

УДК 621 396 677.73

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ОСТРОКОНЕЧНЫХ ПИРАМИДАЛЬНЫХ РУПОРАХ**

С. А. Федоров

Предложен подход к определению собственных волн в остроконечных пирамидальных рупорах. Для рупора с плоскими стенками исследована сходимость решения, найдены собственные числа и силовые линии поля *H*-волн.

В рупорах с гладкими металлическими стенками спектр собственных волн, силовые линии поля исследованы только для конической (круговой) и секториальной геометрий (см., например, [1]). Цель настоящей работы — формулировка подхода к определению полей собственных волн остроконечных пирамидальных рупоров, боковая поверхность которых совпадает с координатными поверхностями неортогональных систем координат (рис. 1). Такие рупоры могут применяться в качестве самостоятельных излучателей и широкополосных элементов антенных решеток.

В неортогональных системах координат соотношения для *E*- и *H*-волн [1,2] не применимы. В [3] анализ *E*- и *H*-волн в остроконечных пирамидальных рупорах не рассматривается. Поэтому краткий вывод приводимых ниже основных формул дан в Приложении.

Для отыскания полей собственных волн в остроконечных пирамидальных рупорах необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial^{e(m)} D}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial^{e(m)} D}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{g_{\nu 2}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial^{e(m)} D}{\partial x^3} - \right. \\ \left. - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial^{e(m)} D}{\partial x^2} \right) + {}^{e(m)}\kappa^2 G^{e(m)} D = 0 \tag{1}$$

при граничных условиях

$${}^e D(x^2, x^3) = 0, \quad x^2 = {}_1x^2, {}_2x^2, \quad x^3 = {}_1x^3, {}_2x^3; \tag{2a}$$

$$\delta_2 = \frac{{}^m E_2}{\alpha(x^1)} = \frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \frac{\partial^m D}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial^m D}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x^3 = {}_1x^3, {}_2x^3, \tag{2b}$$

$$\delta_3 = \frac{{}^m E_3}{\alpha(x^1)} = - \frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial^m D}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial^m D}{\partial x^3} = 0 \quad \text{при } x^2 = {}_1x^2, {}_2x^2. \tag{2c}$$

Здесь g_{ij} — основной метрический тензор системы неортогональных сферических координат x^1, x^2, x^3 ; $g = \det[g_{ij}]$; ${}^{e(m)}\kappa$ — собственное число, ${}^m E_2, {}^m E_3$ — ковариантные компоненты вектора напряженности электрического поля ${}^m E$; функции $\alpha(x^1), G(x^2, x^3), g_{\perp}$ приводятся в Приложении.

Решение краевой задачи (1), (2а) для E -волн выполняется по методу Галеркина [4, 5]. Определение полных систем функций, каждая из которых удовлетворяет граничным условиям (2б), затруднительно. Поэтому при получении алгоритма для исследования полей собственных H -волн необходимо использовать модифицированный метод Галеркина, для которого граничные условия (2б) являются естественными [5], § 99. А именно, представляя действительную аппроксимирующую функцию в виде разложения

$$mD(x^2, x^3) = \sum_{K=1}^N a_K D_K(x^2, x^3) \quad (3)$$

по функциям $D_K(x^2, x^3)$ с коэффициентами a_K , в соответствии с [5] находим следующую систему линейных алгебраических уравнений для решения краевой задачи (1), (2б):

$$\sum_{K=1}^N a_K (P_{KK'} - m x^2 S_{KK'}) = 0, \quad K' = 1, \dots, N. \quad (4)$$

Здесь

$$P_{KK'} = \int_{1^{x^2}}^{2^{x^2}} \int_{1^{x^3}}^{2^{x^3}} \left[\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial D_K}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial D_K}{\partial x^3} \right) \frac{\partial D_{K'}}{\partial x^2} + \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial D_K}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial D_K}{\partial x^2} \right) \frac{\partial D_{K'}}{\partial x^3} \right] dx^2 dx^3,$$

$$S_{KK'} = \int_{1^{x^2}}^{2^{x^2}} \int_{1^{x^3}}^{2^{x^3}} G D_K D_{K'} dx^2 dx^3.$$

Система функций $D_K(x^2, x^3)$ является полной в области поперечного сечения $x^2 \in [1^{x^2}, 2^{x^2}]$, $x^3 \in [1^{x^3}, 2^{x^3}]$. Решение системы уравнений (4) проводится традиционным образом [4, 5].

