

При малых скоростях движения заряда

$$W(\omega) d\omega = \frac{2q^2 v^2 (\mu_2 - \mu_1)^2}{3 \pi c^3} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}, \quad \frac{v}{c} n \ll 1. \quad (6)$$

Независимость интенсивности излучения от частоты обусловлена представлением о мгновенном изменении свойств среды (ср. [3]).

Интенсивность излучения при изменении μ для нерелятивистских частиц пропорциональна v^2/c^3 , а не v^4/c^5 , как при излучении за счет изменения ϵ , что видно из (2).

Автор благодарит В. А. Давыдова за обсуждения и постоянный интерес к работе. Автор благодарен Б. М. Болотовскому и С. Н. Столярову за полезное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. — ЖЭТФ, 1973, 65, с. 132.

2. Morgenstaller F. R. — IRE Trans., 1958, MTT-6, № 2, p. 167.

3. Болотовский Б. М., Давыдов В. А., Рок В. Е. — УФН, 1982, 136, № 3, с. 801.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
5 марта 1984 г.

УДК 621.372 8.049.75

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ВОЛН В СИММЕТРИЧНО- ЭКРАНИРОВАННОЙ МНОГОПРОВОДНОЙ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

C. A. Погарский, И. И. Сапрыкин, | B. M. Седых |

В настоящее время ведутся интенсивные работы по поиску и исследованиям новых типов передающих линий [1, 2]. Они могут быть использованы и как базовые элементы для создания некоторых устройств СВЧ. Определенный интерес в этом плане представляет многопроводная микрополосковая линия (рис. 1), обладающая рядом особенностей и характерных свойств. Поскольку электродинамическая структура является многосвязной, т. е. в такой системе возможно существование многомодового режима, особый интерес представляет вопрос об исследовании спектра собственных волн, способных распространяться в такой системе.

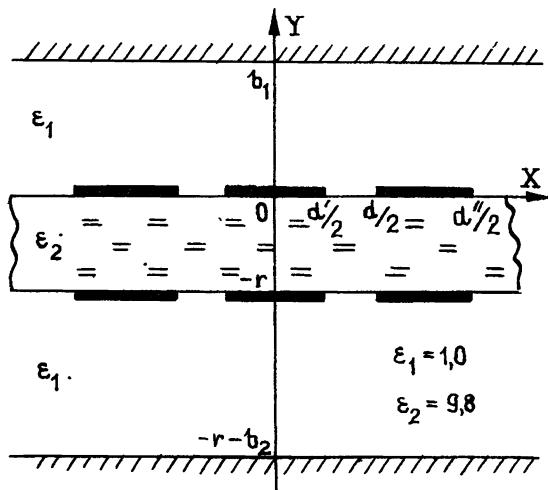


Рис. 1.

1. Рассмотрим в прямоугольной системе координат $OXYZ$ многопроводную микрополосковую (периодическую с периодом L) линию. Пусть ϵ_1 и ϵ_2 — относительные диэлектрические проницаемости сред, заполняющих поперечное сечение линии.

Под определением собственных волн многопроводной микрополосковой линии передачи, имеющей слоистое диэлектрическое заполнение, будем понимать отыскание нетривиальных решений системы однородных уравнений Гельмгольца. Такие решения должны отвечать определенным требованиям: каждой собственной волне соответствует определенное значение спектрального параметра γ (в общем случае γ может быть комплексным), на границе раздела сред — это выполнение условий непрерывности, на идеально проводящих поверхностях, ограничивающих области, и на полосковых проводниках — это выполнение краевых условий, в окрестностях ребер структуры — это выполнение условий конечности энергии.

