

УДК 534.222.2, 538.574

ДВУМЕРНЫЕ МУЛЬТИСОЛИТОНЫ—СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КАДОМЦЕВА—ПЕТВИАШВИЛИ

Л. А. Абрамян, Ю. А. Степаняцц

С помощью численных расчетов на ЭВМ показано, что в рамках уравнения Кадомцева—Петвиашвили (КП) с положительной дисперсией могут существовать двумерные локализованные по всем направлениям стационарные мультисолитоны. Приведена общая формула N -солитонного решения стационарного уравнения КП. Проанализированы частные решения, представляющие собой периодические цепочки алгебраических солитонов и стационарно связанные образования, содержащие пару алгебраических солитонов и плоский солитон.

1. Уравнение Кадомцева—Петвиашвили (КП) было получено в 1970 году [1] для описания слабонеодномерных волновых процессов малой, но конечной амплитуды в средах, обладающих дисперсией в области высоких частот. В системе координат, движущейся вдоль оси x со скоростью линейных длинных волн c_0 , оно имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} - \beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) = -\frac{c_0}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (1)$$

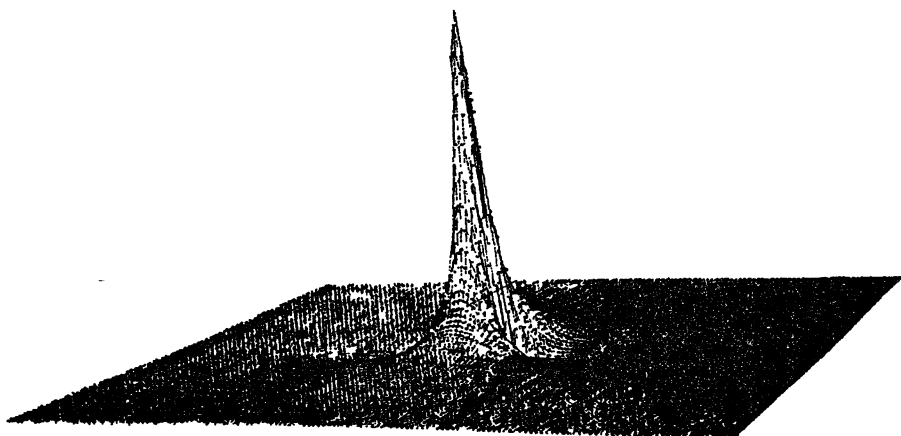
Здесь α и β — параметры нелинейности и дисперсии соответственно, вид которых определяется конкретной физической системой. Например, если $u(x, y, t)$ описывает возмущение свободной поверхности жидкости, то [2]

$$\alpha = \frac{3}{2} \frac{c_0}{h}, \quad \beta = \frac{c_0}{6} \left(\frac{3\sigma}{\rho g} - h^2 \right), \quad c_0 = \sqrt{gh}, \quad (2)$$

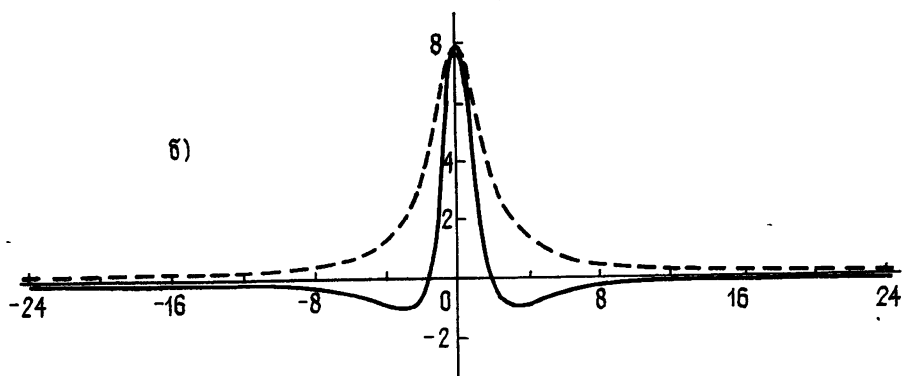
где h — невозмущенная глубина жидкости, g — ускорение силы тяжести, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости. Аналогичное уравнение может быть получено для описания косых магнитозвуковых волн в холодной плазме [3], упругих волн в нелинейных пластинах [4] и в ряде других случаев.