Детальные исследования собственных чисел, силовых линий поля проводились для рупоров, боковая поверхность которых совпадает с координатными поверхностями $\varphi = \pm \varphi_0$, $\psi = \pm \psi_0$ системы координат \tilde{r} , φ , ψ , связанных с декартовыми координатами следующим образом:

$$x = \frac{\tilde{r}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \psi}}, \quad y = x \operatorname{tg} \varphi, \quad z = x \operatorname{tg} \psi.$$

Элементы и определитель основного метрического тензора g_{ij} для системы координат \tilde{r} , φ , ψ равны

$$g_{11} = 1, \quad g_{22} = \tilde{r}^2 \delta^4 \cos^2 \psi, \quad g_{33} = r^2 \delta^4 \cos^2 \varphi,$$

$$g_{23} = -\tilde{r}^2 \delta^4 (\sin 2\varphi \sin 2\psi) / 4,$$

$$\sqrt{g} = \sqrt{g_{\perp}} = r^2 \delta^3 \cos \varphi \cos \psi, \quad \delta = 1 / \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}.$$

Поскольку для данной задачи нет убедительных данных в пользу выбора той или иной системы функций $D_K(x^2, x^3)$, исследовалась сходимость решения для следующих систем функций.

1. Степенные функции

$$D_K(x^2, x^3) = DO(x^2, x^3) (\varphi/\varphi_0)^r (\psi/\psi_0)^p, \quad r, p = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

В этом случае (3) принимает вид

$${}^m D(x^2, x^3) = DO(x^2, x^3) \sum_{r,p} a_{rp} (\varphi/\varphi_0)^r (\psi/\psi_0)^p. \quad (6)$$

Рассматривались два варианта выбора функции $DO(x^2, x^3)$: а) $DO=1$, б) $DO(x^2, x^3) = \cos[(t\pi/2\varphi_0)(\varphi+\varphi_0)] \cos[(h\pi/2\psi_0)(\psi+\psi_0)]$ — точное решение краевой задачи (1), (2б) при $\varphi_0, \psi_0 \rightarrow 0$. Здесь t, h — целые индексы, определяющие тип волны рупора. Классификация волн в рупоре следующая: волна « H_{th} » рупора переходит в известную волну H_{th} прямоугольного волновода при $\varphi_0, \psi_0 \rightarrow 0$.

2. Тригонометрические функции

$$D_K(x^2, x^3) = \cos(\gamma_1 r \pi \varphi / 2\varphi_0 + r\pi/2) \cos(\gamma_2 p \pi \psi / 2\psi_0 + p\pi/2). \quad (7)$$

Расчеты проводились: а) для «основного» базиса ($\gamma_1 = \gamma_2 = 1$), б) для базиса «расширенной области» (аналогично [6]) при $\gamma_1, \gamma_2 < 1$. В (5), (7) использовались четные (нечетные) значения индексов r, p в зависимости от вида симметрии силовых линий поля волн H_{th} .