Будем искать решения системы однородных уравнений Гельмгольца в виде разложений в ряд Фурье по пространственным гармоникам электрического потенциала Π и магнитного потенциала Ψ в виде

$$\Pi = k \Pi_i e^{j(\omega t - \gamma z)}, \quad \Psi = k \Psi_i e^{j(\omega t - \gamma z)}, \quad (1)$$

где

$$\Pi_i(x, y) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n [e^{-\delta'_n y} - e^{\delta'_n (y-2b_1)}] e^{jan}, & 0 < y < b_1 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_n e^{\delta_n y} + C_n e^{-\delta_n (y+r)}] e^{jan}, & -r < y < 0, \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n [e^{\delta'_n (y+r)} - e^{-\delta'_n (y+r+2b_2)}] e^{jan}, & -r - b_2 < y < -r \end{cases}$$

и

$$\Psi_i(x, y) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n [e^{-\delta'_n y} + e^{\delta'_n (y-2b_1)}] e^{jan}, & 0 < y < b_1 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} [F_n e^{\delta_n y} - G_n e^{-\delta_n (y+r)}] e^{jan}, & -r < y < 0, \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_n [e^{\delta'_n (y+r)} + e^{-\delta'_n (y+r+2b_2)}] e^{jan}, & -r - b_2 < y < -r \end{cases}$$

Здесь k — орт оси OZ , $\alpha = 2\pi/Lx$, $k = c_2 k_0$,

$$\delta_n = \sqrt{(2\pi n/L)^2 + \gamma^2 - c_2 k^2}, \quad \delta'_n = \sqrt{(2\pi n/L)^2 + \gamma^2 - k^2}. \quad (2)$$

Амплитуды фурье-компонент Π и Ψ связаны между собой простыми соотношениями, полученными при сшивке компонент векторов Герца на границе раздела сред при $y=0$ и $y=-r$. Подчиняя поля точным граничным условиям на металлических поверхностях, ограничивающих структуру, на полосках и щелях в плоскостях раздела смежных областей, а также учитывая связь между амплитудными коэффициентами, получаем систему функциональных уравнений, которая вообще мало пригодна для решения аналитическим или численным методами, так как неоднородные элементы при неизвестных убывают слишком медленно. Однако с помощью несложных преобразований системы уравнений можно привести к виду, когда уже можно воспользоваться результатами решения неоднородной задачи сопряжения аналитических функций [3] и получить в конечном итоге бесконечную однородную систему линейных алгебраических уравнений второго рода

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ X_n \left[\frac{|n|}{n} \chi_n^{(j)} V_m^n - \delta_{mn} \right] + \right. \\ & \left. + 2C_i R_{m+l-3} + Y_n [(|n|/n) \rho_n^{(j)} - \delta_{mn}] + 2\tilde{C}_i R_{m+l-3} \right\} = 0, \\ & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ Z_n \left[\frac{|n|}{n} \chi_n^{(j)} V_m^n - \delta_{mn} \right] + \right. \\ & \left. + 2C_i^* R_{m+l-3} + Q_n [(|n|/n) \tilde{\rho}_n^{(j)} - \delta_{mn}] + 2\tilde{\tilde{C}}_i R_{m+l-3} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, j=1, 2, 3, i=1, 2, 3,$$

где X_n, Y_n, Z_n, Q_n — неизвестные, определяемые через амплитуды Фурье; V_m^n — коэффициенты, учитывающие свойства многослойной решетки, C_i — промежуточные константы [4], $\chi_n^{(j)}, \rho_n^{(j)}$ — функции, зависящие от параметров диэлектрических слоев, при-

чем с ростом $|n|$ $\rho_n^{(j)}$ и $\tilde{\rho}_n^{(j)}$ убывают экспоненциально, как $O(Ce^{-\delta n^r}/(1 - e^{2\delta n^r}))$, а $\chi_n^{(j)}$ убывают, как $O(C/n^2)$.

