

УДК 621.37

## ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛОСКОСТИ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

B. N. Красильников, A. B. Тюхтин

Рассмотрено излучение плоскостного источника в движущейся холодной бесстолкновительной плазме. Решены задачи о взаимодействии плоских волн и полей точечных источников с идеальным зеркалом. Особое внимание уделено эффектам, существенным в медленно движущейся плазме.

Взаимодействие волн с движущейся в неподвижной среде границей раздела характеризуется сложными фазовыми закономерностями [1, 2]. Если же граница неподвижна, а среда по обе стороны от нее движется, то фазовые закономерности упрощаются (частоты отраженных и проходящих волн равны частоте падающей волны), и можно сконцентрировать внимание на правилах вычисления амплитуд. Такие задачи интересны для изучения антенн в космической плазме, а также для расчета электромагнитных полей в ускорителях при наличии экранирующих перегородок.

Мы рассмотрим взаимодействие электромагнитных волн с идеально проводящей плоскостью ( $z=0$ ), которая расположена в движущейся сквозь нее с произвольной скоростью  $u$  холодной бесстолкновительной плазме\* (или потоке электронов), характеризуемой проницаемостями [3]

$$\epsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 - \omega_p^2 \gamma^{-2} (\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})^{-2}, \quad \mu(\omega, \mathbf{k}) = 1, \quad (1)$$

где  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$ ,  $\beta = u/c$ ,  $\omega_p$  — плазменная частота. Идеально проводящая плоскость может моделировать металлическую сетку, через которую свободно проникает среда, если размеры ячейки сетки много меньше характерных масштабов изменения поля в ее плоскости. Другим примером служит тонкий слой металлической фольги, пробиваемый потоком высокоэнергичных электронов.

Предварительно целесообразно решить вспомогательную задачу об излучении плоскостного источника, которая представляет самостоятельный интерес.

**1. Излучение плоскостного источника.** Рассмотрим поле гармонического ( $e^{-i\omega t}$ ) источника, распределенного в плоскости  $z=0$  с пространственным периодом  $2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  и характеризуемого плотностью тока  $j(\mathbf{r}) = (J_{0x} e_x + J_{0y} e_y) \exp(ik_x x + ik_y y) \delta(z)$  и заряда  $\rho(\mathbf{r}) = \eta_0 \exp(ik_x x + ik_y y) \delta(z)$ . В соответствии с уравнением неразрывности  $\eta_0 = \omega^{-1}(\mathbf{k}, I_0)$ . Среда движется под углом  $\alpha$  к плоскости  $z=0$ , причем  $u_y = 0$ .

Будем описывать электромагнитное поле с помощью четырехмерного потенциала  $A_m = (\mathbf{A}, i\phi)$ , выражаемого через фурье-образы тензорной функции Грина  $\tilde{G}_{mn}(\mathbf{k})$  и четырехмерного вектора плотности тока  $\tilde{j}_n(\mathbf{k}) = (\tilde{j}(\mathbf{k}), i\tilde{\rho}(\mathbf{k}))$ :

\* Возмущение движения ионов в плазме не учитывается.

$$A_m(r) = \int \tilde{G}_{mn}(k) \tilde{j}_n(k) e^{ikr} dk. \quad (2)$$

В соответствии с результатами [3, 4] имеем

$$\tilde{G}_{mn}(k) = \frac{4\pi}{c} \left[ \delta_{mn} - \frac{u_m u_n \omega_p^2 \gamma^{-2}}{(\omega - ku)^2 - \omega_p^2 \gamma^{-2}} \right] \frac{1}{k^2 - k_0^2}, \quad (3)$$

где  $\delta_{mn}$  — символ Кронекера,  $u_m = \gamma(u, i)$  — 4-вектор скорости,  $m, n = 1 \div 4$ ,  $k_0 = \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}/c$  (всюду далее  $\omega > \omega_p$ ). Дисперсионное уравнение  $k^2 = k_0^2$  соответствует волнам электромагнитного типа ( $e$ -волнам), уравнение  $(\omega - ku)^2 = \omega_p^2 \gamma^{-2}$  соответствует волнам типа плазменного следа ( $s$ -волнам). При заданных  $k_x, k_y$

$$\begin{aligned} k_z^{(e)} &= \pm k_{z0} = \pm \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}, \\ k_z^{(s)} &= k_{z1,2} = (\omega \mp \omega_p \gamma^{-1} - u_x k_x)/u_z. \end{aligned} \quad (4)$$