Известно, что уравнение (1) обладает многосолитонными решениями, описывающими взаимодействие плоских солитонов, бегущих под различными углами друг к другу [5, 6]. Однако, как было показано еще в работе [1] (см. также [7]), плоские солитоны устойчивы по отношению к поперечным возмущениям их фронтов только в средах с отрицательной дисперсией ($\beta < 0$). В средах с положительной дисперсией плоские солитоны неустойчивы, но в этом случае могут существовать двумерные локализованные решения—алгебраические солитоны со степенными асимптотиками [8], которые устойчивы по отношению к любым малым возмущениям. Впервые такие солитоны были найдены численно Петвиашвили [9]. Алгебраические солитоны имеют своеобразную структуру: они монотонно убывают от максимума к периферии в направлении поперек движения, но в направлении движения их поля спадают немонотонно, образуя минимумы поля на некотором расстоя-

нии по обе стороны от вершины (рис. 1). Наличие минимума поля позволяет предполагать, что два алгебраических солитона могут образовывать связанные состояния, если их параметры достаточно близки друг к другу, так что относительной кинетической энергии недостаточно для разлета солитонов. Связанное состояние может быть возбужденным, когда солитоны, двигаясь совместно в одном направлении,



а)



б)

Рис 1. а) Пространственный рельеф двумерного алгебраического солитона.
б) Сечения алгебраического солитона вдоль (сплошная кривая) и поперек (пунктир) направления движения.

колеблются друг относительно друга, образуя бризер, или стационарным, если каждый из солитонов находится точно в минимуме потенциала, образуемого полем соседа. Последний случай особенно просто поддается исследованию как численно, так и аналитически.

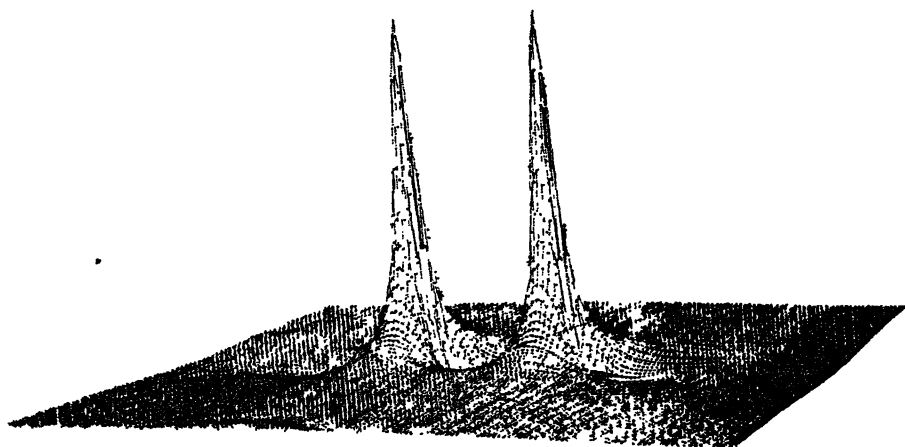
Переходя к безразмерным переменным

$$\xi = \sqrt{\frac{V}{\beta}} (x + Vt), \quad \eta = yV \sqrt{\frac{2}{c_0\beta}}, \quad v = -\frac{\alpha}{V} u. \quad (3)$$

