

УДК 539.216.22

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

*Р. П. Мейланов*

Исследуется спектр электромагнитных волн случайно-неоднородной тонкой пленки в условиях размерного квантования движения электронов проводимости. Рассмотрены плазменные колебания и колебания, связанные с когерентными переходами между пленочными энергетическими уровнями.

Характерной особенностью тонких металлических пленок, для которых существенны эффекты размерного квантования, в высокочастотном диапазоне является наличие новых типов колебаний, отсутствующих в массивных образцах, а также модификация существующих. К новым колебаниям относятся плазменные акустические волны, число которых на единицу меньше числа заполненных энергетических подзон, а также колебания, связанные с когерентными переходами между энергетическими подзонами. При исследовании электромагнитных волн в тонких пленках в условиях размерного квантования [1-6] рассматривались пленки, обладающие совершенной структурой. Важным вопросом теории электромагнитных волн в тонких пленках является исследование влияния несовершенной структуры на возможность распространения электромагнитных волн. В работах [7-9] исследовалось влияние несовершенной структуры (неидеальная граница) на возможность распространения коллективных возбуждений при отсутствии эффектов размерного квантования.

В настоящей работе исследуется влияние неидеальной структуры тонкой пленки, для которой существенны эффекты размерного квантования, на возможность распространения колебаний.

**Основное состояние.** Идеальность границы и объемной структуры пленки позволяет представить потенциал электронов проводимости в виде суммы  $W(\mathbf{r}) + v(z)$ , где  $W(\mathbf{r})$  — периодический потенциал,  $v(z)$  — так называемый пленочный потенциал ( $\mathbf{r}$  — двумерный вектор в плоскости пленки, ось  $z$  направлена перпендикулярно поверхности пленки). При этом энергетический спектр электронов имеет вид

$$\varepsilon_n(\mathbf{p}) = p^2/2m + \varepsilon_n, \quad (1)$$

где  $\mathbf{p}$  — двумерный квазиимпульс в плоскости пленки,  $m$  — масса электрона,  $\varepsilon_n$  — собственное значение уравнения Шредингера,

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + v(z) \right] \psi_n(z) = \varepsilon_n \psi_n(z),$$

$\varepsilon_n$  — номер энергетической подзоны.

Неидеальность структуры пленки делает невозможным представить потенциал электронов проводимости в виде суммы двух слагаемых, что значительно усложняет задачу. Неидеальность структуры

пленки может привести, во-первых, к размытию дискретных энергетических подзон, описывающих поперечное движение электронов проводимости, во-вторых, к несохранению продольного квазимпульса носителей. В работе [10] исследован случай, когда единственным механизмом релаксации состояния с продольным импульсом является рассеяние на границах пленки. Здесь рассматривается случай, когда граница считается идеальной, но потенциал  $W(r)$  не является периодическим и представим в виде  $W(r) = W_0(r) + V(r)$ , где  $W_0(r)$  — периодический потенциал,  $V(r)$  — случайно-неоднородный (флуктуационный потенциал). Непериодический потенциал  $V(r)$  считается медленно меняющейся функцией с характерным масштабом  $1/k_0$  ( $k_0L \ll 1$ ,  $L$  — толщина пленки), кроме того, для него считается выполненным неравенство  $|V| \ll |W_0|$ ,  $|v_i|$  (строгие неравенства укажем ниже), что позволяет при рассмотрении низколежащих возбужденных состояний исходить из спектра вида

$$\epsilon_n(p, r) = \epsilon_n(p) + V(r), \quad (2)$$

где  $\epsilon_n(p)$  дается выражением (1).

Равновесная функция электронов проводимости имеет вид

$$F_n(p, r) = \{\exp[(\epsilon_n(p, r) - \epsilon_F)/T] + 1\}^{-1},$$

где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми,  $T$  — абсолютная температура. В дальнейшем будем использовать разложение  $F_n$  по степеням  $V$ :

$$F_n(p, r) = f_n(p) + f'_n(p)V(r) + (1/2)f''_n(p)V^2(r). \quad (3)$$

Здесь  $f_n$  — равновесная функция электронов проводимости для идеальной пленки.