Интегрируя в (2) по  $k_z$ , следует учесть, что поскольку для  $s$ -волн групповая скорость равна  $u$  [3], то в соответствии с принципом излучения Мандельштама полюсы  $k_{z1,2}$  на комплексной плоскости  $k_z$  обходятся снизу, если  $u_z > 0$ , и сверху, если  $u_z < 0$ . Полюсы  $\pm k_{z0}$  обходятся снизу и сверху соответственно. После несложных преобразований получим

$$A = A_I + A_{II}, \quad \varphi = \varphi_I + \varphi_{II}; \quad (5)$$

$$A_I = 2\pi i I_0 c^{-1} k_{z0}^{-1} \exp(i k_x x + i k_y y + i k_{z0} |z|); \quad (6)$$

$$\varphi_I = c(i\omega)^{-1} \operatorname{div} A_I; \quad (7)$$

$$A_{II} = \beta \varphi_{II}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{II} &= \varphi_{II}^{(e)} + \varphi^{(s)} = 2\pi i \omega_p^2 (\omega u_z^2)^{-1} [(k_x - \omega c^{-1} \beta_x) I_{0x} + \\ &+ k_y I_{0y}] \left[ \frac{\exp(i k_{z0} |z|)}{k_{z0} (k_{z1} - k_{z0} \operatorname{sgn} z) (k_{z2} - k_{z0} \operatorname{sgn} z)} - \right. \\ &\left. - \theta(zu_z) \frac{|u_z| \gamma}{\omega_p} \left( \frac{\exp(i k_{z1} z)}{k_{z1}^2 - k_{z0}^2} - \frac{\exp(i k_{z2} z)}{k_{z2}^2 - k_{z0}^2} \right) \right] \exp(i k_x x + i k_y y), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\theta(zu_z)$  — единичная функция. При этом

$$E = -\nabla \varphi_I + \frac{i\omega}{c} A_I - \left( \nabla - \frac{i\omega}{c} \beta \right) \varphi_{II}, \quad B = \operatorname{rot} (A_I + \beta \varphi_{II}). \quad (10)$$

Компоненты  $H$  и  $D$  определяются уравнениями Минковского [3], при чем  $H^{(s)} = D^{(s)} = 0$ .

Из (5) — (9) следует, что поле излучения разбивается, с одной стороны, на электромагнитную часть ( $A_m^{(e)} \sim \exp(i k_{z0} |z|)$ ) и плазменный след ( $A_m^{(s,1,2)} \sim \exp(i k_{z1,2} z)$ ), а с другой стороны — на часть, не зависящую от  $\beta$  ( $A_{mI}$ ), и часть, от нее зависящую ( $A_{mII}$ ). Для первой имеет место соотношение (7), тождественное калибровочному условию в вакууме, для второй — соотношение (8). Такая структура характерна для поля любого покоящегося источника в движущейся холодной плазме, что вытекает из вида функции Грина. Разумеется, полученные выражения для потенциалов удовлетворяют общему условию калибровки в движущейся среде (см. [3]).

Из (9) видно, что плазменный след существует лишь в области  $z \operatorname{sgn} u_z > 0$ , а  $e$ -поле терпит разрыв при  $z=0$ . Однако функция  $\Phi_{II}$  и ее производные  $\partial\Phi_{II}/\partial z$ ,  $\partial^2\Phi_{II}/\partial z^2$  непрерывны: разрывы у  $\Phi_{II}^{(e)}$  компенсируются разрывами у  $\Phi_{II}^{(s)}$ .

