид

$$S_{ijl}(\Omega - \Omega', \Omega) = -ie(m\omega'^2)^{-1}(\tilde{k} - k')_l \delta_{ij} \delta \varepsilon'_e(\tilde{\omega} - \omega', \tilde{k} - k'),$$

$$S_{ijl}(\Omega, \Omega - \Omega') = ie(m\omega'^2)^{-1}(\tilde{k} - k')_l \delta_{ij} \delta \varepsilon'_e(\tilde{\omega} - \omega', \tilde{k} - k').$$

Будем интересоваться процессами вынужденного рассеяния и ограничимся исследованием поперечных возмущений. С помощью формулы (1.4) в этом случае получим

$$\varepsilon^{\text{tr}}(\tilde{\omega}, \tilde{k}) - (\tilde{k}^2 c^2 / \tilde{\omega}^2) = \frac{e^2}{2m^2} \times \quad (2.4)$$

$$\times \int \frac{d\omega' dk'}{\omega'^4 \tilde{k}^2} \frac{[k e']^2}{(E_0^2)_{\omega', k'}} \frac{|\delta \varepsilon'_e(\tilde{\omega} - \omega', \tilde{k} - k')|^2}{\varepsilon^l(\tilde{\omega} - \omega', \tilde{k} - k')} (\tilde{k} - k')^2.$$

В приближении слабой связи волн уравнение (2.4) можно преобразовать к виду, подобному (2.2). Положим, что в нулевом приближении выполнен закон дисперсии для поперечной волны

$$c^2 \tilde{k}^2 / \tilde{\omega}^{(0)2} = \text{Re } \varepsilon^{\text{tr}}(\tilde{\omega}^{(0)}, \tilde{k}).$$

Тогда для поправки к частоте $\tilde{\omega}_1$ получим из формулы (2.4) уравнение

$$\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_2 = - \int dk' \frac{W(k') G(k')}{\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_1 + \xi(k')}, \quad (2.5)$$

где $\tilde{\gamma}_2 = \text{Im } \varepsilon^{\text{tr}}(\tilde{\omega}^{(0)}, \tilde{k}) \{ \partial / \partial \tilde{\omega}^{(0)} [\text{Re } \varepsilon^{\text{tr}}(\tilde{\omega}^{(0)}, \tilde{k}) - (c^2 \tilde{k}^2 / \tilde{\omega}^{(0)2})] \}^{-1}$ — декремент затухания поперечных высокочастотных волн, $\tilde{\gamma}_1 = \text{Im } \varepsilon^l(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) \{ \partial / \partial \tilde{\omega}^{(0)} \text{Re } \varepsilon^l(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) \}^{-1}$ — декремент затухания продольных низкочастотных волн,

$$\xi(k') = - \text{Re } \varepsilon^l(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) \{ \partial / \partial \tilde{\omega}^{(0)} \text{Re } \varepsilon^l(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) \}^{-1},$$

$$G(k') = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{e^2}{m^2 \omega'^4} \frac{[k e']^2}{\tilde{k}^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tilde{\omega}^{(0)}} \left[\text{Re } \varepsilon^{\text{tr}}(\tilde{\omega}^{(0)}, \tilde{k}) - \frac{c^2 \tilde{k}^2}{\tilde{\omega}^{(0)2}} \right] \frac{\partial}{\partial \tilde{\omega}^{(0)}} \times \right. \\ \left. \times \text{Re } \varepsilon^l(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) \right\}^{-1} (k' - \tilde{k})^2 [\delta \varepsilon'_e(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k})]^2.$$

Разложим величину $\xi(k')$ в ряд в окрестности волнового вектора k_q , при котором выполнен закон дисперсии для продольных волн $\xi(k_q) = 0$. В результате получим

$$\xi(k') \simeq (k_q - k') (v' - v_q),$$

где

$$v_q = \left. \frac{d\omega'}{dk'} \right|_{k_q}, \quad v' = - \left. \frac{\partial \epsilon'(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) / \partial k'}{\partial \epsilon'(\omega' - \tilde{\omega}^{(0)}, k' - \tilde{k}) / \partial \omega'} \right|_{k_q}$$

— групповая скорость продольной волны. Для ионно-звуковых и ленгмюровских волн в разреженной плазме $|v'| \ll |v_q|$.

