

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ E -ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКЕ ИЗ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ

Ф. Г. Богданов, Г. Ш. Кеванишвили, Э. И. Сикмашвили,
О. П. Цагарейшвили, М. Н. Чихладзе

Рассматривается дифракция наклонно падающей плоской E -поляризованной электромагнитной волны на решетке из идеально проводящих цилиндров с диэлектрическим покрытием. Исследуются зависимости коэффициента прохождения от различных параметров решетки.

Периодические решетки из элементов разнообразного профиля находят широкое применение в различных областях радиотехники. В последние годы возрастает интерес к использованию металлodieлектрических структур, в частности, решеток из металлических цилиндров с диэлектрическим покрытием. В [1] подобные решетки рассматривались в связи с исследованием влияния обделенения на электрические свойства проволочных решеток. В [2] построена теория данной решетки методом ортогонализации [3] при произвольных толщинах внутреннего и внешнего заполнений и проницаемостях покрытия. В настоящей работе предложен новый подход к решению этой задачи и проводится исследование основных дифракционных зависимостей решетки в случае, когда E -составляющая падающей волны параллельна образующим цилиндров.

Исследуемая решетка из коаксиальных цилиндров бесконечной длины изображена на рис. 1 в сечении XOY вместе с используемыми прямоугольной (X, Y, Z) и цилиндрическими (r_n, φ_n, Z) системами координат. Предположим, что со стороны положительных X она облучается наклонно падающей (под углом θ к оси X) плоской E -поляризованной волной

$$E_z = \exp[ikx \cos \theta + iky \sin \theta] \quad (1)$$

$$(k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0})$$

(зависимость от времени берем в виде $e^{i\omega t}$, и рассмотрим задачу о нахождении рассеянного решеткой поля.

Поле, рассеянное в пространстве, может быть представлено в виде

$$E_{z1} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m H_m^{(2)}(kr_\nu) e^{ik\nu d \sin \theta} e^{im\varphi_\nu} \quad (r, \geq a), \quad (2)$$

где $H_m^{(2)}(kr_\nu)$ — функция Ханкеля второго рода, X_m — неизвестные

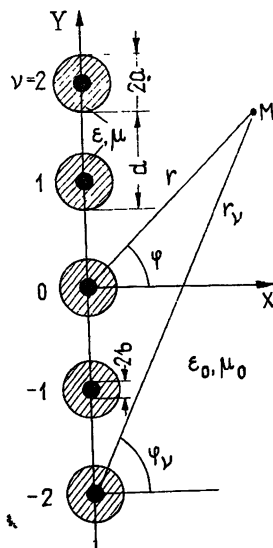


Рис. 1.

коэффициенты мультипольного спектра рассеянной волны.

Поле в диэлектрическом покрытии представляется в виде

$$E_{z2}^{(v)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [P_m J_m(k_1 r_v) + Q_m N_m(k_1 r_v)] e^{ik_v d \sin \theta} e^{im\varphi}, \quad (3)$$

$$(b \leq r_v \leq a),$$

где $J_m(k_1 r_v)$ и $N_m(k_1 r_v)$ — функции Бесселя и Неймана, $k_1 = \omega/\sqrt{\epsilon\mu}$ — волновое число в диэлектрике, P_m и Q_m — неизвестные коэффициенты.

Используя граничные условия на металле

$$E_{z2}^{(v)} = 0 \quad \text{при } r = b \quad (0 \leq \varphi_v \leq 2\pi), \quad (4)$$

