

УДК 533.951

**О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ УСТАНОВЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ
В ДВИЖУЩЕЙСЯ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ**

В. Г. Гавриленко, С. И. Зайцев

Рассматривается задача об излучении включающегося в момент времени $t=0$ осциллирующего диполя, помещенного в движущуюся с постоянной скоростью v изотропную холодную плазму. Уточняется вид функции Грина в данной среде и определяется поле излучения, которое можно представить в виде двух частей переходного и установившегося решений.

Для нахождения поля излучения часто пользуются функцией Грина, вычисленной в заданной среде (см., например, [1]). Однако для диспергирующих сред, особенно при наличии пространственной дисперсии, этот способ требует очень сложных вычислений. Между тем, для нахождения полей в дальней от источника зоне можно сделать приближенный расчет, основанный на использовании метода перевала [2]. В настоящей работе этот способ применяется для анализа особенностей процесса установления излучения включающегося источника, обусловленных движением плазмы.

Возьмем источник вида

$$j^{ext} = P \delta(r) U(t) \exp(-i\omega_0 t), \tag{1}$$

где

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

$\delta(r)$ — δ -функция Дирака, P — дипольный момент. Поместим его в однородную движущуюся холодную электронную плазму без внешнего магнитного поля и соударений.

Решая методом Фурье уравнения Максвелла со сторонним током (1) и используя тензор диэлектрической проницаемости движущейся плазмы

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}(\omega, k) = \delta_{ij} \left[1 + (\epsilon - 1) \frac{(k_0 - k\beta)^2}{(1 - \beta^2) k_0^2} \right] + \beta_i \beta_j \frac{k^2 - k_0^2}{k_0^2 (1 - \beta^2)} (\epsilon - 1) + \\ + (k_i \beta_j + k_j \beta_i) \frac{k_0 - k\beta}{k_0^2 (1 - \beta^2)} (\epsilon - 1), \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\epsilon = 1 - \omega_p^2 (1 - \beta^2) / c^2 (k_0 - k\beta)^2, \quad k_0 = \omega / c, \quad \beta = v / c,$$

c — скорость света, можно получить электрическое поле излучения в виде

$$E(r, t) = \frac{1}{4\pi^3} \left[\nabla_r (P \nabla_r) - \frac{P}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E_1 + \frac{\omega_p^2}{4\pi^3} \times$$

$$\times \left\{ \beta (P\beta) \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla_r (P\beta) + \beta (P\nabla_r)] + \nabla_r (P\nabla_r) \right\} E_2. \quad (3)$$

Здесь

$$E_1 = \iint \frac{\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})}{\omega(\omega - \omega_0)(k^2 - \omega^2/c^2 + \omega_p^2/c^2)} d\omega d\mathbf{k}; \quad (4)$$

$$E_2 = \iint \frac{\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})}{\omega(\omega - \omega_0)(k^2 - \omega^2/c^2 + \omega_p^2/c^2) [(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 - \omega_p^2(1 - \beta^2)]} d\omega d\mathbf{k}. \quad (5)$$

Интегралы (4), (5) аналогичны рассматриваемым в [1] двум функциям G_0 и G_1 соответственно. Различие вызвано в основном специальным видом источника (1). Ниже приводятся результаты рассмотрения интегралов (4) и (5).

При вычислении (4) и (5) удобно ввести цилиндрическую систему координат (z, ρ, θ) , ось z которой направлена по скорости среды \mathbf{v} . Тогда вид интегралов (4) и (5) значительно упрощается:

$$E_1 = \frac{2\pi^2}{r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[(ir/c) \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} - i\omega t]}{\omega(\omega - \omega_0)} d\omega; \quad (6)$$

$$E_2 = i\pi \sqrt{\frac{2\pi}{\rho}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \int_{-\infty}^{\infty} T_0 \frac{e^{-i\omega t}}{\omega(\omega - \omega_0)} d\omega, \quad (7)$$

в выражении (7)

$$T_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(ik_z z + i\rho \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} - k_z^2}\right) \right] \times \\ \times \left\{ \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} - k_z^2} [(\omega - k_z v)^2 - \omega_p^2(1 - \beta^2)] \right\}^{-1} dk_z. \quad (8)$$

Полученные интегралы будем вычислять приближенно методом перевала [3], что соответствует нахождению поля излучения на больших расстояниях от источника, т. е. в волновой зоне.