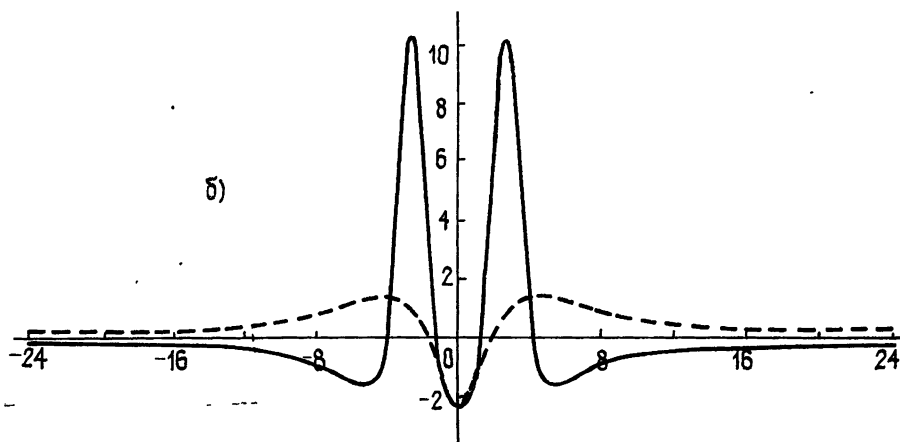
где V — скорость стационарной волны, перепишем (1) в виде

$$\partial^2 v / \partial \eta^2 + \partial^2 v / \partial \xi^2 = \partial^4 v / \partial \xi^4 + (1/2) \partial^2 v^2 / \partial \xi^2. \quad (4)$$

Это уравнение родственно уравнению нелинейной струны [10, 11], но с эллиптическим оператором в левой части. Его решения, представляющие собой двумерные стационарно связанные солитоны—мультисолитоны, могут быть найдены численно методом стабилизирующего множителя, предложенным в [9]. Прodelывая вычисления по итерационной схеме [9] с использованием произвольной одногорбой начальной функции, нами было воспроизведено (для контроля) решение, полученное в [9] (см. рис. 1). Если же начальная функция выбиралась двугорбой, например в виде суперпозиции одногорбых солитонов, вершины которых сдвинуты на некоторое расстояние, то довольно быстро итерационный процесс сходился к двойному бисолитону, изображенному на рис. 2. Удивительным оказалось то, что такое решение в виде бисолитона не единственно. Изменяя расстояние между максимумами начальной



а)



б)

Рис. 2. а) Пространственный рельеф двумерного бисолитона.
б) Сечения бисолитона вдоль (сплошная кривая) и поперек (пунктир) направления движения.

функции, можно было получить целое семейство бисолитонов, максимумы которых зависели от расстояния между ними, ξ_0 . График этой зависимости изображен на рис. 3. При $\xi_0 \rightarrow \infty$ амплитуды бисолитонов приближаются к значению, соответствующему одиночному солитону (равному 8 для уравнения (4)). При уменьшении ξ_0 амплитуды бисо-

литонов возрастают, однако при $\xi_0 \leq 5$ бисолитоны не образуются: двугорбая начальная функция в процессе итераций превращается в одиночный солитон. Структура бисолитона вдали от вершин, как легко видеть из рис. 2, качественно похожа на структуру одиночного солитона; поэтому естественно ожидать, что аналогичным образом могут

быть построены тройные, четверные и т. д. мультисолитоны. Однако с вычислительной точки зрения получение таких решений становится все более сложной задачей, ибо при этом требуется существенно увеличивать машинные ресурсы (объем оперативной памяти, время счета). Кроме того, область притяжения сложных мультисолитонных решений значительно уменьшается по сравнению с более простыми решениями, поэтому для получения сложных мультисолитонов необходимо значительно более точно угадать вид начальной функции.

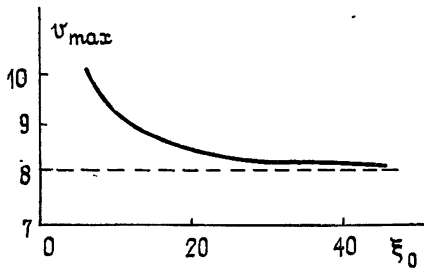


Рис. 3. Зависимость амплитуд бисолитонов от расстояния между их вершинами.