поле в диэлектрике перепишем в виде

$$E_{z2}^{(v)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m \Psi_m(k_1 r_v, k_1 b) e^{ik_v d \sin \theta} e^{im\varphi}, \quad (5)$$

$$(b \leq r_v \leq a),$$

где

$$\Psi_m(k_1 r_v, k_1 b) = J_m(k_1 r_v) N_m(k_1 b) - J_m(k_1 b) N_m(k_1 r_v),$$

а $R_m = P_m/N_m(k_1 b) = -Q_m/J_m(k_1 b)$ — новые неизвестные. Коэффициенты X_m и R_m находятся из условий непрерывности

$$E_{z1} + E_z = E_{z2}^{(v)} \quad \text{при } x = \nu d + a \cos \varphi, \quad y = a \sin \varphi, \quad (6)$$

$$H_{\varphi 1} + H_{\varphi} = H_{\varphi 2}^{(v)}$$

где

$$H_{\varphi 1} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r_v} E_{z1}, \quad H_{\varphi} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r_v} E_z, \quad H_{\varphi 2}^{(v)} = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial}{\partial r_v} E_{z2}^{(v)}.$$

Удовлетворяя (6) на поверхности центрального цилиндра ($\nu = 0$) и используя теорему сложения для цилиндрических функций, приходим к системе функциональных уравнений относительно искомым неизвестных:

$$f(\alpha, \varphi, \theta) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m F_m(\alpha, \varphi, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m \Psi_m(\alpha_1, \gamma_1) e^{im\varphi}; \quad (7)$$

$$f'(\alpha, \varphi, \theta) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m F'_m(\alpha, \varphi, \theta) = (\omega/\omega_1) \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m \Psi'_m(\alpha_1, \gamma_1) e^{im\varphi} \quad (8)$$

$$(0 \leq \varphi_v \leq 2\pi),$$

где

$$f(\alpha, \varphi, \theta) = e^{i\alpha\varphi \cos(\varphi - \theta)} \quad (\alpha = ka, \quad \alpha_1 = k_1 a, \quad \gamma_1 = k_1 b),$$

$$F_m(\alpha, \varphi, \theta) = H_m^{(2)}(\alpha) e^{im\varphi} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(\alpha) Z_{m-s}(\beta, \theta) e^{is\varphi} \quad (\beta = kd),$$

$$Z_{m-s}(\beta, \theta) = i^{m-s} \sum_{\nu=1}^{\infty} [e^{-i\beta\nu \sin \theta} + (-1)^{m-s} e^{i\beta\nu \sin \theta}] H_{m-s}^{(2)}(\beta\nu),$$

$\omega = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ и $\omega_1 = \sqrt{\mu/\epsilon}$ — волновые сопротивления внешнего пространства и диэлектрического заполнения, а штрих (') означает производную по α и α_1 соответственно.

Умножая обе части (7) и (8) на $e^{-in\varphi}d\varphi$ и интегрируя от 0 до 2π , приходим к дуальной бесконечной системе алгебраических уравнений:

$$X_n + \frac{i^n J_n(\alpha) e^{-in\theta}}{H_n^{(2)}(\alpha)} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \frac{J_n(\alpha) Z_{m-n}(\beta, \theta)}{H_n^{(2)}(\alpha)} = R_n \frac{\Psi_n(\alpha_1, \gamma_1)}{H_n^{(2)}(\alpha)}; \quad (9)$$

$$X_n + \frac{i^n J_n'(\alpha) e^{-in\theta}}{H_n^{(2)}(\alpha)} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \frac{J_n'(\alpha) Z_{m-n}(\beta, \theta)}{H_n^{(2)}(\alpha)} = \frac{\omega}{\omega_1} R_n \frac{\Psi_n'(\alpha_1, \gamma_1)}{H_n^{(2)}(\alpha)}. \quad (10)$$

Исключая из (9) и (10) неизвестные R_m , получим бесконечную систему уравнений относительно X_m :

$$X_n = a_n + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq n}}^{\infty} X_m Q_{nm} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (11)$$