1. Рассмотрим сначала интеграл (6) для E_1 . Согласно теории метода перевала его можно представить в виде двух слагаемых

$$E_1 = E_{1\text{перех}} + E_{1\text{устан}}, \quad (9)$$

где $E_{1\text{перех}}$ — вклад перевального пути, а $E_{1\text{устан}}$ — вклад полюса подынтегральной функции на частоте ω_0 . В результате получаем следующее:

- 1) Для области, в точках которой $t < r/c$, $E_1 = 0$.
- 2) При $t > r/c$ появляется решение $E_{1\text{перех}}$, имеющее вид

$$E_{1\text{перех}} = 2\pi^2 \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{2\pi\omega_p c}{(c^2 t^2 - r^2)^{3/2}}} \frac{1}{\omega(\omega - \omega_0)} \times \\ \times \exp(-i\omega_p \sqrt{t^2 - r^2/c^2}), \quad (10)$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\omega_p \sqrt{t^2 - \frac{r^2}{c^2}} \right) = \omega_p \frac{ct}{\sqrt{c^2 t^2 - r^2}} \quad (11)$$

— мгновенная частота этого решения. Приведенное выражение (10) имеет особенность при $\bar{\omega} = \omega_0$, что связано с совпадением полюса подынтегральной функции в (6) с седловой точкой. Поэтому формула (10) в этом случае несправедлива. Используя другое—асимптотическое—представление (см. [4]), которое учитывает, что седловая точка находится вблизи полюса, можно получить при $\bar{\omega} = \omega_0$ более точное выражение для $E_{1\text{перех}}$:

$$E_{1\text{перех}} = 2\pi^2 \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{2\pi c \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}}{\omega_p^2 r^3}} \frac{2\omega_p^2 - \omega_0^2}{2\omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_p^2)} \times \\ \times \exp\left(-i \frac{r \omega_p^2}{c \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}}\right). \quad (12)$$

3) При $t > r\omega_0/c\sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}$ наряду с (10) существует решение второго типа:

$$E_{1\text{устан}} = i4\pi^3 \frac{1}{\omega_0 r} \exp\left(-i\omega_0 t + i \frac{r}{c} \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}\right). \quad (13)$$

На рис. 1 приведена временная зависимость мгновенной частоты $\bar{\omega}$ решения $E_{1\text{перех}}$. Когда $\bar{\omega}$ становится равной частоте источника ω_0 , а это, как показывает математический расчет, происходит в момент времени $t_1 = r\omega_0/c\sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}$, в точке наблюдения появляется решение $E_{1\text{устан}}$. Это возможно, если $\omega_0 > \omega_p$. Когда же $\omega_0 < \omega_p$, условие $\omega_0 = \bar{\omega}$ никогда не выполняется и установившегося решения нет. При $t \rightarrow \infty$ решение $E_{1\text{перех}}$ затухает со временем как $t^{-3/2}$. Переходное решение (10) с точностью до множителя $1/\omega(\bar{\omega} - \omega_0)$ совпадает с функцией G_0 из [1].

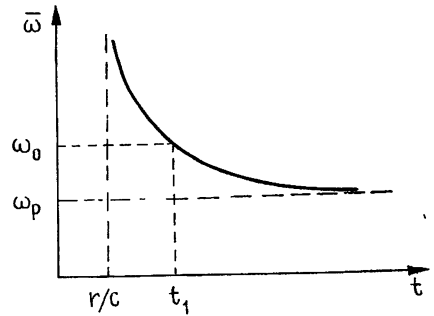


Рис. 1.

2. Рассмотрим интеграл (7) для E_2 . При вычислении данного двойного интеграла как повторного метод перевала приходится использовать дважды: сначала при интегрировании по k_z , а затем при интегрировании по ω . В результате громоздких вычислений можно получить, что решение E_2 состоит из четырех слагаемых:

$$E_2 = E_{2\text{перех}}^{(1)} + E_{2\text{перех}}^{(2)} + E_{2\text{устан}}^{(1)} + E_{2\text{устан}}^{(2)}. \quad (14)$$

1) Как и E_1 , (14) существует только при $t > r/c$.

2) Сначала появляется решение $E_{2\text{перех}}^{(1)}$, имеющее вид, аналогичный (10), а именно

$$E_{2\text{перех}}^{(1)} = 2\pi^2 \sqrt{2\pi\omega_p c} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \frac{\sqrt[4]{c^2 t^2 - r^2}}{(z - vt)^2 + \rho^2 (1 - \beta^2)} \times$$

$$\times \frac{1}{\omega_p^2 \bar{\omega} (\bar{\omega} - \omega_0)} \exp(-i\omega_p \sqrt{t^2 - r^2/c^2}). \quad (15)$$

Выражения (10) для $E_{1\text{перех}}$ и (15) для $E_{2\text{перех}}^{(1)}$ после подстановки в формулу (3) дадут переходное решение одного вида:

$$E_{\text{перех}}^{(1)} \sim \exp(-i\omega_p \sqrt{t^2 - r^2/c^2}). \quad (16)$$

Физически оно соответствует тому, что в заданную точку наблюдения с течением времени приходят составляющие сигнала, имеющие все меньшую мгновенную частоту и все меньшую групповую скорость. Поскольку групповая скорость электромагнитных волн в немагнитоактивной плазме не зависит от ее движения, качественный вид переходного решения этого типа мало меняется при уменьшении скорости дрейфа плазмы.