3. Накачка с конечной спектральной шириной. Рассмотрим решение уравнения (2.2) в случае волны накачки с некоторой конечной спектральной шириной. Распределение энергии по волновым числам $W(k')$ зададим в виде

$$W(k') = W_0 \kappa \delta(k'_\perp) \pi^{-1} [x^2 + (k'_\parallel - k_0)^2]^{-1}, \quad (3.1)$$

где величина k_0 определяет среднее значение продольной компоненты волнового вектора и, следовательно, среднее значение частоты накачки, величина κ характеризует ширину спектра, W_0 — плотность энергии накачки. Подставляя формулу (3.1) в уравнение (2.2) и производя интегрирование в предположении, что $\kappa \ll k_0$, получим

$$\omega_1 + i\gamma_1 = -\gamma_{01}^2 (\omega_1 + i\gamma_2 + i\Delta\omega_1 + \mu_1)^{-1}, \quad (3.2)$$

где $\gamma_{01}^2 = W_0 F(k_0, k_\perp = 0)$, $\Delta\omega_1 = \kappa v$, $v = 2k_0 c^2 \cos^2 \alpha / \omega'(k_0)$, $\mu_1 = v(k_p - k_0)$ — расстройка, характеризующая отличие среднего значения волнового числа волны накачки k_0 от резонансного значения для данного низкочастотного возмущения $k_p = k/2 \cos \alpha$, направление волнового вектора которого составляет угол α с направлением вектора k_0 . Из формулы (3.2) видно, что для низкочастотных возмущений учет ширины линии волны накачки эквивалентен увеличению затухания связанных с ними высокочастотных волн и ведет к повышению порога неустойчивости. Если положить $\alpha = 0$ и рассмотреть возмущение с волновым числом $k = 2k_0$ (так что $\mu_1 = 0$), то получим из уравнения (3.2) результат работ [5, 6, 20]. Если $\alpha \neq 0$, то также можно указать волновое число возмущения, для которого $\mu_1 = 0$ ($k = 2k_0 \cos \alpha$). При этом с ростом α величина $\Delta\omega_1 = 2k_0 c^2 \kappa \cos^2 \alpha / \omega'(k_0)$ уменьшается и, следовательно, уменьшается влияние спектральной ширины волны накачки на порог.

Коротко остановимся на результатах анализа уравнения (3.2) для возмущений с отличной от нуля расстройкой ($\mu_1 \neq 0$). Из уравнения (3.2) следует, что инкремент $\gamma = \text{Im } \omega_1 > 0$ для низкочастотных волн равен

$$\gamma = (1/2) \{ -(\gamma_1 + \gamma_2 + \Delta\omega_1) + (1/\sqrt{2}) [-\mu_1^2 + (\gamma_2 + \Delta\omega_1 - \gamma_1)^2 + 4\gamma_0^2 + \sqrt{[\mu_1^2 - 4\gamma_0^2 - (\gamma_2 + \Delta\omega_1 - \gamma_1)^2] + 4\mu_1^2 (\gamma_2 + \Delta\omega_1 - \gamma_1)^2}]^{1/2} \}. \quad (3.3)$$

На рис. 1 представлен инкремент γ как функция расстройки μ_1 и ширины спектра $\Delta\omega_1$. Видно, что при фиксированной спектральной ширине инкремент отличен от нуля только в том случае, если величина μ_1 меньше значения μ_0 , где

$$\mu_0 = [(\gamma_1 + \Delta\omega_1 + \gamma_2)^2 / \gamma_1 (\Delta\omega_1 + \gamma_2)] [\gamma_0^2 - \gamma_1 (\gamma_2 + \Delta\omega_1)]. \quad (3.4)$$

Рассмотрим теперь дисперсионное уравнение для высокочастотных рассеянных волн (2.5). С помощью выражения (3.1) преобразуем его к виду

$$\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_2 = -\gamma_{02}^2 (\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_1 + i\Delta\omega_2 + \mu_2)^{-1}, \quad (3.5)$$

где $\gamma_{02}^2 = W_0 G(\mathbf{k}_\perp = 0, k_0)$, $\Delta\omega_2 = \kappa v_t$, $v_t = c^2 k_q / \omega'(k_q)$, $\mu_2 = v_t(k_0 - k_q)$.