**Кинетическое уравнение.** Кинетическое уравнение в рассматриваемом случае имеет вид [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{f}(p, r, t)}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \left\{ \hat{\epsilon}(p, r, t), \hat{f}(p, r, t) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \hat{f}(p, r, t)}{\partial r}, \right. \\ \left. \frac{\partial \hat{\epsilon}(p, r, t)}{\partial p} \right\}_+ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \hat{f}(p, r, t)}{\partial p}, \frac{\partial \hat{\epsilon}(p, r, t)}{\partial r} \right\}_+ = \hat{I}_{st}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\hat{f}$  и  $\hat{\epsilon}$  — функция распределения и энергия частиц, являющиеся матрицами в пространстве состояний  $\psi_n$ , фигурные скобки означают коммутаторы (знак «—») или антикоммутаторы (знак «+») входящих туда величин. Имея в виду рассмотрение высокочастотных свойств, будем пренебрегать интегралом столкновений  $\hat{I}_{st}$ . В линейном по возмущениям приближении для матричных элементов возмущенной функции распределения частиц  $\delta f_{nm}$  из (4), используя соотношения (2), (3), получим

$$\begin{aligned} [\Omega - \epsilon_n + \epsilon_m - k v] \delta f_{nm}(p, k, \Omega) = \int dk' (k - k') \times \\ \times \frac{\partial}{\partial p} \delta f_{nm}(p, k', \Omega) V(k - k') + a_{nm}(p, k) \delta \epsilon_{nm}(p, k, \Omega) + \\ + \int dk' b_{nm}(p, k, k') \delta \epsilon_{nm}(p, k', \Omega) V(k - k') + \int dk' dk'' \times \\ \times c_{nm}(p, k, k') \delta \epsilon_{nm}(p, k', \Omega) V(k'') V(k - k' - k''), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a_{nm}$ ,  $b_{nm}$  и  $c_{nm}$  выражаются через функции  $f_n$  и  $f_m$ . К примеру для  $a_{nm}$  имеем

$$a_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = - (1/2) (\mathbf{k} \mathbf{v}) [f'_n(\mathbf{p}) + f'_m(\mathbf{p})] - f_n(\mathbf{p}) + f_m(\mathbf{p}),$$

$\Omega$ ,  $\mathbf{k}$  — частота и волновой вектор поля возмущения. Матричный элемент  $\delta \epsilon_{nm}$  энергии взаимодействия частицы с полем возмущения имеет вид

$$\delta \epsilon_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega) = e \varphi_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) - (e/m) \mathbf{p} \mathbf{A}_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) - (e/m) \tilde{A}_{nm}^z(\mathbf{k}, \Omega),$$

где  $\varphi$ ,  $\mathbf{A}$  и  $A^z$  — скалярный и векторный потенциалы поля возмущения, матричные элементы которых определены в виде

$$\varphi_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) = \int_{-L/2}^{L/2} dz \psi_n(z) \varphi(z, \mathbf{k}, \Omega) \psi_m(z),$$

$$\mathbf{A}_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) = \int_{-L/2}^{L/2} dz \psi_n(z) \mathbf{A}(z, \mathbf{k}, \Omega) \psi_m(z),$$

$$\tilde{A}_{nm}^z(\mathbf{k}, \Omega) = \int_{-L/2}^{L/2} dz A^z(z, \mathbf{k}, \Omega) \left[ \psi_n(z) \frac{d}{dz} \psi_m(z) - \psi_m(z) \frac{d}{dz} \psi_n(z) \right].$$