Сходимость решения иллюстрируется на рис. 2, где представлены зависимости ${}^m \kappa_n - {}^m \kappa_{15}$ (${}^m \kappa_n$ — собственное число, найденное с учетом n низших членов разложения) и максимальных значений $|\delta_2|, |\delta_3|$ из (2б) на стенках рупора от числа членов разложения n (рис. 2б — $\psi = \psi_0$, « H_{10} », рис. 2в — $\varphi_e = \varphi_0$, « H_{10} »). Здесь сплошные линии построены с использованием степенных разложений 1а, штриховые линии — с применением модифицированных степенных разложений 1б. Получено, что наиболее предпочтительными для удовлетворения граничных условий (2б) являются степенные функции 1а. Дело в том, что $DO(x^2, x^3)$ в (6) и тригонометрические функции в (7) при $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ удовлетворяют на стенках рупора однородному граничному условию Неймана, а не условию (2б). Вместе с тем, разложения 1б, 2а обеспечивают более быструю сходимость собственных чисел (см. рис. 2а) и значений компонент поля внутри рупора. Вычисления с тригонометрическими функциями «расширенной области» (2б) не улучшают сходимость граничных условий (2б) по сравнению с функциями «основного» базиса 2а. Ниже приводятся результаты, полученные с 15 членами степенных разложений 1а. Точность вычисления собственных чисел при этом не хуже 0,1%. Погрешность определения компонент поля максимальна для малых значений амплитуды поля и может составить несколько процентов. Погрешность определения направления вектора напряженности электрического поля E максимальна на стенках и для основной волны « H_{10} » не превышает одного градуса. Для волн высших порядков эта погрешность увеличивается и в некоторых точках составляет 2—3 градуса.

Зависимость $({}^m \kappa - \kappa_0)/\kappa_0$ от угла раскрыва квадратных рупоров представлена на рис. 3. Здесь $\kappa_0 = \sqrt{(t\pi/2\varphi_0)^2 + (h\pi/2\psi_0)^2}$ — точное значение ${}^m \kappa$ при $\varphi_0, \psi_0 \rightarrow 0$. Как следует из рассмотрения рис. 3, при увеличении $\varphi_0 = \psi_0$ относительное отличие ${}^m \kappa$ от κ_0 возрастает (абсолютные величины ${}^m \kappa, \kappa_0$ при этом уменьшаются).

Силовые линии вектора напряженности электрического поля на плоском поперечном сечении $x = x_0$ определялись с использованием компонент поля E_y, E_z :

$$E_y = R_y^2 {}^m E_2 + R_y^3 {}^m E_3, \quad E_z = R_z^2 {}^m E_2 + R_z^3 {}^m E_3.$$

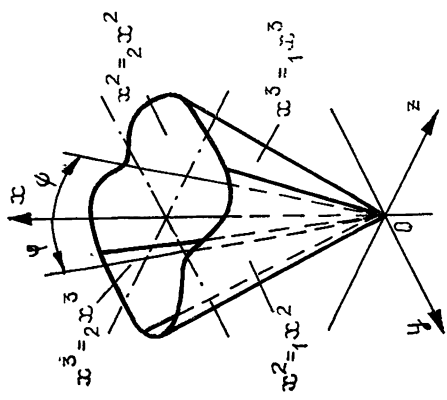


Рис. 1.

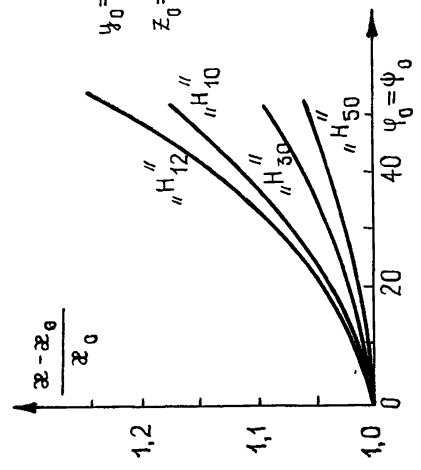
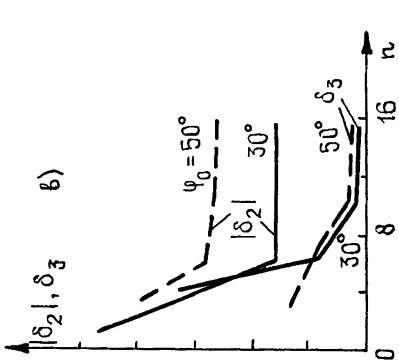
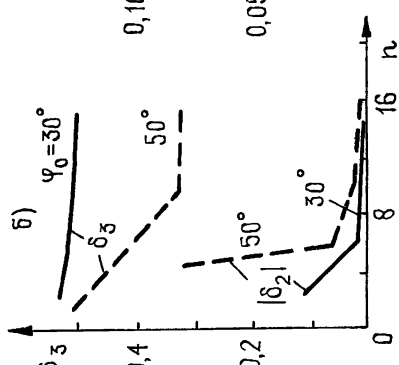
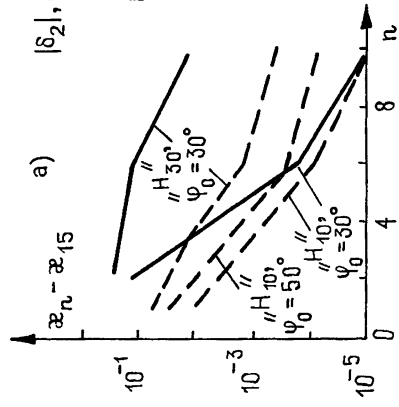