2. Аналитические решения, описывающие мультисолитоны, могут быть получены методом Хироты [6, 11]. С помощью замены переменных $v = 12(\partial^2/\partial\xi^2)\ln\varphi$ уравнение (4) преобразуется к билинейному виду:

$$\varphi(\varphi_{\eta\eta} + \varphi_{\xi\xi} - \varphi_{\xi\xi\xi\xi}) = \varphi_{\eta}^2 + \varphi_{\xi}^2 + 3\varphi_{\xi\xi}^2 - 4\varphi_{\xi}\varphi_{\xi\xi\xi}. \quad (5)$$

Одним из простейших решений этого уравнения является функция

$$\varphi = 1 \pm e^{\theta}, \quad \theta = k\xi + x\eta, \quad x^2 = k^2(k^2 - 1). \quad (6)$$

Решение (6) будет действительным, если $k^2 \geq 1$. При выборе верхнего знака оно описывает в исходных переменных плоский солитон, фронт которого составляет угол $\arctg\sqrt{k^2 - 1}$ с осью η :

$$v = 3k^2 \operatorname{sch}^2(\theta/2). \quad (7)$$

При выборе нижнего знака решение (6) соответствует сингулярному солитону, не имеющему физического смысла. Для переменной φ легко может быть записано двухсолитонное решение:

$$\varphi = 1 \pm e^{\theta_1} \pm e^{\theta_2} + A_{12}e^{\theta_1 + \theta_2}, \quad (8)$$

где $\theta_i = k_i\xi + x_i\eta$, $x_i^2 = k_i^2(k_i^2 - 1)$,

$$A_{12} = \frac{x_1x_2 + k_1k_2 - 2k_1k_2(k_1^2 + k_2^2) + 3k_1^2k_2^2}{x_1x_2 + k_1k_2 - 2k_1k_2(k_1^2 + k_2^2) - 3k_1^2k_2^2}.$$

Считая $k_i^2 > 1$ и выбирая положительные знаки в (8), получим решение, соответствующее двум стационарно бегущим плоским солитонам, пересекающимся друг с другом под некоторым углом. При выборе отрицательных знаков в (8) получаем аналогичное решение для плоских сингулярных солитонов. Если положить $k_i^2 < 1$, то получим, вообще говоря, комплекснозначное решение, но при определенном подборе параметров оно может быть сделано действительным. В самом деле, полагая $k_1 = k_2 = k$, где $0 < k < 1$, и считая $x_1 = -x_2 = ik\sqrt{1 - k^2}$ (при этом $A_{12} = (1 - k^2)/(1 - 4k^2)$), из формулы (8) получаем

$$\varphi = 1 \pm 2e^{k\xi} \cos(\eta k \sqrt{1-k^2}) + \frac{1-k^2}{1-4k^2} e^{2k\xi} =$$

$$= 2e^{k\xi} \sqrt{\left| \frac{1-k^2}{1-4k^2} \right|} \left[\left\{ \begin{array}{c} \text{ch} \\ -\text{sh} \end{array} \right\} \left(k\xi + \ln \sqrt{\left| \frac{1-k^2}{1-4k^2} \right|} \right) \pm \right. \quad (9)$$

$$\left. \mp \sqrt{\left| \frac{1-4k^2}{1-k^2} \right|} \cos(\eta k \sqrt{1-k^2}) \right].$$

Общий множитель, стоящий перед квадратной скобкой, может быть отброшен, так как при переходе к переменной v он из окончательной формулы выпадает. Для значений $|k| < 1/2$ решение (9) может быть записано в виде

$$\varphi = \text{ch } k\xi - \sqrt{(1-4k^2)/(1-k^2)} \cos(\eta k \sqrt{1-k^2}). \quad (10)$$

Соответствующее решение для v представляет собой стационарную волну, периодическую по η и экспоненциально спадающую вдоль направления движения ξ . Еще одно физически разумное решение может быть получено из формулы (10) (либо непосредственно из (8)) путем замены $k \rightarrow ik$:

$$\varphi = \cos k\xi - \sqrt{(1+4k^2)/(1+k^2)} \text{ch}(\eta k \sqrt{1+k^2}). \quad (11)$$