где

$$a_n = -i^n c_n e^{-in\theta}, \quad Q_{nm} = -c_n Z_{m-n}(\beta, \theta),$$

$$c_n = [J_n(\alpha) \Psi_n'(\alpha_1, \gamma_1) - (\omega_1/\omega) \Psi_n(\alpha_1, \gamma_1) J_n'(\alpha)] \times$$

$$\times \{\Psi_n'(\alpha_1, \gamma_1) [H_n^{(2)}(\alpha) + J_n(\alpha) Z_0(\beta, \theta) - (\omega_1/\omega) \Psi_n(\alpha_1, \gamma_1) \times$$

$$\times [H_n^{(2)'}(\alpha) + J_n'(\alpha) Z_0(\beta, \theta)]\}^{-1}.$$

Важными характеристиками решетки являются коэффициенты дифракционного спектра рассеянной волны, определяющиеся как амплитуды разложения рассеянного поля по дифракционным гармоникам [3]:

$$E_{z1}^+ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m \exp(ig_m y + ih_m x) \quad (x < -a); \quad (12)$$

$$E_{z1}^- = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \exp(ig_m y - ih_m x) \quad (x > a), \quad (13)$$

где

$$g_m = (2\pi m/d) + k \sin \theta, \quad h_m = \sqrt{k^2 - g_m^2} \quad (\text{Im} h_m < 0).$$

Следуя [3], для коэффициентов B_m и A_m получим выражения

$$B_m = \delta_{m0} + \frac{1}{\pi \sqrt{D^2 - (m + D \sin \theta)^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^{-n} X_n e^{in\varphi_m}; \quad (14)$$

$$A_m = - \frac{1}{\pi \sqrt{D^2 - (m + D \sin \theta)^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n X_n e^{-in\varphi_m} \quad (15)$$

$$(D = d/\lambda),$$

где δ_{m0} — символ Кронекера,

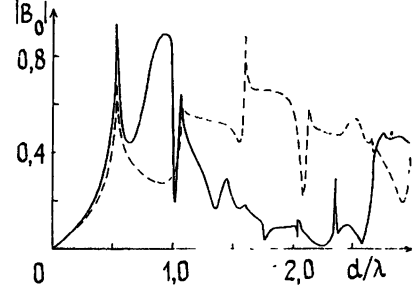
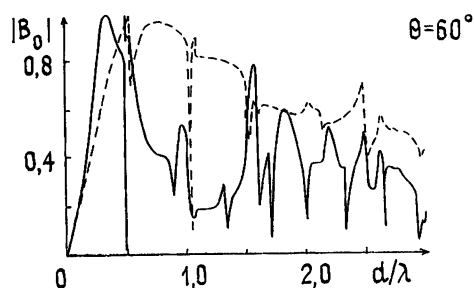
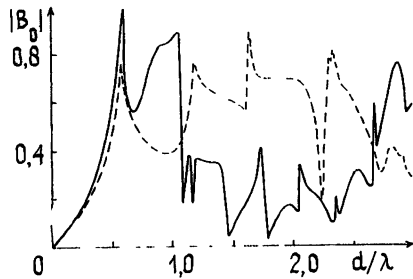
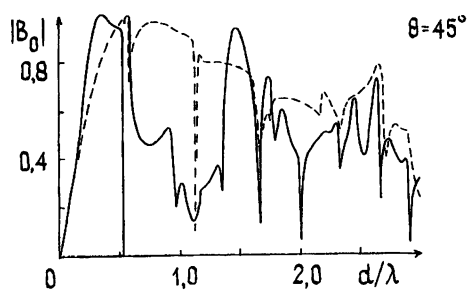
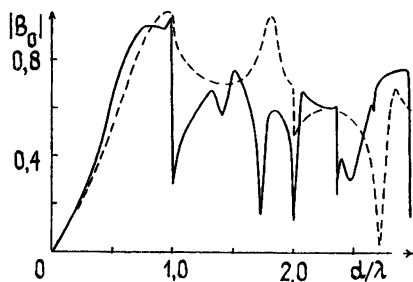
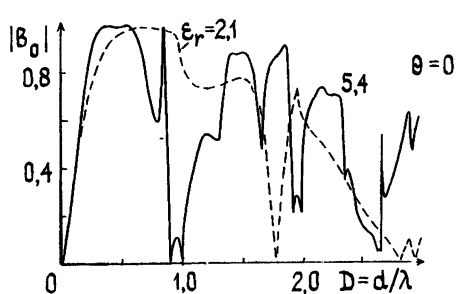
$$\varphi_m = \arctg[(m + D \sin \theta) / \sqrt{D^2 - (m + D \sin \theta)^2}].$$