Рис. 3.

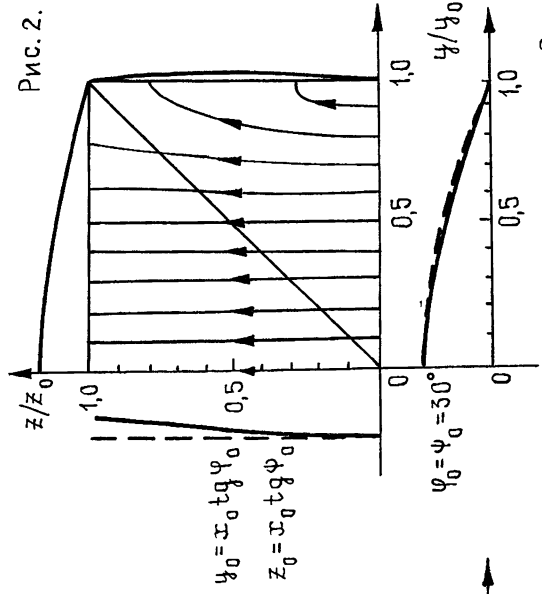


Рис. 2.

Рис. 4.

Здесь $R_y^2, R_z^2, R_y^3, R_z^3$ — проекции векторов взаимного базиса на оси Oy, Oz . Силовые линии для волн « H_{10} » (« H_{01} ») и зависимости амплитуд поля вдоль стенок рупора $\varphi = \varphi_0, \psi = \psi_0$ и вдоль осей симметрии раскрыва Oy, Oz представлены на рис. 4. Аналогичные кривые для волн « H_{30} » (« H_{03} ») показаны на рис. 5. На рис. 4,5 штриховые кривые — зависимости амплитуд поля соответствующих волн прямоугольного волновода. Картина силовых линий не зависит от x_0 , однако распределение амплитуд поля при этом изменяется. На рис. 4,5 $x_0/\lambda = 3,333$ (λ — длина волны, ϵ, μ — постоянны). Из рассмотрения рис. 4,5 следует, что поля собственных волн рупора существенно отличаются от полей соответствующих волн прямоугольного волновода даже при $\varphi_0 = \psi_0 = 30^\circ$. Такие отличия возрастают при увеличении как углов раскрыва φ_0, ψ_0 , так и индексов t, h . Одно из этих отличий состоит в убывании амплитуды поля по направлению от центра раскрыва к стенкам рупора («отрыв» поля от стенок). Следует отметить, что это явление объясняется не только изменением $|\alpha(r)|$ на плоском сечении, хотя за счет таких изменений «отрыв» поля от стенок увеличивается.