Рассмотрим случай  $\beta \ll 1$ . Будем считать, что  $k_x^2 + k_y^2 < k_0^2$  (иначе  $e$ -волны становятся поверхностными). Тогда  $|k_x|, |k_y|, k_{z0} \ll |k_{z1,2}|$ . Сохраняя в амплитудах лишь члены порядка  $\beta^0$  (нулевое приближение), получим, что  $e$ -часть поля совпадает с полем в неподвижной плазме, а  $s$ -волны характеризуются единственной компонентой  $E_z^{(s)}$ :

$$E_z^{(s)} = -2\pi\omega_p\eta_0\theta(zu_z)\operatorname{sgn} u_z \left( \frac{e^{ik_{z1}z}}{\omega - \omega_p} - \frac{e^{ik_{z2}z}}{\omega + \omega_p} \right) \exp(ik_x x + ik_y y). \quad (11)$$

Таким образом, учет  $s$ -волн существен во всем полупространстве  $z \operatorname{sgn} u_z > 0$  при сколь угодно малой скорости движения среды\*.

**2. Взаимодействие плоских волн с идеальным зеркалом.** Пусть теперь плоскость  $z=0$  является идеально проводящей поверхностью, а поток электронов (или плазмы) движется сквозь нее со скоростью  $u = (u \cos \alpha, 0, u \sin \alpha)$ . Пусть из области  $z>0$  на зеркало падает плоская волна, которая в случае  $u_z < 0$  может быть как волной  $e$ -типа ( $\mathbf{E}^{(i)} = \mathbf{E}_0^{(i)} \exp(ik_x x + ik_y y - ik_{z0}z)$ )\*\*, так и одной из плазменных волн ( $\mathbf{E}^{(i)} = \mathbf{E}_0^{(i)} \exp(ik_x x + ik_y y + ik_{z1,2}z)$ ), а в случае  $u_z > 0$  — только волной  $e$ -типа, так как групповая скорость  $s$ -волн равна  $u$ .

При наличии границы раздела в пространственно-диспергирующей среде необходимо введение дополнительных граничных условий (ДГУ), что связано с большим по сравнению с недиспергирующей средой числом нормальных волн [5]. В нашей задаче обычные условия

$$E_{x,y}|_{z=0} = -E_{x,y}^{(i)} \quad (12)$$

однозначно определяют решение в области  $z \operatorname{sgn} u_z < 0$ , так как в направлении уменьшения  $z \operatorname{sgn} u_z$  может распространяться лишь одна  $e$ -волн. Но в направлении увеличения  $z \operatorname{sgn} u_z$ , кроме  $e$ -волн, могут распространяться две  $s$ -волны, каждая из которых описывается одной скалярной функцией (например, потенциалом  $\Phi^{(s,1,2)}$ ). Поэтому для нахождения поля в области  $z \operatorname{sgn} u_z > 0$  нужно наложить два ДГУ.

Возьмем в качестве ДГУ условия

$$v'_z|_{z=+0} = v'_z|_{z=-0}, \quad n'|_{z=+0} = n'|_{z=-0}, \quad (13)$$

где  $v' = v - u$  и  $n' = n - n_0$  — возмущения скорости и концентрации электронов. Эти условия означают, что поверхность  $z=0$  практически не оказывает механического воздействия на поток электронов, ее влияние сводится к электромагнитному взаимодействию электронов с индуцируемыми полем поверхностными токами и зарядами. Например, в случае металлической сетки площадь отверстия на ячейке должна быть много больше площади ее металлической части, причем (13) есть условия для усредненных по ячейке скорости и концентрации.

Из (13) следует непрерывность при  $z=0$  индуцируемого в среде заряда  $\rho_i = n'e$  и компоненты тока  $j_{iz} = e(nv_z - n_0 u_z)$ , которую с помощью уравнений Максвелла можно записать в виде

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} + \frac{i\omega}{c} E_z \Big|_{z=+0} = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} + \frac{i\omega}{c} E_z \Big|_{z=-0}; \quad (14)$$

\* Разумеется, этот вывод справедлив лишь для непоглощающей плазмы.