Из условия $\xi(\mathbf{k}_q) = 0$ следует, что $k_q \approx \tilde{k}$. Более точное выражение для k_q можно получить, если конкретизировать низкочастотную волну, на которой происходит рассеяние. Так, в случае звуковых волн (вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна)

$$k_q \approx \tilde{k} - 2(v_s/c) |\sin(\beta/2)| \sqrt{\omega_p^2 + \tilde{k}^2 c^2},$$

где v_s — скорость звука, β — угол между вектором \tilde{k} и направлением распространения волны накачки, ω_p — плазменная частота.

Сравним дисперсионное уравнение (3.2) для низкочастотных волн с дисперсионным уравнением (3.5) для высокочастотных волн. Для этого в аргументах входящих в формулу (3.5) величин заменим ω' — $\tilde{\omega}^{(0)}$ на $\omega^{(0)}$ и $k_q - \tilde{k}$ на k . Тогда выражения γ_{02} , $\tilde{\gamma}_2$ и $\tilde{\gamma}_1$ перейдут соответственно в γ_{01} , γ_2 , γ_1 и формулы (3.2) и (3.5) будут различаться только выражениями для расстройок μ_1 и μ_2 и эффективных спектральных ширин $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$:

$$\Delta\omega_1 = 2\Delta\omega_2 \cos^2 \alpha, \quad (3.6)$$

$$\mu_1 = -2\mu_2 \cos^2 \alpha.$$

Из формулы (3.6) следует, что случайная волна накачки по-разному изменяет пороги неустойчивости низкочастотных и высокочастотных волн. Можно указать условия, при которых нарастает амплитуда определенной высокочастотной волны, в то время как низкочастотная волна не нарастает, а нарастают низкочастотные шумы [6]. При этом можно говорить о преобразовании некогерентного излучения в когерентное [14].

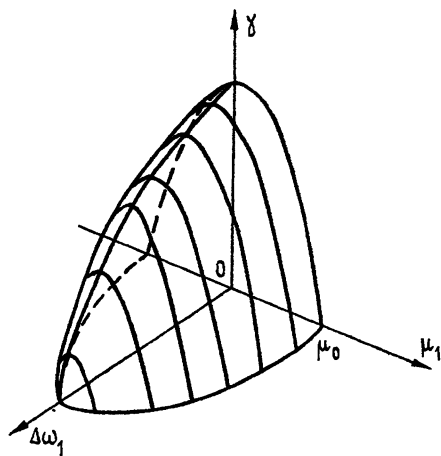


Рис. 1.

Для возмущений с нулевыми расстройками ($\mu_1 = \mu_2 = 0$) и при $\alpha = 0$ (что соответствует рассеянию назад, $\beta = \pi$) из формул (3.6) следует результат $\Delta\omega_1 = 2\Delta\omega_2$, полученный в работе [6]. Влияние спектральной ширины волны накачки в этом случае более существенно повышает порог низкочастотных волн. Однако при $\alpha > \pi/4$ (что соответствует рассеянию вперед) $\Delta\omega_1 < \Delta\omega_2$ и некогерентность волны накачки сильнее повышает порог для высокочастотных волн, чем для низкочастотных.