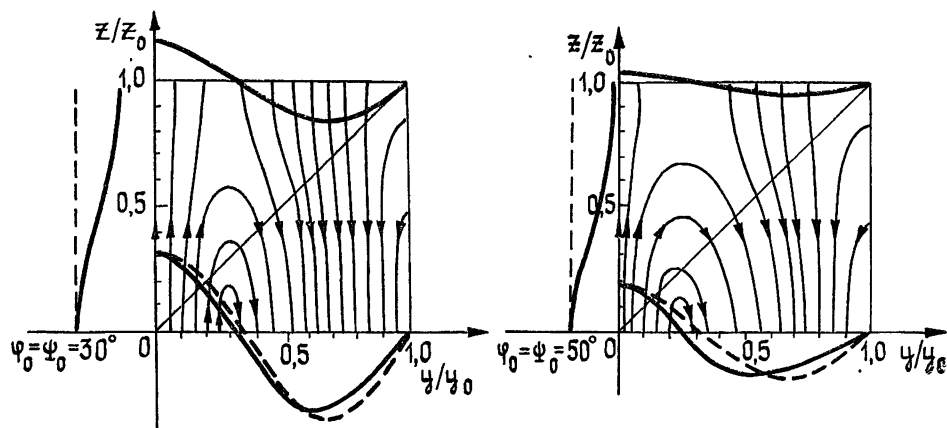


Рис. 5.

Таким образом, с применением предложенного подхода исследованы поля нескольких собственных H -волн для широко распространенной антенны — пирамидального рупора. Как уже отмечалось, аналогичным образом можно исследовать поля в рупорах с криволинейными стенками (в том числе в остроконечных конических рупорах), причем расчеты, выполненные при небольшой кривизне стенок, показывают, что сходимость разложений потенциалов мало отличается от уже рассмотренной. Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при определении параметров рупорных антенн.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Выражая вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} через скалярный Ψ и векторный \mathbf{B} потенциалы,

$$\mathbf{H} = j\omega\epsilon(\mathbf{B} + \text{grad } \Psi), \quad (\text{П.1})$$

из уравнений Максвелла находим, что

$$\mathbf{E} = (1/\epsilon)\text{rot}(\epsilon\mathbf{B}); \quad (\text{П.2})$$

$$-\text{rot}((1/\epsilon)\text{rot}(\epsilon\mathbf{B})) + k^2\mathbf{B} + k^2\text{grad } \Psi = 0. \quad (\text{П.3})$$

Здесь ω — круговая частота, ϵ, μ — комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости изотропного пространства — непрерывные функции координат x^1, x^2, x^3 ; $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$, $j = \sqrt{-1}$.

Как следует из (П.2), H -волны, имеющие $E_1 \equiv 0$, существуют, если

$${}^e B = B_1 \neq 0, \quad B_2 = B_3 = 0, \quad (\text{П.4})$$

Рассмотрим векторное уравнение (П.3). Первая его проекция определяет волновое поле потенциала ${}^e B$, а вторая и третья проекции — связь между ${}^e B$ и Ψ . В случае ортогональности «продольной» x^1 и «поперечных» x^2, x^3 координат, когда $g_{12} = g_{13} = 0$, вторая и третья ковариантные составляющие (П.3) имеют следующий вид

$$-\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left[\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^3} \right) \right] - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} \times \quad (\text{П.5})$$

$$\times \left[\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^2} \right) \right] + k^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x^2} = 0;$$

$$-\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left[\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^2} \right) \right] - \quad (\text{П.6})$$

$$-\frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left[\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\epsilon^m B)}{\partial x^3} \right) \right] + k^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x^3} = 0.$$

Когда элементы тензора g_{ij} удовлетворяют условиям

$$g_{11} = g_{11}(x^1), \quad \frac{\partial}{\partial x^1} \left(g_{22} \sqrt{\frac{g_{11}}{g}} \right) = 0, \quad (\text{П.7})$$

$$\frac{\partial}{\partial x^1} \left(g_{33} \sqrt{\frac{g_{11}}{g}} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x^1} \left(g_{23} \sqrt{\frac{g_{11}}{g}} \right) = 0$$

и ϵ, μ не зависят от x^2, x^3 , из (П.5), (П.6) находим

$$\Psi = \frac{1}{k^2 \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{{}^m B}{\sqrt{g_{11}}} \right) + \tilde{\Psi}(x^1). \quad (\text{П.8})$$