\*\* Здесь мы рассматриваем волны произвольной поляризации, совместимой с уравнениями Максвелла — Минковского.

$$\left. \frac{\partial E_z}{\partial z} \right|_{z=+0} = \left. \frac{\partial E_z}{\partial z} \right|_{z=-0}. \quad (15)$$

Прямой путь решения задачи состоит в определении амплитуд отраженных и проходящих волн из условий (12), (14), (15). Но при произвольных  $\beta, k_x, k_y$  этот способ связан с громоздкими выкладками. Проще воспользоваться следующим приемом: заменить идеальную плоскость плоскостным источником, требуя лишь выполнения (12), и заполнить при этом нижнее ( $z < 0$ ) полупространство падающим полем. Условия (14), (15) будут удовлетворены, в этом можно убедиться непосредственно на основании (5)–(10), учитывая непрерывность функций фп,  $\partial \text{фп}/\partial z$ ,  $\partial^2 \text{фп}/\partial z^2$ .

Подставляя  $E_{x,y}$ , найденные из (5)–(10), в (12), получим систему уравнений для определения  $I_{0x}, I_{0y}$ , решением которой являются значения

$$I_{0x} = c^2 k_{z0} (2\pi\omega\Delta)^{-1} (WE_0^{(i)} + UE_{0y}^{(i)}), \quad (16)$$

$$I_{0y} = c^2 k_{z0} (2\pi\omega\Delta)^{-1} (UE_{0x}^{(i)} + VE_{0y}^{(i)}),$$

где

$$U = k_y [k_x + \chi (k_x - \omega c^{-1} \beta_x)], \quad W = \omega^2 c^{-2} - k_y^2 (1 + \chi),$$

$$V = \omega^2 c^{-2} - k_x^2 - \chi (k_x - \omega c^{-1} \beta_x)^2, \quad \Delta = c^2 \omega^{-2} (VW - U^2) =$$

$$= \omega^2 c^{-2} - k_x^2 - k_y^2 - \chi [(k_x - \omega c^{-1} \beta_x)^2 + k_y^2 (1 - \beta_x^2)],$$

$$\chi = \omega_p^2 u_z^{-2} (k_{z1} + k_{z0} \operatorname{sgn} u_z)^{-1} (k_{z2} + k_{z0} \operatorname{sgn} u_z)^{-1}.$$
(17)

Теперь поле  $\mathbf{E}$ , возникающее в результате взаимодействия падающей волны с идеальным зеркалом, определяется формулами (5)–(10), а полное поле равно  $\mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{E}^{(i)} + \mathbf{E}$ .

Проиллюстрируем полученные результаты на примере волн, распространяющихся в плоскости  $y=0$ . Из (16), (17) получим  $I_{0x} = \omega k_{z0} (2\pi V)^{-1} E_{0x}^{(i)}$ ,  $I_{0y} = c^2 k_{z0} (2\pi\omega)^{-1} E_{0y}^{(i)}$ . Пользуясь (6)–(10), имеем

$$E_x = -E_{0x}^{(i)} V^{-1} \left\{ \left[ \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - \frac{\omega_p^2}{u_z^2} \frac{(k_x - \omega \beta_x/c)^2}{(k_{z1} - k_{z0} \operatorname{sgn} z)(k_{z2} - k_{z0} \operatorname{sgn} z)} \right] \times \right.$$

$$\times \exp(i k_{z0} |z|) + \frac{\omega_p}{|u_z|} k_{z0} \theta(z u_z) \left( k_x - \frac{\omega}{c} \beta_x \right)^2 \times \quad (18)$$

$$\times \left[ \frac{\exp(i k_{z1} z)}{k_{z1}^2 - k_{z0}^2} - \frac{\exp(i k_{z2} z)}{k_{z2}^2 - k_{z0}^2} \right] \exp(i k_x x);$$

$$E_y = -E_{0y}^{(i)} \exp(i k_x x + i k_{z0} |z|). \quad (19)$$

Из (18) следует, что в полупространстве  $z \operatorname{sgn} u_z < 0$

$$E_x = -E_{0x}^{(i)} \exp(i k_x x + i k_{z0} |z|). \quad (20)$$

Рассмотрим случай падения волны  $e$ -типа при  $\beta \ll 1$ , когда  $|k_x| < k_0 \ll |k_{z1,2}|$ . В первом (по  $\beta$ ) приближении в области  $z \operatorname{sgn} u_z > 0$  имеем

$$E_x = -E_{0x}^{(i)} \left\{ \left( 1 - 4 \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \frac{|u_z| k_x^2}{\omega k_{z0}} \right) \exp(i k_{z0} |z|) + \right.$$

$$+ |u_z| \omega_p k_x^2 k_{z0}^{-1} \epsilon_0 \left[ \frac{\exp(ik_{z1} z)}{(\omega - \omega_p)^2} - \frac{\exp(ik_{z2} z)}{(\omega + \omega_p)^2} \right] \} \exp(ik_x x), \quad (21)$$