2. Равенство нулю определителя системы (3) дает точное дисперсионное уравнение для рассматриваемых классов волн, а решение системы — их амплитудные характеристики, позволяющие установить структуру поля, а также распределение плотностей тока на полосковых проводниках. Система уравнений (3) имеет блочно-симметричную матрицу. Блоки, расположенные на главной диагонали, однотипны и формируются из коэффициентов $\chi_n^{(j)}$ и V_m^n , блоки на боковых диагоналях также однотипны и формируются из коэффициентов $\rho_n^{(j)}$ и V_m^n . В пределах каждого из блоков матрица является положительно полуопределенной (все диагональные элементы существенно больше всех недиагональных) и симметричной, поэтому сингулярные числа матриц совпадают с собственными числами (спектральный параметр γ) дифференциального оператора Гельмгольца. В целом система уравнений (3) является фредгольмовой, поэтому для ее решения может быть использован метод редукции. Замена бесконечной системы (3) конечной означает, что мы пренебрегаем влиянием высших гармоник на амплитуды волн с номером $|n| < N$. Такое допущение возможно вследствие малости сумм вида $\sum_{|n| > N} X_n a_m^n$, что обусловлено убыванием $|X_n|$ с

ростом $|n|$ и поведением $\chi_n^{(j)}$, которые входят в a_m^n и при фиксированном γ убывают, как $O(C/n^2)$. Как правило, оценка внутренней сходимости осуществляется по тестовому примеру. В качестве критерия оценки выбран критерий точности выполнения граничных условий на щелях и на полосковом проводнике. Расчеты показали, что для достижения точности в пределах 0,5—1% указанных граничных условий (при учете первых шести гармоник) формально необходимо решать систему алгебраических уравнений 40-го порядка. Однако особенности строения матрицы позволяют существенно упростить и ускорить процесс вычислений, а именно: достаточно решить 4 раза систему уравнений 10-го порядка.

Для реализации изложенного алгоритма разработан блок программ, позволяющий отыскивать корни дисперсионного уравнения и решения системы с использованием языка FORTRAN-IV. Возможность условного разделения суммарной матрицы на 4 однотипных блока позволяет в 4 раза уменьшить объем используемой оперативной памяти и предельно упростить использование программы. Особенностью программы является реализация метода сингулярного разложения [5]. Предполагая, что матрица коэффициентов системы уравнений (3) является представлением исходного линейного оператора в конкретной координатной системе, и осуществляя одно ортогональное преобразование координат в области определения оператора, а другое ортогональное преобразование — в области его значений. С помощью указанного метода превращают исходное представление матрицы в диагональное. При использовании ЭВМ со средней производительностью (например, ЕС-1052) время работы одного цикла, состоящего из вычисления дисперсионной кривой, проверки критерия сходимости по равенству нулю тангенциальной компоненты вектора электрического поля на полосковом проводнике и нахождения распределения плотности токов на полосковом проводнике, на заданной частоте составляет 40—50 с.

3. Обсудим некоторые численные результаты, полученные при реализации изложенного алгоритма. Расчеты были проведены для симметрично экранированной нестипроводной микрополосковой линии с параметрами $d' = 1 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$, $d'' = 5 \text{ мм}$,

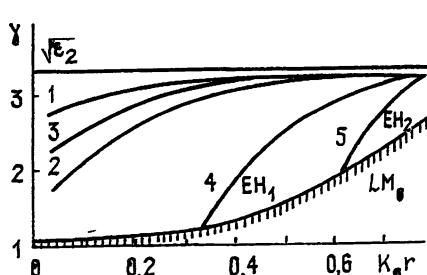


Рис. 2.

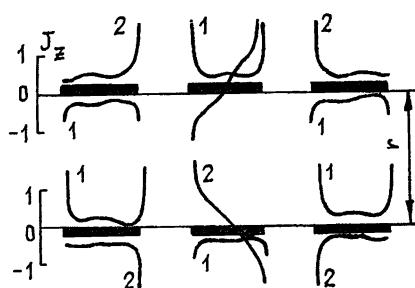


Рис. 3.