В дальнейшем произвольная дифференцируемая функция $\tilde{\Psi}(x^1)$ выбирается равной нулю. Подставляя Ψ из (П.8) в (П.1) и первую ковариантную составляющую (П.3), получаем

$${}^m H_s = j\omega \epsilon \left({}^m B \delta_{1s} + \frac{\epsilon \mu}{k^2} \frac{\partial}{\partial x^s} \left(\frac{1}{\epsilon \mu \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{{}^m B}{\sqrt{g_{11}}} \right) \right) \right), \quad (\text{П.9})$$

$$\delta_{1s} = \begin{cases} 1, & s = 1; \\ 0, & s \neq 1; \end{cases}$$

$$\epsilon \mu \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\epsilon \mu \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{{}^m B}{\sqrt{g_{11}}} \right) \right) + \frac{g_{11}}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial {}^m B}{\partial x^2} - \right. \right. \quad (\text{П.10})$$

$$\left. - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial {}^m B}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \frac{\partial {}^m B}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g}} \frac{\partial {}^m B}{\partial x^2} \right) + k^2 {}^m B = 0.$$

Соотношения для E -волн находятся из (П.2), (П.9), (П.10) в результате применения принципа двойственности при заменах $\varepsilon \rightleftharpoons -\mu$, $E \rightleftharpoons H$, ${}^m B \rightleftharpoons {}^e B$.

2. Условия (П.7) выполняются для цилиндрических координат (этот случай подробно рассмотрен в [3]) и неортогональных сферических координат x^1, x^2, x^3 , связь которых с декартовыми координатами x, y, z задается формуламн

$$x = f(x^1)\varphi_1(x^2, x^3), \quad y = f(x^1)\varphi_2(x^2, x^3), \quad z = f(x^1)\varphi_3(x^2, x^3), \quad (\text{П.11})$$

где $f^2(x^1) = x^2 + y^2 + z^2 = \tilde{r}^2$, $(\varphi_1)^2 + (\varphi_2)^2 + (\varphi_3)^2 = 1$. Для координат x^1, x^2, x^3 из (П.11) получаем

$$\sqrt{g} = \sqrt{g_{11}(g_{22}g_{33} - g_{23}^2)} = f'x^1 \sqrt{g_{\perp}}, \quad \sqrt{g_{\perp}} = f^2 G(x^2, x^3),$$

$$G^2(x^2, x^3) = [(\varphi'_{1x^2})^2 + (\varphi'_{2x^2})^2 + (\varphi'_{3x^2})^2][(\varphi'_{1x^3})^2 + (\varphi'_{2x^3})^2 + (\varphi'_{3x^3})^2] - \\ - (\varphi'_{1x^2}\varphi'_{1x^3} + \varphi'_{2x^2}\varphi'_{2x^3} + \varphi'_{3x^2}\varphi'_{3x^3})^2.$$

3. Так же как в случае ортогональных координат x^2, x^3 [2], в уравнениях для ${}^e B, {}^m B$ возможно отделение зависимости от «продольной» x^1 и «поперечных» x^2, x^3 координат: ${}^{e(m)}B = {}^{e(m)}\alpha(x^1){}^{e(m)}D(x^2, x^3)$. При этом

$$\varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon\mu \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{{}^{e(m)}\alpha}{\sqrt{g_{11}}} \right) \right) + \left(k^2 - \frac{{}^{e(m)}x^2}{f^2} \right) {}^{e(m)}\alpha = 0, \quad (\text{П.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial {}^{e(m)}D}{\partial x^2} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial {}^{e(m)}D}{\partial x^3} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial {}^{e(m)}D}{\partial x^3} - \frac{g_{23}}{\sqrt{g_{\perp}}} \frac{\partial {}^{e(m)}D}{\partial x^2} \right) + {}^{e(m)}x^2 G {}^{e(m)}D = 0.$$