Фурье-образы потенциалов  $\varphi$ ,  $\mathbf{A}$  и  $A^z$  удовлетворяют волновым уравнениям, получаемым из уравнений Максвелла,

$$[d^2/dz^2 - \chi^2] \varphi(z, \mathbf{k}, \Omega) = 4\pi \rho(z, \mathbf{k}, \Omega); \quad (6a)$$

$$[d^2/dz^2 - \chi^2] \mathbf{A}(z, \mathbf{k}, \Omega) = - (4\pi/c) \mathbf{J}(z, \mathbf{k}, \Omega); \quad (6б)$$

$$[d^2/dz^2 - \chi^2] A^z(z, \mathbf{k}, \Omega) = - (4\pi/c) J^z(z, \mathbf{k}, \Omega), \quad (6в)$$

где  $\chi^2 = k^2 - \Omega^2/c^2$ . Плотность заряда и тока выражаются через  $\delta f_{nm}$ :

$$\rho(z, \mathbf{k}, \Omega) = e \sum_{nm} \psi_n(z) \psi_m(z) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \delta f_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega),$$

$$\mathbf{J}(z, \mathbf{k}, \Omega) = - \frac{e^2 N(z)}{mc^2} \mathbf{A}(z, \mathbf{k}, \Omega) + \frac{e}{m} \sum_{nm} \psi_n(z) \psi_m(z) \times$$

$$\times \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \mathbf{p} \delta f_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega), \quad (7)$$

$$J^z(z, \mathbf{k}, \Omega) = - \frac{e^2 N(z)}{mc^2} A^z(z, \mathbf{k}, \Omega) + \frac{ie}{2\pi\hbar} \sum_{nm} \left[ \psi_n(z) \frac{d}{dz} \psi_m(z) - \psi_m(z) \frac{d}{dz} \psi_n(z) \right] \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \delta f_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega).$$

Система уравнений (5)—(7) является замкнутой и позволяет исследовать спектр коллективных возбуждений рассматриваемой системы.

**Дисперсионное уравнение.** При  $V(\mathbf{r}) = 0$  система уравнений (5)—(7) приводит к дисперсионному уравнению для однородной пленки.

При  $V(\mathbf{r}) \neq 0$  в кинетическом уравнении (5) появляются интегральные свертки по  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{k}''$ , приводящие к рассеянию волн на неоднородностях. Поэтому колебания нельзя рассматривать как суперпозицию невзаимодействующих волн. Однако математическое ожидание  $\langle \delta f_{nm} \rangle$  случайной величины  $\delta f_{nm}$  можно рассматривать приближенно в виде плоской волны с той степенью точности, с какой расцепляют корреляторы, образующиеся при усреднении уравнения (5).

Исследование спектра собственных колебаний системы проведем в потенциальном приближении, которое справедливо в широком интервале изменения волнового вектора при условии, что их фазовая скорость существенно меньше скорости света. Тогда для  $\delta \varepsilon_{nm}$  имеем

$$\delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) = e \varphi_{nm}(\mathbf{k}, \Omega). \quad (8)$$

Для получения дисперсионного уравнения преобразуем интегро-дифференциальную свертку в правой части уравнения (5). Выразим  $\delta f_{nm}$  через остальные члены и подставим в эту свертку, сохраняя при этом члены не выше второй степени по  $V(\mathbf{r})$ . Интегрируя полученное выражение по импульсам, окончательно имеем

$$\begin{aligned} \delta f_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) = & \Pi_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) \delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) + \int d\mathbf{k}' N_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) \times \\ & \times \delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}', \Omega) V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') + \int d\mathbf{k}' d\mathbf{k}'' \Pi_{nm}^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \Omega) \times \\ & \times \delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}', \Omega) V(\mathbf{k}'') V(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'') + \\ & + \int d\mathbf{k}' d\mathbf{k}'' P_{nm}^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}''; \Omega) \delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}'', \Omega) V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') V(\mathbf{k}' - \mathbf{k}''), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\Pi_{nm}$ ,  $N_{nm}$ ,  $\Pi_{nm}^{(2)}$  и  $P_{nm}^{(2)}$  — различные поляризацонные операторы. К примеру,  $N_{nm}$  имеет вид