Система уравнений (11) численно исследовалась на ЭВМ (БЭСМ-6) при различных параметрах решетки $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$, $s = 2a/d$,

$s_0 = 2b/d$, b/a , $D = d/\lambda$ и θ при $\mu = \mu_0$. Сходимость алгоритма и устойчивость решения задачи иллюстрирует табл. 1 зависимости модуля коэффициента прохождения $|B_0|$ от порядка редукции N для различных параметров решетки (при $\theta = 0^\circ$, $s = 0,5$).

Таблица 1

Параметры решетки			Модуль коэффициента прохождения			
ϵ_r	D	b/a	$N = 1$	$N = 3$	$N = 5$	$N = 7$
2,1	1,5	0,1	0,72123	0,76717	0,76780	0,76780
		0,5	0,72970	0,70470	0,70356	0,70356
5,4	0,5	0,1	0,99866	0,99836	0,99836	0,99836
		0,5	0,63580	0,63605	0,63605	0,63605
	1,5	0,1	0,80005	0,91112	0,88031	0,88031
		0,5	0,66316	0,77316	0,74959	0,74959
	2,5	0,1	0,69384	0,16853	0,16743	0,15608
		0,5	0,81038	0,27795	0,28015	0,32005



а) $b/a = 0,1$

б) $b/a = 0,5$

Рис. 2.

Анализ сходимости алгоритма показывает, что при малых заполнениях s и относительных периодах D решение задачи определяется своим нулевым приближением (при этом решетка представляет систему независимых переизлучателей). С ростом параметров s , D и ϵ_r сходимость алгоритма ухудшается, что указывает на появление дифракционного взаимодействия элементов решетки.

Некоторые результаты численного анализа представлены на рис. 2, 3 и 4 в виде графиков зависимостей модуля коэффициента прохождения от различных параметров решетки. Кривые на рис. 2 и 3 соответствуют значениям $\epsilon_r=5,4$ (слюда, сплошные кривые) и $\epsilon_r=2,1$ (тефлон, штриховые линии).