3) В момент времени $t=t_1$ возникает решение

$$E_{2\text{устач}}^{(1)} = i4\pi^3 \frac{1}{\omega_0 r} \frac{\exp(-i\omega_0 t + (ir/c) \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2})}{(\omega_0 - (\beta z/r) \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2})^2 - \omega_p^2 (1 - \beta^2)}. \quad (17)$$

Выражения (13) для $E_{1\text{устан}}$ и (17) для $E_{2\text{устан}}^{(1)}$ после подстановки в формулу (3) дадут установившееся решение вида

$$E_{\text{устан}}^{(1)} \sim \exp[-i\omega_0 t + (ir/c) \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2}]. \quad (18)$$

4) В области $z > 0$ при временах $t > r/c$ появляется решение $E_{2\text{перех}}^{(2)}$, определяемое выражением

$$E_{2\text{перех}}^{(2)} = E^{(2)}(t) \exp\left(-i\omega_p \frac{r^2 \sqrt{1-\beta^2}}{r^2 - \beta^2 z^2} t + i\omega_p \beta \frac{r^2 \sqrt{1-\beta^2}}{r^2 - \beta^2 z^2} \frac{z}{c} - \beta\omega_p \times \right. \\ \left. \times \frac{\rho}{r^2 - \beta^2 z^2} \frac{r^2}{c}\right). \quad (19)$$

Нетрудно видеть, что это решение экспоненциально спадает в перпендикулярном к z направлении (по оси ρ), т. е. можно считать, что оно существует в ограниченной полосе $\rho < \rho_0$ вдоль оси z :

$$\rho_0 = [(r^2 - \beta^2 z^2)/r^2 \beta \omega_p] c. \quad (20)$$

Амплитуда волны $E^{(2)}(t)$ имеет довольно сложный вид, поэтому здесь отметим только характерную особенность зависимости $E^{(2)}(t)$, а именно до момента времени $t = r/v$:

$$E^{(2)}(t) \sim \exp\left(\beta^2 \frac{\rho z}{r^2 - \beta^2 z^2} t\right), \quad (21)$$

т. е. нарастает, а начиная с момента времени $t = r/v$,

$$E^{(2)}(t) \sim \exp\left(-\beta^2 \frac{\rho z}{r^2 - \beta^2 z^2} t\right), \quad (22)$$

т. е. затухает и при $t \rightarrow \infty$ убывает до нуля. Анализ показывает, что переходное решение (19) исчезает при $v \rightarrow 0$, т. е. оно целиком связано с движением плазмы.

5) В области $z > 0$, начиная с момента времени $t = r/v$, когда решение $E_{2\text{перех}}^{(2)}$ имеет максимальное значение, появляется установившееся решение $E_{2\text{устан}}^{(2)}$, которое остается при $t \rightarrow \infty$. Оно представляет собой сумму двух слагаемых, каждое из которых записывается следующим образом:

$$E_{2\text{устан}}^{(2)} \sim \exp \left(-i\omega_0 t + iz \frac{\omega_0 \pm \omega_p \sqrt{1-\beta^2}}{v} - \rho \frac{|\omega_0 \sqrt{1-\beta^2} \pm \omega_p|}{v} \right). \quad (23)$$

Оно также экспоненциально спадает в перпендикулярном к оси z направлении, т. е. это решение типа следа, которое было получено и исследовано для гармонического осциллятора в работе [5].

Таким образом, формула (19) описывает процесс установления следа, образованного быстрой и медленной волнами пространственного заряда, возбуждаемыми источником в движущейся плазме. Переходный режим для этих волн качественно отличается от установления электромагнитных волн, так как групповая скорость волн пространственного заряда не зависит от частоты.

Полученная выше переходная часть решения E_2 существенно отличается от вида функции G_1 из [1]. Это связано с неточным вычислением интегралов в [1].

В заключение авторы выражают благодарность С. Н. Столярову и Н. С. Степанову за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник 1978—1979.— М.: Наука, 1983, с 173
2. Гавриленко В. Г., Зайцев С. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 7, с. 892.
3. Федорюк М. В. Метод перевала.— М.: Наука, 1977.
4. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн.— М.: Мир, 1978, т. 1.
5. Зайцев С. И., Лупанов Г. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с 794

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
19 марта 1984 г.

ON SOME PECULIARITIES OF THE RADIATION ESTABLISHMENT IN A MOVING ISOTROPIC PLASMA

V. G. Gavrilenko, S. A. Zajtzev

The radiation problem is considered of an oscillating dipole switching on at a moment $t = 0$ and placed in an isotropic cold plasma moving with the constant velocity v . The kind of Green's function in the given medium is specified and the field of radiation is detected in the form in two parts. of transient and established solutions.