$r = 1 \text{ мкм}$, $b_1 = b_2 = 2 \text{ мкм}$. Период системы L выбирался так, чтобы он значительно превышал любой из характерных размеров системы. Как и следовало ожидать, система оказалась многомодовой. На рис. 2 представлены дисперсионные зависимости низших (квази- T) волн и нескольких высших (гибридных) волн. Линия со штриховкой соот-

вествует LM_0 -волне многослойного волновода со слоистым диэлектрическим заполнением, она определяет границу перехода из области излучения (ниже кривой LM_0) в область неизлучения высших типов волн. Кривая 1 соответствует симметричному типу волны, для которой распределение продольной компоненты плотности тока J_z представлено на рис. 3 (кривая 1). Кривая 2 (рис. 2) определяет несимметричный тип колебаний. Кривая 3 на рис. 2 определяет четыре вырожденных типа колебаний. Каждому из этих видов колебаний в рамках электростатики соответствует вполне определенное распределение потенциалов на проводниках, при решении же уравнений Гельмгольца этим типам соответствует одно и то же распределение плотности тока J_z . Кривые 4 и 5 (рис. 2) соответствуют гибридным EH -волнам. Распределение плотности тока J_z для низшей волны EH_1 представлено кривой 2 на рис. 3.

Вопросам, связанным со спектром волн многопроводной линии и с распределением токов на полосковых проводниках, посвящены работы [6, 7]. Спектр волны исследуемой двухслойной шестипроводной линии, так же как и спектр исследованной в [6] линии, оказывается многомодовым. Низшими типами колебаний в спектре являются типы колебаний квази- T (их число определяется числом проводников линии); в спектре волн присутствуют и волны высших типов, имеющих частоты отсечки. Распределение продольных и поперечных токов в шестипроводной линии и в многопроводной линии, исследованной в [7], во многом аналогичны. При этом, вследствие большей сложности структуры шестипроводной двухслойной линии, существуют определенные особенности в распределениях плотностей тока на полосковых проводниках. Теоретические исследования, результаты которых приведены выше, подтверждают результаты экспериментальной работы [2] и свидетельствуют о сложности спектра собственных волн в такого вида многопроводной линии.

ЛИТЕРАТУРА

- Гвоздев В. И., Хитров С. С. — Зарубежная радиоэлектроника, 1982, № 5, с. 86.
- Погарский С. А., Сапрыкин И. И., Седых В. М. — Радиотехника, 1983, вып. 65, с. 40.
- Агранович З. С., Марченко В. А., Шестопалов В. П. — ЖТФ, 1962, № 4, с. 381.
- Литвиненко Л. Н. — Радиотехника, 1965, вып. 1, с. 80.
- Форсайт Дж., Малькольм М., Мулер К. Машины методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980, с. 279.
- Ильинский А. С., Зарубанов В. В. — Радиотехника и электроника, 1983, № 28, с. 1429.
- Гипсман Г. И., Самохин Г. С. — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1982, вып. 8, с. 38.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
5 декабря 1983 г.

Замеченные опечатки

«Радиофизика», 1984, XXVII, № 12

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
1562	12 снизу	$\dots, q = 0, 1, \dots$	$\dots, q = 0, \pm 1, \dots$
1563	12, 13 снизу	$F(\theta) = \cos \theta [B_0^+(kb \sin \theta) + D_0(kb \sin \theta) + M^{-1}B_0(ka \sin \theta) \times \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(kb \sin \theta)]$,	$F(\theta) = \cos \theta [B_0^+(kb \sin \theta) + D_0(kb \sin \theta) + M^{-1}B_0(ka \sin \theta) \times \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(kb \sin \theta)]$
1565	5 сверху	$f(h) = \max_{\theta \in \tau_1} F(\theta) / \min_{\theta \in \tau_0} F(\theta)$,	$f(h) = \max_{\theta \in \tau_1} F(\theta) / \min_{\theta \in \tau_0} F(\theta) $,
	1 снизу	... и подобных интерференционных...	... и побочных интерференционных...