В исходных переменных решение (11) описывает периодическую по ξ стационарную волну, экспоненциально убывающую от линии максимумов в обе стороны по η . Впервые решения (10), (11) были получены Зайцевым [12] (см. также [13]), который строго показал, что они могут быть представлены в виде периодической последовательности алгебраических солитонов, расположенных либо в шеренгу (10), либо в колонну (11). Выражение, описывающее алгебраический солитон, легко следует из формул (10), (11) при устремлении периода к бесконечности ($k, k \rightarrow 0$):

$$\varphi = \xi^2 + \eta^2 + 3. \quad (12)$$

Для v при этом получаем

$$v = 8[1 - (1/3)(\xi^2 - \eta^2)]/[1 + (1/3)(\xi^2 + \eta^2)]^2. \quad (13)$$

Нетрудно убедиться в том, что это решение в точности соответствует найденному численно (см. рис. 1).

Следующее по сложности решение уравнения (5) получается при добавлении к формуле (8) экспоненты e^{θ_3} и связанных с нею перекрестных слагаемых. В этом случае возможны различные варианты решений с различным выбором знаков перед экспонентами и комбинацией комплексных параметров k_i, κ_i . Проанализируем частный вид решения:

$$\varphi = 1 - e^{\theta_1} - e^{\theta_2} + e^{\theta_3} + A_{12} e^{\theta_1 + \theta_2} - A_{13} e^{\theta_1 + \theta_3} - A_{23} e^{\theta_2 + \theta_3} +$$

$$+ A_{12} A_{13} A_{23} e^{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} = 1 - e^{\theta_1} - e^{\theta_2} + A_{12} e^{\theta_1 + \theta_2} + \quad (14)$$

$$+ e^{\theta_3} [1 - A_{13} e^{\theta_1} - A_{23} e^{\theta_2} + A_{12} A_{13} A_{23} e^{\theta_1 + \theta_2}].$$

Здесь A_{ij} определяются той же формулой, что и A_{12} , с соответствующей заменой индексов.

Положим далее $k_1 = -k_2 = ik, \kappa_1 = \kappa_2 = k\sqrt{1+k^2}$, тогда

$$A_{12} = (1 + 4k^2)/(1 + k^2),$$

$$A_{13} = A_{23}^* = \frac{\sqrt{(1+k^2)(k_3^2-1)} - 3kk_3 + 2i(1/2 + k^2 - k_3^2)}{\sqrt{(1+k^2)(k_3^2-1)} + 3kk_3 + 2i(1/2 + k^2 - k_3^2)}.$$

С учетом этого перепишем формулу (14):

$$\begin{aligned} \varphi = & 1 - 2 \exp(\eta k \sqrt{1+k^2}) \cos k\xi + A_{12} \exp(2\eta k \sqrt{1+k^2}) + \\ & + e^{\theta_3} [1 - 2 \exp(\eta k \sqrt{1+k^2}) (\operatorname{Re} A_{13} \cos k\xi - \operatorname{Im} A_{13} \sin k\xi) + \\ & + A_{12} |A_{13}|^2 \exp(2\eta k \sqrt{1+k^2})] = -2 \exp(\eta k \sqrt{1+k^2}) \times \quad (15) \\ & \times \{ \cos k\xi - \sqrt{A_{12}} \operatorname{ch}(\eta k \sqrt{1+k^2} + \ln \sqrt{A_{12}}) + |A_{13}| e^{\theta_3} [\cos k(\xi + \xi_0) - \\ & - \sqrt{A_{12}} \operatorname{ch}(\eta k \sqrt{1+k^2} + \ln \sqrt{A_{12} |A_{13}|^2})] \}, \end{aligned}$$

где $\xi_0 = (1/k) \operatorname{arctg}(\operatorname{Im} A_{13}/\operatorname{Re} A_{13})$.