$$N_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) = \Pi_{nm}^{(1)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) + P_{nm}^{(1)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega),$$

$$\Pi_{nm}^{(1)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) = 2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} b_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) / (\Omega - \varepsilon_n + \varepsilon_m - \mathbf{k}\mathbf{v}),$$

$$P_{nm}^{(1)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) = 2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}'}{\Omega - \varepsilon_n + \varepsilon_m - \mathbf{k}\mathbf{v}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \left[ \frac{a_{nm}(\mathbf{k}'\mathbf{v})}{\Omega - \varepsilon_n + \varepsilon_m - \mathbf{k}'\mathbf{v}} \right].$$

Для дальнейшего необходимо выразить  $\delta \varepsilon_{nm}$  через  $\delta f_{nm}$ . Учитывая соотношение (8), а также уравнение (6а), имеем

$$\delta \varepsilon_{nm}(\mathbf{k}, \Omega) = e^2 \sum_{rs} G_{nm}^{rs}(\chi) \delta f_{rs}(\mathbf{k}, \Omega), \quad (10)$$

где  $G_{nm}^{rs}$  — матричные элементы функции Грина уравнения (6а):

$$G_{nm}^{rs}(\chi) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} dz dz' \psi_n(z) \psi_m(z) G(\chi, z, z') \psi_r(z') \psi_s(z').$$

В общем случае исследование дисперсионного уравнения, получаемого из системы уравнений (9), (10), представляет собой сложную задачу даже для случая однородной пленки. Однако учет симметрии пленочного потенциала  $v(z)$  позволяет классифицировать собственные колебания по типу их пространственной симметрии. В случае симметричного потенциала дисперсионное уравнение, получаемое из системы

уравнений (9), (10), распадается на два уравнения, одно из которых описывает симметричные в смысле отклонения плотности электронов проводимости от равновесного значения колебания, а другое — антисимметричные.

Рассмотрим симметричные колебания. В области волновых векторов  $k \gg \Omega/c$  для  $G_{nm}^{rs}$  имеем следующее выражение [3]:

$$G_{nm}^{rs}(k) = G(k) [\delta_{nm}\delta_{rs} + kL\alpha_{nm}^{rs} + \dots], \quad G(k) = 2\pi c^2 L/k. \quad (11)$$

В длинноволновом приближении, когда  $kL \ll 1$  (заметим, что ранее было положено  $k_0 L \ll 1$ , однако соотношение между  $k$  и  $k_0$  остается произвольным), оставляя главный член в (11) и усредняя уравнение (9) по ансамблю реализаций случайной функции  $V(\mathbf{r})$ , окончательно получим следующее дисперсионное уравнение:

$$1 - G(k) \Pi(k, \Omega) - G(k) \int d\mathbf{k}' \left[ G(\mathbf{k}') \frac{N(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \Omega) N(\mathbf{k}', \mathbf{k}; \Omega)}{1 - G(\mathbf{k}') \Pi(\mathbf{k}', \Omega)} + P_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}; \Omega) \right] S(\mathbf{k} - \mathbf{k}') + \Pi^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}; \Omega) \int d\mathbf{k}' S(\mathbf{k}') = 0. \quad (12)$$

При выводе уравнения (12) корреляторы, получаемые при усреднении, расщепляли по схеме

$$\langle \delta f(\mathbf{k}'', \Omega) V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') V(\mathbf{k}' - \mathbf{k}'') \rangle \simeq \langle \delta f(\mathbf{k}'', \Omega) \rangle \times \\ \times \langle V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') V(\mathbf{k}' - \mathbf{k}'') \rangle,$$

а также использовали свойство стационарных случайных функций

$$\langle V(\mathbf{k}) V(\mathbf{k}') \rangle = S(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

где  $S(\mathbf{k})$  — спектральная плотность корреляционной функции; кроме того, проведено суммирование по дискретным состояниям.