где  $\epsilon_0 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ . В нулевом приближении отличие от неподвижной плазмы сводится к учету плазменных волн с единственной компонентой

$$E_z^{(s)} = -\omega_p \epsilon_0 E_{0z}^{(l)} \operatorname{sgn} u_z \theta(z u_z) \left[ \frac{\exp(ik_{z1} z)}{\omega - \omega_p} - \frac{\exp(ik_{z2} z)}{\omega + \omega_p} \right] \times \exp(ik_x x). \quad (22)$$

Здесь мы воспользовались тем, что в данном приближении  $E_z^{(s1,2)} = (\omega \mp \omega_p) E_x^{(s1,2)} / (u_z k_x)$ ,  $E_{0x}^{(l)} = k_{z0} E_{0z}^{(l)} / k_x$ .

Если падающая волна обладает  $E$ -поляризацией ( $E_{x,z}^{(l)} = 0, E_y^{(l)} \neq 0$ ), то в соответствии с (18), (19) при взаимодействии с зеркалом возникают только  $e$ -волны той же поляризации. В области  $z < 0$  полное поле  $\mathbf{E}^{(s)}$  равно нулю независимо от  $\operatorname{sgn} u_z$ . Если же падающая  $e$ -волна обладает  $H$ -поляризацией ( $E_{x,z}^{(l)} \neq 0, E_y^{(l)} = 0$ ), то поле  $\mathbf{E}$  содержит  $e$ -волну и две  $s$ -волны в области  $z \operatorname{sgn} u_z > 0$  и только одну  $e$ -волну в области  $z \operatorname{sgn} u_z < 0$ . В полупространстве  $z < 0$  полное поле  $\mathbf{E}^{(s)}$  равно нулю при  $u_z > 0$ , но при  $u_z < 0$  даже в нулевом приближении нужно учесть в соответствии с (22) существование плазменного следа, а в первом приближении отличным от нуля оказывается и  $e$ -поле: как вытекает из (21), его амплитуда равна  $4\omega_p^2 (\omega^2 - \omega_p^2)^{-1} |u_z| k_x^2 \omega^{-1} k_{z0}^{-1} E_{0x}^{(l)}$ .

В случае падения  $s$ -волны (что возможно только при  $u_z < 0$ ) зеркало также не экранирует поле. Потеря свойства экранировки связана с существованием плазменных волн, обусловленных конвективной пространственной дисперсией рассматриваемой среды.

**3. Взаимодействие полей точечных источников с идеальным зеркалом.** Рассмотрим граничную задачу, в которой источником является точечный вертикальный диполь, характеризуемый плотностью тока  $j = -i\omega P \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_0) \mathbf{e}_z$  и заряда  $\rho = -i\omega^{-1} \partial j_z / \partial z$  ( $P$  — дипольный момент,  $z_0 > 0$ ). Представим падающее поле в виде разложения по плоским волнам. Интегрируя в (2) по  $k_z$  и учитывая приведенное в разд. 1 правило обхода полюсов, получим

$$\mathbf{A}^{(l)} = \mathbf{A}_{\text{I}}^{(l)} + \mathbf{A}_{\text{II}}^{(l)}, \quad \varphi^{(l)} = \varphi_{\text{I}}^{(l)} + \varphi_{\text{II}}^{(l)}; \quad (23)$$