Это выражение описывает периодическую цепочку алгебраических солитонов, выстроенных друг за другом по оси ξ (11), которую под некоторым углом пересекает плоский солитон. Из-за нелинейного взаимодействия с плоским солитоном цепочка испытывает фазовый сдвиг, характеризуемый величиной ξ_0 по ξ и $\ln|A_{13}|$ по оси η . В этом легко убедиться, устремляя $\theta_3 \rightarrow \pm\infty$. В обоих случаях из формулы (15) получим одинаковое выражение, совпадающее с (11), но с различными фазовыми добавками. Формула (15) принимает особенно простой вид, если плоский солитон ориентирован вдоль оси η перпендикулярно к цепочке алгебраических солитонов. В этом случае $k_3=1$,

$$A_{13} = A_{23}^* = -[3k + i(1 - 2k^2)]/[3k - i(1 - 2k^2)], \quad |A_{13}| = 1.$$

Отбрасывая несущественный общий множитель и смещая начало отсчета по оси η , перепишем (15):

$$\begin{aligned} \varphi = & \cos k\xi - \sqrt{A_{12}} \operatorname{ch}(\eta k \sqrt{1+k^2}) + e^{\xi} [\cos k(\xi + \xi_0) - \\ & - \sqrt{A_{12}} \operatorname{ch}(\eta k \sqrt{1+k^2})]. \quad (16) \end{aligned}$$

Интересно отметить, что при $|k^2|=1$ фазовый сдвиг обращается в нуль. При этом решение (16) представимо в виде произведения формул (6) и (11):

$$\varphi = (1 + e^{\xi}) [\cos \xi - \sqrt{5/2} \operatorname{ch}(\eta \sqrt{2})]. \quad (17)$$

В исходных переменных такое представление соответствует линейной суперпозиции плоского солитона и периодической цепочки алгебраических солитонов. Заменяя в формуле (16) $k \rightarrow ik$, можно получить выражение, описывающее две параллельные шеренги стационарно связанных алгебраических солитонов (10) и плоского солитона:

$$\begin{aligned} \varphi = & \operatorname{ch} k\xi - \sqrt{\left| \frac{1-4k^2}{1-k^2} \right|} \cos(\eta k \sqrt{1-k^2}) + \\ & + e^{\xi} [\operatorname{ch} k(\xi + \xi_0) - \sqrt{\left| \frac{1-4k^2}{1-k^2} \right|} \cos(\eta k \sqrt{1-k^2})]. \quad (18) \end{aligned}$$

Если в формулах (16), (18) параметры k, k устремить к нулю, то в пределе получим решение, описывающее два стационарно свя-

занных алгебраических солитона, бегущих вдоль ξ и отстоящих друг от друга на расстоянии $\xi_0 = 6$, а также плоский солитон, фаза которого относительно этой пары может быть любой. Если фазу выбрать так, чтобы плоский солитон находился посередине между двумя алгебраическими, то решение будет симметричным относительно оси η , проходящей вдоль гребня плоского солитона, а также симметричным относительно оси ξ :

$$\varphi = (\xi + 3)^2 + \eta^2 + 3 + e^\xi [(\xi - 3)^2 + \eta^2 + 3] \sim \sim (\xi^2 + \eta^2 + 12) \operatorname{ch} (\xi/2) - 6\xi \operatorname{sh} (\xi/2). \quad (19)$$

Сечение функции $v(\xi, \eta)$, соответствующей этому решению, плоскостью, проходящей через вершины алгебраических солитонов и ось ξ , изображено на рис. 4. Аналогичным образом могут быть получены и более сложные решения. Так, например, решение, содержащее

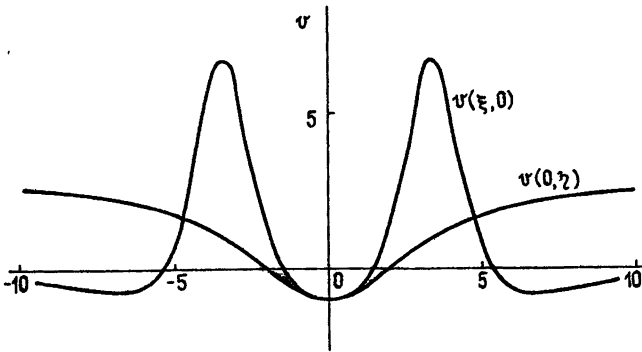


Рис. 4. Сечения вдоль $-v(\xi, 0)$ и поперек $-v(0, \eta)$ направления движения, иллюстрирующие структуру решения (19).