Для расчетов конкретизируем функцию  $V(\mathbf{r})$ . Представим ее в виде  $V(\mathbf{r}) = \omega \xi(\mathbf{r})$ , где  $\omega$  — среднеквадратичная пространственная флуктуация потенциала,  $\xi(\mathbf{r})$  — нормировочная стационарная случайная функция с математическим ожиданием, равным единице,  $\langle \xi \rangle = 0$ ,  $\langle \xi^2 \rangle = 1$ . Корреляционную функцию  $K(\mathbf{r})$  и связанную с ней спектральную плотность зададим в виде

$$K(\mathbf{r}) = \exp(-k_0^2 r^2), \quad S(\mathbf{k}) = (\omega^2/4\pi k_0^2) \exp(-k^2/4k_0^2),$$

где  $k_0$  — характерное волновое число. Расчет интегралов, входящих в (12), будем проводить в высокочастотном приближении  $|k_0 v / (\Omega - \varepsilon_n + \varepsilon_m)| \ll 1$ ,  $|k_0 v / (\Omega - \varepsilon_n + \varepsilon_m)| \ll 1$ .

В результате получим

$$\left[ \frac{\Omega(\mathbf{k})}{\omega(\mathbf{k})} \right]^2 = 1 + \alpha^2 \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \left\{ \int_0^\infty dx \frac{x^2}{y-x} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) I_0(yx) - \right. \\ \left. - \frac{1}{y} \int_0^\infty dx \frac{x}{y-x} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) I_1(yx) - i\pi \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \times \right. \\ \left. \times [y^2 I_0(y^2) - I_1(y^2)] \right\},$$

где  $\alpha = \omega n_F / (2g\varepsilon_1)$ ,  $n_F$  — число заполненных пленочных подзон,  $g = NL^3$ ,  $N$  — концентрация электронов проводимости,  $y = k / (k_0 \sqrt{2})$ ;

$I_0, I_1$  — функции Бесселя мнимого аргумента,  $\omega^2(k) = 2\pi N e^2 k L / m$  — плазменная частота однородной пленки. В предельных случаях имеем:

$$a) y \ll 1 \quad \left[ \frac{\Omega(k)}{\omega(k)} \right]^2 = 1 - \alpha^2 \left[ 1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} y + i 4\pi y^2 \right],$$

$$б) y \gg 1 \quad \left[ \frac{\Omega(k)}{\omega(k)} \right]^2 = 1 + \alpha^2 \left[ 3 + \frac{1}{24y^2} - i 2\sqrt{2\pi} y \right].$$

Отметим, что этот результат совпадает с результатом работы [9].

Рассмотрим колебания, связанные с переходами между пленочными энергетическими подзонами. В этом случае можно исходить из укороченной системы уравнений, которая справедлива в резонансном приближении [3]. Дисперсионное уравнение этих колебаний имеет такой же вид, как и (12), однако все величины зависят от дискретных индексов  $n, m$ . Проводя вычисления в высокочастотном приближении, окончательно для действительной  $\Omega'(k)$  и мнимой  $\Omega''(k)$  частей частоты собственных колебаний получим

$$\Omega'(k) = \Omega_{nm}^{(0)}(k) + 2\alpha_{nm}^{nm} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \frac{k_0^2}{2m} y^2 \left\{ 2 \int_0^\infty dx \times \right. \\ \left. \times \frac{x^3 \exp(-x^2/2)}{y^2 - x^2} I_0(yx) - \frac{1}{y} \int_0^\infty dx \frac{x^2 \exp(-x^2/2)}{y^2 - x^2} I_1(yx) \right\},$$

$$\Omega''(k) = -4\pi\alpha_{nm}^{nm} (k_0^2/2m) y^2 \exp(-y^2) [2y^2 I_0(y^2) - I_1(y^2)],$$

$$\Omega_{nm}^{(0)}(k) = \Omega_{nm} (1 + \gamma \alpha_{nm}^{nm}) + \frac{2\varepsilon_F - \Omega_{nm}}{\gamma \alpha_{nm}^{nm} \Omega_{nm}} \frac{k_0^2}{m} y^2.$$