$$\mathbf{A}_{\text{I}}^{(l)} = \omega P \mathbf{e}_z (2\pi c)^{-1} \iint_{-\infty}^{+\infty} k_{z0}^{-1} \exp(ik_x x + ik_y y + ik_{z0}|z - z_0|) dk_x dk_y; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{II}}^{(l)} = & \frac{P \omega_p^2}{2\pi u_z^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \{ g_e \exp(ik_{z0}|z - z_0|) + \theta((z - z_0) u_z) \times \\ & \times [g_{s1} \exp(ik_{z1}(z - z_0)) + g_{s2} \exp(ik_{z2}(z - z_0))] \} \times \\ & \times \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$g_e = \frac{k_{z0} \operatorname{sgn}(z - z_0) - \beta_z \omega/c}{k_{z0} [k_{z1} - k_{z0} \operatorname{sgn}(z - z_0)] [[k_{z2} - k_{z0} \operatorname{sgn}(z - z_0)]]}; \quad (26)$$

$$g_{s1,2} = \mp \frac{|u_z| \gamma}{\omega_p} \frac{k_{z1,2} - \beta_z \omega/c}{k_{z1,2}^2 - k_{z0}^2}. \quad (27)$$

Как и для плоского источника, имеют место соотношения (7), (8).

Решение граничной задачи в общем случае весьма громоздко. Основные закономерности можно проиллюстрировать в самом грубом по  $\beta$  (нулевом) приближении, при котором  $e$ -часть падающего поля ничем не отличается от случая неподвижной плазмы:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(i)(e)}(x, y, z) &= -i\omega P c^{-1} R^{-1} \exp(i k_0 R) \mathbf{e}_z, \\ \Phi^{(i)(e)}(x, y, z) &= -P \varepsilon_0^{-1} \partial[R^{-1} \exp(i k_0 R)] / \partial z. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}$ . Это справедливо в том случае, когда можно пренебречь вкладом особенностей при  $k_{z,1,2} = k_{z0} \operatorname{sgn}(z - z_0)$ , отбрасываемых в нулевом приближении. Нетрудно показать, что он будет экспоненциально малым, если  $R k_{1,2} \gg 1$ , где  $k_{1,2} = (\omega \mp \omega_p) / u$ .

Рассматривая плазменные волны, векторным потенциалом  $\mathbf{A}^{(s)} = \beta \Phi^{(s)}$  можно пренебречь, а для скалярного на основании [3] получим

$$\begin{aligned} \Phi^{(i)(s,1,2)}(x, y, z) &= \pm \frac{i\omega_p P}{u} \frac{\partial}{\partial z} [K_0(k_{1,2} \rho') \exp(i k_{1,2} z')] \theta(z') \approx \\ &\approx \mp P \frac{\omega_p}{u} \sqrt{\frac{\pi k_{1,2}}{2\rho'}} \left( \sin \alpha - i \frac{x'}{\rho'} \cos \alpha \right) \times \\ &\times \exp(-k_{1,2} \rho' + ik_{1,2} z') \theta(z'), \end{aligned} \quad (29)$$

где  $K_0$  — функция Макдональда, ось  $z'$  направлена вдоль  $u$  ( $x' = x \sin \alpha - (z - z_0) \cos \alpha$ ,  $y' = y$ ,  $z' = x \cos \alpha + (z - z_0) \sin \alpha$ ,  $\rho' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ ). Последняя из формул (29) верна при  $k_{1,2} \rho' \gg 1$ .

Исходя из (23)–(27), нетрудно найти по формулам (16), (17) фурье-образы  $I_{0x}$ ,  $I_{0y}$  компонент тока, заменяющего идеально проводящую плоскость. После этого поле, возникающее при взаимодействии падающей волны с зеркалом, будет определяться формулами (5)–(9), в которых следует проинтегрировать по  $k_x$ ,  $k_y$ . Отметим, что предварительно удобно с помощью калибровочного преобразования ( $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla \psi$ ,  $\psi \rightarrow \psi + i\omega c^{-1} \Phi$ ) привести потенциалы (6), (7) к виду, не содержащему  $A_y$ , так как  $A_y^{(i)} = 0$ . Тогда вместо (6) получим

$$\begin{aligned} A_{Ix} &= 2\pi i (k_x I_{0x} - k_y I_{0y}) (c k_y k_{z0})^{-1} \exp(i k_{z0} |z|), \\ A_{Iz} &= -2\pi i L_{0y} (c k_y)^{-1} \operatorname{sgn} z \exp(i k_{z0} |z|). \end{aligned} \quad (30)$$