четыре экспоненты с комплексными показателями и их комбинации, при определенном подборе параметров может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \varphi = & AB \operatorname{ch} [\eta (k_1 \sqrt{1 + k_1^2} - k_2 \sqrt{1 + k_2^2} + \ln A/B) + \\ & + G \operatorname{ch} [\eta (k_1 \sqrt{1 + k_1^2} + k_2 \sqrt{1 + k_2^2}) + \ln G] + \\ & + C \cos (k_1 - k_2) \xi + D \cos (k_1 + k_2) \xi - \\ & - 2F \cos k_1 \xi \operatorname{ch} (\eta k_2 \sqrt{1 + k_2^2} + \ln F) - \\ & - 2E \cos k_2 \xi \operatorname{ch} (\eta k_1 \sqrt{1 + k_1^2} + \ln E), \end{aligned} \quad (20)$$

где константы A, B, \dots, G довольно громоздко выражаются через параметры k_1, k_2 . Решение (20) описывает, вообще говоря, квазипериодическую по ξ стационарную волну, локализованную по оси η . Если параметры k_1 и k_2 соизмеримы, то волна будет периодической по ξ . Интересны различные частные случаи, возникающие из этой формулы, когда k_1 или k_2 , или оба параметра одновременно устремляются к нулю. Процедура разложения в степенные ряды при этом оказывается чрезвычайно трудоемкой (разложение необходимо вести до членов $\sim k_1^4, k_2^4$ включительно). По-видимому, именно таким образом можно получить решение в виде бисолитона, изображенного на рис. 2.

В заключение приведем формулу общего N -солитонного решения, представляющего собой N стационарно связанных плоских солитонов (как сингулярных, так и несингулярных), пересекающихся друг с другом под различными углами:

$$\varphi = \det M, \quad (21)$$

где $M_{ij} = \delta_{ij} \pm m_{ij} \exp [(\theta_i + \theta_j)/2]$, δ_{ij} — символ Кронекера, $\theta_i = k_i \xi + x_i \eta$, $x_i^2 = k_i^2 (k_i^2 - 1)$,

$$m_{ij}^2 = \frac{-6k_i k_j}{\sqrt{(k_i^2 - 1)(k_j^2 - 1) + 1 - 2(k_i - k_j)^2 - 7k_i k_j}}, \quad m_{ij}^2 = 1.$$

Из этой формулы могут быть получены различные комбинации стационарных двумерных мультисолитонов, плоских солитонов и нелинейных периодических волн, локализованных либо вдоль, либо поперек фронта.

3. Уравнение КП принадлежит к классу точно решаемых, и в настоящее время известно довольно много его аналитических решений [5-8, 12, 13]. Однако проблема выделения и классификации даже простейших стационарных решений до сих пор еще полностью не завершена. Отметим в этой связи работу Кричевера [14], в которой построены все возможные, вообще говоря, комплекснозначные двумерные решения со степенными асимптотиками на бесконечности. Однако полученные формулы настолько сложны, что до сих пор они по существу проанализированы не были. Вместе с тем, знание возможных квазистационарных структур, образуемых в волновой картине поля, представляет несомненный интерес для ряда прикладных задач, описываемых уравнением КП.

В данной работе показана возможность существования двумерных мультисолитонов в рамках уравнения КП, которые могут быть найдены как численно, так и аналитически, например, с помощью метода Хироты [6, 11]. Не исключено, однако, что более удобным методом построения мультисолитонных решений может оказаться преобразование Бэклунда, Дарбу—Матвеева или метод обратной задачи рассеяния. В связи с этим укажем явно L , A —пару операторов, позволяющую записать уравнение (4) в форме Лэкса $L_\eta = [A, L]$:

$$L = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{4} (v - 1) \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{8} v_\xi + \frac{i}{8\sqrt{3}} w_\xi, \quad (22)$$

$$A = \frac{i}{2\sqrt{3}} \left(6 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + v \right).$$