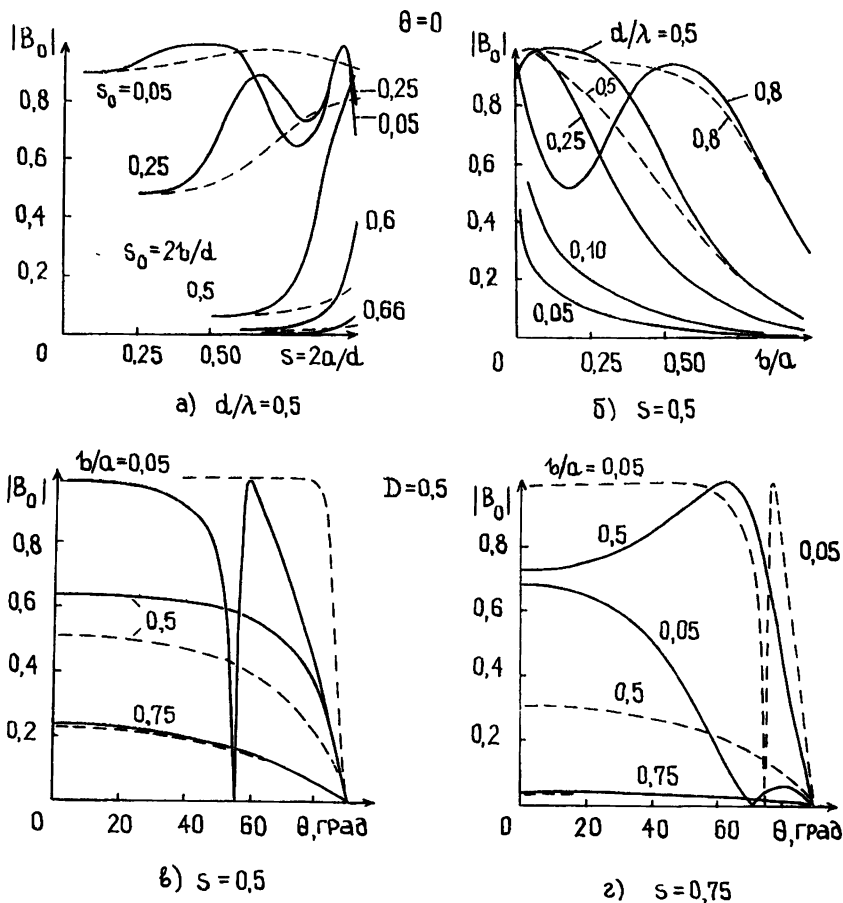


Рис. 3.

Из рис. 2 следует, что рассматриваемая решетка представляет собой резонансную систему, причем число и глубина резонансов возрастают с уменьшением отношения b/a и ростом относительного периода решетки $D = d/\lambda$, проницаемости покрытия ϵ_r и угла падения θ . На рис. 3 и 4 приведены явные зависимости коэффициента прохождения от этих параметров.

В длинноволновой области ($D \rightarrow 0$) исследуемая решетка полностью отражает падающее на нее поле, как и решетка из идеально проводящих элементов [3, 4]. Более того, при малых d/λ прозрачности обеих решеток совпадают. Таким образом, увеличение толщины и

проницаемости диэлектрического покрытия в этом диапазоне волн не влияет на структуру рассеянного поля в дальней зоне.

С уменьшением длины падающей волны возрастает влияние дифракционных гармоник как внутри элементов решетки, так и в окружающем ее пространстве. Возбуждение пространственных гармоник связывается с аномалиями Вуда в критических точках решетки $D_n = |n| (1 \pm \sin \theta)^{-1}$. Особенностью рассматриваемой решетки является наличие резонансов, связанных с интерференцией дифракционных гармоник внутри диэлектрического покрытия.