Рассмотрим поле, возникающее при взаимодействии с зеркалом  $e$ -части падающего поля. Оно состоит из электромагнитной ( $ee$ ) и плазменной ( $es$ ) частей. В нулевом приближении, не учитывая члены порядка  $\beta$ , для фурье-образов компонент заменяющего зеркало тока в соответствии с (16), (17) получим

$$I_{0x,y}^{(e)} = i\omega P (4\pi^2)^{-1} k_{x,y} k_{z0}^{-1} \exp(i k_{z0} z_0). \quad (31)$$

Подставляя (31) в (30), (9) и интегрируя по  $k_x$ ,  $k_y$ , нетрудно показать, что  $ee$ -поле в области  $z > 0$  равно полу зеркального источника с дипольным моментом  $P \mathbf{e}_z$ , а в области  $z < 0$  оно компенсирует падающее  $e$ -поле, т. е. имеет место обычная теорема об отражении. Данный вывод справедлив в тех пределах, в которых можно пренебречь вкладом особенностей, отброшенных в нулевом приближении. Этот вклад экспоненциально мал при  $R_{ee} k_{1,2} \gg 1$ , где  $R_{ee} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2}$ .

Потенциал  $\Phi^{(es)}$  получается при интегрировании плазменной части в (9) по  $k_x$ ,  $k_y$ , причем он имеет порядок  $\beta_z$ . В нулевом приближении

следует учесть только одну компоненту  $E_z^{(es)} = -\partial\varphi^{(es)}/\partial z$ , для которой можно найти

$$E_z^{(es)} = -\omega_p \epsilon_0 \operatorname{sgn} u_z \theta(zu_z) [\exp(i(\omega - \omega_p)u_z^{-1}z) (\omega - \omega_p)^{-1} - \exp(i(\omega + \omega_p)u_z^{-1}z) (\omega + \omega_p)^{-1}] E_z^{(l)(e)}(x - z \operatorname{ctg} \alpha, y, 0), \quad (32)$$

где  $\frac{E_z^{(l)(e)}(x - z \operatorname{ctg} \alpha, y, 0)}{(x - z \operatorname{ctg} \alpha)^2 + y^2 + z_0^2} = P \epsilon_0^{-1} (k_0^2 + \partial^2/\partial z_0^2) [R_{es}^{-1} \exp(ik_0 R_{es})]$ ,  $R_{es} = \sqrt{(x - z \operatorname{ctg} \alpha)^2 + y^2 + z_0^2}$  — путь, проходимый  $e$ -лучом (на рис. 1 изображен случай  $u_z < 0, y = 0$ ). Формула (32) применима при  $R_{se} k_{1,2} \gg 1$ . Обратим внимание на аналогию (32) с формулой (22) для плоских волн.

Если  $u_z < 0$ , то, кроме  $ee$ - и  $es$ -полей, имеются электромагнитные ( $se$ ) и плазменные ( $ss$ ) волны, возникающие при взаимодействии падающего плазменного следа с зеркалом. Для их определения также следует ввести плоскостной источник  $I^{(s)}$ , заменяющий зеркало. Не останавливаясь на промежуточных выкладках, приведем конечные результаты в нулевом приближении.

Поле  $se$ -типа при  $z > 0$  равно  $e$ -поляю точечного источника с дипольным моментом

$$P_+^{(s)} = -\frac{\omega_p}{\omega^2} P \left[ (\omega + \omega_p) \exp\left(-i \frac{\omega - \omega_p}{u_z} z_0\right) - (\omega - \omega_p) \exp\left(-i \frac{\omega + \omega_p}{u_z} z_0\right) \right], \quad (33)$$

расположенного в точке  $x = -z_0 \operatorname{ctg} \alpha, y = 0, z = 0$  в безграничной плазме. При  $z < 0$  оно эквивалентно  $e$ -поляю диполя  $P_-^{(s)} = -P_+^{(s)}$ . Этот вывод справедлив при  $R_{se} k_{1,2} \gg 1$ , где  $R_{se} = \sqrt{(x + z_0 \operatorname{ctg} \alpha)^2 + y^2 + z^2}$  — путь электромагнитного луча (рис. 1). Таким образом, плазменный след при  $u_z < 0$  существенно влияет на электромагнитную часть поля даже в нулевом приближении.