Подстановка этих операторов в коммутационное соотношение Лэкса приводит к системе уравнений, эквивалентных уравнению (4) (ср. [10]):

$$v_\eta = w_{\xi\xi}, \quad w_\eta = -v + v_{\xi\xi} + (1/2) v^2. \quad (23)$$

Авторы выражают благодарность К. А. Горшкову за полезные обсуждения, а также М. И. Рабиновичу и А. Д. Юнаковскому за поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И. — ДАН СССР, 1970, 192, № 4, с. 753.
2. Красицкий В. П. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1982, 18, № 2, с. 202.

3. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. — М.: Наука, 1973.
4. Потапов А. И., Солдатов И. Н. — Акуст. журн., 1984, 30, № 6, с. 819.
5. Захаров В. Е., Шабат А. Б. — Функциональный анализ и его приложения, 1974, 8, вып. 3, с. 43.
6. Satsuma J. — J. Phys. Soc. Japan, 1976, 40, № 1, p. 286.
7. Захаров В. Е. — Письма в ЖЭТФ, 1975, 22, вып. 7, с. 364.
8. Manakov S. V., Zakharov V. E., Bordag L. A., Its A. R., Mal'nev V. V. — Phys. Lett., 1977, 63A, № 3, p. 205.
9. Петвиашвили В. И. — Физика плазмы, 1976, 2, № 3, с. 469.
10. Захаров В. Е. — ЖЭТФ, 1973, 65, вып. 1, с. 219.
11. Hirota R. — J. Math. Phys., 1973, 14, № 7, p. 810.
12. Зайцев А. А. — ДАН СССР, 1983, 272, № 3, с. 583.
13. Жданов С. К., Трубников Б. А. — Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, вып. 3, с. 110.
14. Кричевер И. М. В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. / Под ред. О. А. Ладыженской. — Л.: Наука, 1979, с. 117.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
21 июня 1984 г.

TWO-DIMENSIONAL MULTISOLITONS: STATIONARY SOLUTIONS OF THE KADOMTSEV—PETVIASHVILI EQUATION

L. A. Abramyan, Yu. A. Stepanyants

Numerical computations have shown that two-dimensional stationary multisolitons localized in all directions may exist in the framework of the Kadomtsev—Petviashvili (KP) equation with positive dispersion. A general N -soliton solution of the stationary KR equation is given. Partial solutions being periodical sequences of algebraic solitons (lumps) and stationary bound formations, that contain a pair of lumps and plane soliton are analyzed.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.8

СРАВНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ (УСИЛЕНИЯ) ТЕ- И ТМ-МОД ПЯТИСЛОЙНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

П. В. Адамсон

Рассмотрен плоский пятислойный волновод (ПВ). Внутренние слои (1, 2, 3) — диэлектрические, а внешние слои (2b, 3b) могут быть как диэлектрическими, так и металлическими. Все слои характеризуются комплексными диэлектрическими постоянными $\varepsilon_{1,j,jb} = \varepsilon_{1,j,jb} + i\varepsilon''_{1,j,jb}$ (здесь и далее $j=2,3$; $\varepsilon_1 > \varepsilon_j$, $|\varepsilon''_{1,j,jb}| \ll |\varepsilon_{1,j,jb}|$). Относительные скачки диэлектрических постоянных на границах внутренних разделов сред

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_j) \varepsilon_1^{-1} \ll 1. \quad (1)$$

Слои (2, 3) ПВ достаточно толстые, их толщины D_j удовлетворяют условию

$$|\varepsilon_j \gamma_{jb} - \varepsilon_{jb} \gamma_j| |\varepsilon_j \gamma_{jb} + \varepsilon_{jb} \gamma_j|^{-1} \exp(-2\gamma_j D_j) \ll 1, \quad (2)$$

где γ_j и γ_{jb} — поперечные волновые числа направляемых мод (НМ) в соответствующих слоях.

(Окончание см. с. 64).