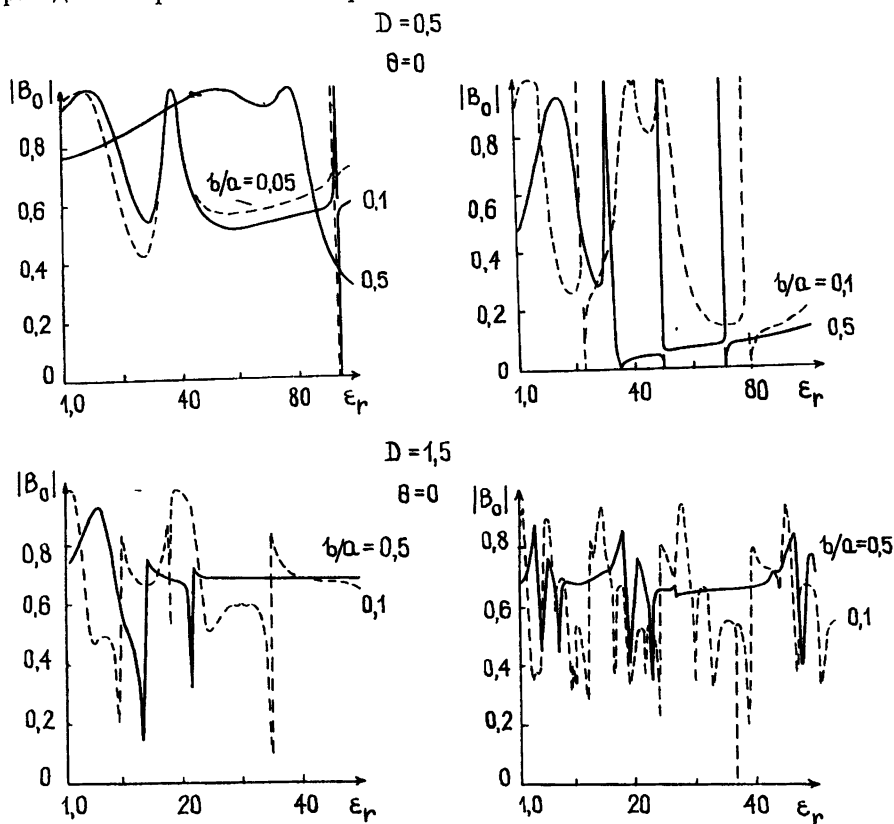


Рис. 4.

Важным свойством исследуемой решетки является наличие эффектов полного отражения и прохождения падающей волны, которые наблюдаются лишь в одноволновой области. По-видимому, это общее свойство диэлектрических структур [4], связанное с интерференцией распространяющихся дифракционных гармоник внутри диэлектрика. Отметим, что с увеличением толщины проводящей части b/a дифракционные зависимости сглаживаются, а при достаточно больших b/a резонансные эффекты исчезают. Указанные закономерности справедливы по отношению ко всем основным параметрам решетки.

Исследуя зависимости коэффициента прохождения от толщины диэлектрического покрытия и угла падения (рис. 3), отметим следующее.

При увеличении толщины покрытия прозрачность решетки в одноволновой области сначала возрастает, а затем убывает (в [1] указывается на монотонно возрастающий характер этой зависимости). В многоволновой области рассматриваемая зависимость представляет сильно осциллирующую функцию.

Прозрачность решетки практически не изменяется при небольших отклонениях угла падающей волны от нормального. При углах падения, близких к скользящим ($\theta \approx 90^\circ$), решетка полностью отражает падающее на нее поле.

Таким образом, исследование решеток из коаксиальных цилиндров выявляет качественно новые эффекты, отсутствующие у решеток из идеально проводящих элементов [3, 4] и позволяет заключить, что данная решетка совмещает в себе свойства решеток из идеально проводящих и диэлектрических элементов. Следовательно, с внесением диэлектрического покрытия решетки из проводящих элементов приобретают новые свойства, а изменением толщины покрытия и других параметров решетки можно качественно менять ее свойства и эффективно управлять рассеянным полем. Это позволяет предположить, что полученные результаты найдут применение в антенной технике и других областях техники СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Парамонов В. К. — Радиотехника, 1956, 11, с. 12.
2. Цагарейшвили О. П. Тезисы докладов Второго Всесоюзного симпозиума по миллиметровым и субмиллиметровым волнам. — Харьков, 1978, т. 1, с. 262.
3. Кеванишвили Г. Ш., Цагарейшвили О. П. — Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 3, с. 498.
4. Шестопапов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. — Харьков: Гос. ун-т, 1973.

Тбилисский государственный
университет

Поступила в редакцию
28 декабря 1983 г.

DIFFRACTION OF THE PLANE *E*-POLARIZED WAVE BY THE GRATING OF THE COAXIAL CYLINDERS

*F. G. Bogdanov, G. Sh. Kevanishvili, Z. I. Sikmashvili,
O. P. Tsagareishvili, M. N. Chikhladze*

The problem of diffraction of the oblique plane *E*-polarized electromagnetic wave by the grating of the ideally conducting cylinders with dielectric coat is considered. Dependences of the passage coefficient on different parameters of the grating are investigated.