Волны  $ss$ -типа характеризуются потенциалом  $\varphi^{(ss)}$ , имеющим порядок  $\beta_z$ . В нулевом приближении учитывается лишь компонента

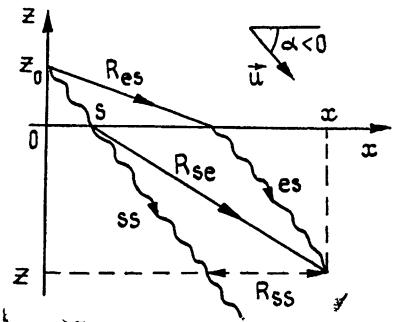


Рис. 1.

$$E_z^{(ss)} = \omega_p P_+^{(s)} \theta(-z) [\exp(i(\omega - \omega_p)u_z^{-1}z) \times \exp(i(\omega + \omega_p)u_z^{-1}z) \times (\omega + \omega_p)^{-1} (k_0^2 + ik_0 R_{ss}^{-1} - R_{ss}^{-2}) \times R_{ss}^{-1} \exp(ik_0 R_{ss})], \quad (34)$$

где  $R_{ss} = \sqrt{[x + (z_0 - z) \operatorname{ctg} \alpha]^2 + y^2}$  (рис. 1). Оценка вклада отброшенных особенностей дает условие применимости (34):  $R_{ss} k_{1,2} \gg 1$ . Заметим, что  $ss$ -поле при удалении от оси  $x = (z - z_0) \operatorname{ctg} \alpha, y = 0$  убывает по закону  $R_{ss}^{-1}$ , т. е. медленнее, чем падающий плазменный след, убывающий экспоненциально. Таким образом, проникновение плазменного следа в зазеркальную область сопровождается его «утолщением».

Подчеркнем разницу между решением задачи в нулевом приближении и в случае неподвижной плазмы. Если среда втекает в полу-пространство, в котором расположен источник, то это отличие сводится к существованию плазменных  $es$ -волн, распространяющихся область перед зеркалом. В зазеркальной области поле равно нулю. Если же среда вытекает из области расположения источника, то зеркало не является идеальным экраном: в зазеркальную область проникают как плазменные ( $es$  и  $ss$ ), так и электромагнитные ( $se$ ) волны. В верхнем полупространстве отличие от неподвижной среды состоит в учете  $se$ -волны.

Решение задачи для горизонтального источника любой ориентации аналогично. В нулевом приближении для  $ee$ -поля имеет место обычная теорема об отражении, а  $es$ -поле определяется формулой (32), в которую нужно подставить соответствующее значение  $E_z^{(l)(e)}$ . Но в отличие от вертикального диполя волны  $se$ -типа, а также эффект «утолщения» плазменного следа в зазеркальной области проявляются лишь в первом приближении.

Полученные результаты принципиально отличаются от решений аналогичных задач для движущегося диэлектрика [6], что связано с наличием конвективной пространственной дисперсии. Даже медленное движение плазмы существенно влияет на структуру поля, причем поле проникает за зеркало, если среда вытекает из области источников.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник — 1975—1976.—М.: Наука, 1978.—152 с.
2. Канарейкин А. Д., Красильников В. Н. — Изв. вузов—Радиофизика, 1982, 25, № 7, с. 739.
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник — 1978—1979.—М: Наука, 1983.—173 с.
4. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник—1974.—М.: Наука, 1976.—179 с.
5. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов —М: Наука, 1979.—220 с.
6. Красильников В. Н., Тюхтин А. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 3, с. 328.

Ленинградский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
27 января 1984 г.,  
в окончательном варианте  
7 сентября 1984 г.

#### ELECTROMAGNETIC WAVE REFLECTION BY AN IDEALLY CONDUCTING PLANE IN MOVING COLD PLASMA

V. N. Krasil'nikov, A. V. Tyukhtin

The plane source radiation in a moving cold collisionless plasma has been considered. The problems of interaction between plane waves and the fields of point sources with ideal mirror have been solved. Special attention has been given to the effects essential in slowly moving plasma.