Здесь ${}^{e(m)}\kappa$ — постоянная разделения, дифференциальный оператор в уравнении для ${}^{e(m)}D$ приводится к оператору Лапласа в «поперечных» координатах x^2, x^3 . Когда ε, μ постоянны, в (П.12) целесообразно выбирать $x^1 = \tilde{r}$. Тогда $g_{11} = 1$ и ${}^{e(m)}\alpha(x^1)$ выражается через функции Ганкеля $H_{\nu}^{(1)}(kr), H_{\nu}^{(2)}(kr)$ (бегущие волны) или Бесселя $J_{\nu}(kr)$ (стоячие волны), $\nu = 0,5\sqrt{1 + 4{}^{e(m)}\kappa^2}$. Для переменных ε, μ необходимо выбрать функцию $f(x^1)$ таким образом, чтобы произведение $\varepsilon\mu\sqrt{g_{11}}$ не зависело от x^1 . Это упрощает преобразование уравнения (П.12) относительно ${}^{e(m)}\alpha(x^1)$ к нормальной форме.

4. Граничные условия для ${}^{e(m)}D$ на идеально проводящих поверхностях, совпадающих с координатными поверхностями $x^2 = {}_1x^2, x^3 = {}_1x^3$, полученные из требований обращения в нуль касательных составляющих вектора E на этих поверхностях, имеют следующий вид:

$${}^e D = 0, \quad x^2 = {}_1x^2, \quad x^3 = {}_1x^3, \quad g_{33} \frac{\partial {}^m D}{\partial x^2} - g_{23} \frac{\partial {}^m D}{\partial x^3} = 0,$$

$$x^2 = {}_1x^2, \quad g_{22} \frac{\partial {}^m D}{\partial x^3} - g_{23} \frac{\partial {}^m D}{\partial x^2} = 0, \quad x^3 = {}_1x^3.$$

5. Отметим, что приведенные соотношения для остроконечных рупоров имеют следующие преимущества в сравнении с результатами [3]. Во-первых, формулы (П.2), (П.9), (П.12) переходят в известные для E - и H -волн в ортогональных системах координат, тогда как в [3] такой переход происходит не всегда. А именно, в § 2 гл. 8 [3] E_{mn} - и H_{mn} -решения для секториального рупора в системах круговых цилиндрических координат при $m, n \neq 0$ оказываются взаимосвязанными. Во-вторых, применение (П.2), (П.9), (П.12), в отличие от формул [3], не требует значительных трансформаций промежуточных соотношений.

Такие преимущества — следствие общности подхода [3], где разложение полей производится по собственным векторным функциям в произвольных неортогональных системах координат.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957
- 2 Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем. — Л.: Изд. ВКАС, 1949.
- 3 Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф. Теория волноводов — М.: Наука, 1967
- 4 Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — М.—Л.: Физматгиз, 1962.
- 5 Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике — М.: Наука, 1970.
6. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики — М.: Наука, 1967.

Ростовский государственный
университет

Поступила в редакцию
16 февраля 1984 г.

INVESTIGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN POINTED PYRAMIDAL HORNS

S. A. Fedorov

In pointed pyramidal horns an approach has been proposed for determination of eigen waves. For horns with plane walls the convergence of solution has been investigated, eigenvalues and H wave line of force have been found.

Аннотации депонированных статей

УДК 550.388

ЭНЕРГИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

М. Г. Гельбер

Энергия низкочастотной электростатической волны в ионосферной плазме определялась как сумма энергий электрического поля волны и колебательного движения ионов и электронов. Показано, что в лабораторной системе отсчета энергия волны, генерируемых токовыми и токово-градиентными неустойчивостями, может быть как положительной, так и отрицательной. Знак энергии волны зависит от ориентации ее волнового вектора относительно геомагнитного и внешнего электрического полей.

Знаки энергии взаимодействующих волн определяют знаки действительных частей в коэффициентах нелинейного взаимодействия мод n , следовательно, характер нелинейных процессов

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег № 298—85. Деп. от 9 января 1985 г.