4. Квазиплоская случайная волна накачки. Обычно волновой фронт накачки не является плоским и содержит случайную пространствен-

ную компоненту. Поэтому в этом разделе будет исследована устойчивость плазмы в поле волны накачки, представляющей случайную суперпозицию плоских волн с одинаковыми частотами и различными направлениями волновых векторов. Введем сферическую систему координат в пространстве волновых векторов \mathbf{k}' с осью Oy вдоль направления максимума спектральной плотности энергии. Угол θ будем отсчитывать от оси Oz , ортогональной к оси Oy и лежащей в плоскости волнового вектора исследуемого возмущения \mathbf{k} . Для функции $W(\mathbf{k}')$ используем выражение

$$W(\mathbf{k}') = A \delta(k' - k_0) \delta(\varphi - \pi/2) (q^2 + k_0^2 \cos^2 \theta)^{-1}, \quad (4.1)$$

где волновое число k_0 определяет частоту волны накачки ω_0 ($k_0 = (\omega_0/c) \sqrt{1 - (\omega_p^2/\omega_0^2)}$), q — характеризует разброс волновых векторов по углу θ , постоянная A определяется из условия нормировки $\int d\mathbf{k}' W(\mathbf{k}') = W_0$ и равна $(W_0 q / 2k_0) [\arctg k_0 q]^{-1}$.

С помощью формулы (4.1) в пределе малого разброса волновых векторов по углам ($q \ll k_0$) из формулы (2.2) получим

$$\omega_1 + i\gamma_1 = -\gamma_{01}^2 (\omega_1 + i\gamma_2 + \mu_3 + i\Delta\omega_3)^{-1}, \quad (4.2)$$

где $\mu_3 = kv_0(\cos \alpha - \cos \chi)$, $\Delta\omega_3 = qv_0 \sin \alpha$, $v_0 = c^2 k_0 / \omega_0$, $\cos \chi = k/2k_0$, α — угол между вектором \mathbf{k} и осью Oy . Из сравнения уравнений (3.2) и (4.2) следует, что разброс по частотам и разброс по направлениям волновых векторов по-разному влияют на развитие низкочастотных возмущений. Это различие связано прежде всего с зависимостями величин $\Delta\omega_3$ и $\Delta\omega_1$ от угла α . Так при $\alpha = 0$ величина $\Delta\omega_1$ максимальна ($\Delta\omega_1 = 2kv_0$) и разброс по частоте проявляется наиболее эффективно. В отличие от этого при $\alpha \rightarrow 0$ $\Delta\omega_3 \rightarrow 0$ и влияние разброса по направлениям волновых векторов на неустойчивость наименьшее. В пределе $\alpha = 0$ уравнение (4.2) несправедливо и для вывода дисперсионного уравнения необходимо учитывать более высокие степени разложения по параметру q/k_0 .

Дисперсионное уравнение для высокочастотных возмущений (2.5) в поле квазиплоской случайной волны накачки со спектральной плотностью энергии (4.1) принимает вид

$$\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_2 = -\gamma_{02}^2 \left[\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_1 + \frac{iq}{k_0} \sqrt{\frac{k_0 v_0}{2} (\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_1)} \right]^{-1}. \quad (4.3)$$

Немонохроматичность учитывается в формуле (4.3) последним слагаемым в знаменателе справа. Из сопоставления этого слагаемого с величиной $i\Delta\omega_2$ в формуле (3.5) вытекает, что при $\kappa \sim q$ разброс по направлениям волновых векторов значительно слабее влияет на неустойчивость высокочастотных возмущений, чем разброс по частоте ($\sqrt{|\tilde{\omega}_1 + i\tilde{\gamma}_1|} / k_0 v_0 \ll 1$).

Сравнивая уравнения для низкочастотных возмущений (4.2) и высокочастотных возмущений (4.3), заключаем, что разброс по направлениям волновых векторов в поле волны накачки при $\alpha = 0$ значительно сильнее влияет на порог низкочастотных возмущений.

Следует заметить, что в неоднородной плазме порог конвективного усиления зависит от разброса энергии волны накачки по поперечным компонентам волнового вектора. Применительно к конвективной двухплазменной неустойчивости этот вопрос обсуждался в работе [21].

5. Заключение. Получено дисперсионное уравнение, позволяющее исследовать влияние случайной волны накачки на спектр малых

возмущений в плазме. Анализ этого уравнения проведен для процессов вынужденного рассеяния с малым изменением частоты. Показано, что разные виды немонохроматичности случайной волны накачки по-разному влияют на возникновение неустойчивости. Уширение спектральной линии волны накачки приводит к повышению порогов, различно для высокочастотных и низкочастотных возмущений и зависит от направления их распространения. В поле квазиплоской волны с фиксированной частотой изменение порога для высокочастотных возмущений в широком интервале углов намного меньше, чем изменение порога для низкочастотных возмущений. Отсюда можно заключить, что такого рода немонохроматичность не представляется перспективной для целей уменьшения вынужденного рассеяния в лазерной плазме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заславский Г. М., Захаров В. Е. — ЖТФ, 1967, 37, вып. 1, с. 10.
2. Tamor S. — Phys. Fluids, 1973, 16, № 7, p. 1169.
3. Valeo E. L., Oberman C. R. — Phys. Rev. Lett., 1973, 30, № 21, p. 1035.
4. Thomson J. J., Kruger W. L., Bodner S. E., De Groot J. S. — Phys. Fluids, 1974, 17, № 4, p. 849.
5. Thomson J. J., Karush J. I. — Phys. Fluids, 1974, 17, № 8, p. 1608.
6. Thomson J. J. — Nucl. Fusion, 1975, 15, № 2, p. 237.
7. Тихончук В. Т., Черников А. А. — Физика плазмы, 1981, 7, вып. 2, с. 374.
8. Kruger W. L., Estabrook K. G., Sinz K. H. — Nucl. Fusion, 1973, 13, № 6, p. 952.
9. Estabrook K., Harte J., Campbell E. M., Ze F., Phillion D. W., Rosen M. D., Larsen J. T. — Phys. Rev. Lett., 1981, 46, № 11, p. 724.
10. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981, с. 437.
11. Беспалов В. И., Пасманик Г. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, вып. 5—6, с. 634.
12. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. — М.: Наука, 1973.
13. Пустовалов В. В., Силин В. П. — Труды ФИАН, 1972, 61, с. 42.
14. Kono M., Yajima N. — J. Phys. Soc. Japan, 1976, 41, № 1, p. 272.
15. Афанасьев Ю. В., Басов Н. Г., Крохин О. Н., Пустовалов В. В., Силин В. П., Склизков Г. В., Тихончук В. Т., Шиканов А. С. Взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой. — М.: ВИНТИ. Сер. Итоги науки и техники. Радиотехника, 1978, 17, с. 137.
16. Горбунов Л. М. — ЖЭТФ, 1968, 55, вып. 6(12), с. 2298.
17. Drake J. F., Kaw R. K., Lee Y. C., Schmidt G., Lin C. S., Rosenbluth M. N. — Phys. Fluids, 1974, 17, № 4, p. 778.
18. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. — М.: Атомиздат, 1961.
19. Горбунов Л. М. — УФН, 1973, 109, вып. 4, с. 631.
20. Laval G., Pellat R., Pesme D., Ramani A., Rosenbluth M. N., Williams E. A. — Phys. Fluids, 1977, 20, № 12, p. 2049.
21. Зозуля А. А., Силин В. П. — Физика плазмы, 1982, 8, вып. 6, с. 1156.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
11 августа 1983 г.,
после переработки
15 мая 1984 г.

EFFECTS OF NONMONOCHROMATIC PUMP WAVE ON DECAY INSTABILITIES IN PLASMA

L. M. Gorbunov, D. K. Solikhov

The dispersion relation for a spectrum of small perturbations in plasma in the presence of nonmonochromatic pump wave is derived. It is shown that the increasing of the threshold in the pump wave with finite bandwidth depends on the angle of the propagation of unstable waves. In the pump wave with fixed frequency and amplitude randomly varying in space the threshold modification for high frequency perturbations is significantly less than that one for low frequency perturbations.