Здесь  $\gamma = rL/\bar{\lambda}^2$  ( $\lambda = \lambda/2\pi$ ),  $r$  — классический радиус электрона,  $\bar{\lambda}$  — комптоновская длина волны электрона,  $\Omega_{nm} = \varepsilon_n - \varepsilon_m$ ,  $\alpha_{nm}^{nm} = (\gamma \alpha_{nm}^{nm})^{-1} \times (\omega^2/\varepsilon_F \Omega_{nm})$ . В предельных случаях имеем:

$$a) y \ll 1 \quad \Omega'(k) = \Omega_{nm}^{(0)}(k) + \alpha_{nm}^{nm} (k_0^2/2m) y^2 (1 + y^2 - 2y^2 \ln y^2),$$

$$\Omega''(k) = -\pi \alpha_{nm}^{nm} (k_0^2/m) y^4;$$

$$б) y \gg 1 \quad \Omega'(k) = \Omega_{nm}^{(0)}(k) + \alpha_{nm}^{nm} (k_0^2/2m) y^2 (1 + 1/24 y^2),$$

$$\Omega''(k) = -\pi \alpha_{nm}^{nm} (k_0^2/2m) y^3.$$

Отметим, что если в качестве корреляционной функции выбрать функцию вида  $K(r) = \exp(-k_0 r)$ , то расчет собственных частот приводит к расходящимся величинам.

Таким образом, с учетом неоднородного потенциала получаем комплексную модификацию дисперсионного уравнения для спектра собственных колебаний. Эта модификация, сводящаяся к перенормировке дисперсии и появлению затухания, происходит по-разному для плазменных колебаний и колебаний, связанных с когерентными переходами между энергетическими подзонами. Отметим, что рассмотрение задачи проведено в рамках следующих приближений:  $kL \ll 1$ ,  $\gamma \alpha_{nm}^{nm} \ll 1$ ,  $k_0 L \ll 1$ ,  $\omega \gg T$ ,  $\alpha \ll 1$ ,  $\alpha_{nm}^{nm} \ll 1$ . Первое неравенство указывает на то, что рассмат-

риваются длинноволновые возмущения. Второе неравенство необходимо для справедливости резонансного приближения  $|\Omega - \Omega_{nm}| \ll |\Omega_{nm}|$ . Следующее неравенство определяет характерный масштаб изменения неоднородного потенциала. Четвертое неравенство требует, чтобы главную роль играл не тепловой шум, а пространственный шум, связанный с  $V(\mathbf{r})$ . Последние два неравенства накладывают ограничения на величину среднеквадратичной пространственной флуктуации потенциала  $\psi$ . Первое из них требует малости  $\psi$  по сравнению с первым пленочным энергетическим уровнем  $\epsilon_1$  и обеспечивает сохранение квазидискретности спектра. Второе неравенство ( $a_{nm}^{nm} \ll 1$ ) требует малости  $\psi$  по сравнению с частотой перехода  $\Omega_{nm}$  и необходимо для справедливости резонансного приближения при учете неоднородного потенциала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Романов Ю. А., Ерухимов М. Ш. — ЖЭТФ, 1968, 55, с. 1561
2. Тимашев С. Ф., Федянин В. К. — ФТТ, 1971, 13, с. 1196
3. Бутиков Е. И., Кондратьев А. С., Кучма А. Е. — ФММ, 1973, 36, с. 485.
4. Кондратьев А. С., Кучма А. Е., Мейланов Р. П. — ФММ, 1974, 37, с. 1138.
5. Кацнельсон М. И., Окулов В. И. — ФММ, 1978, 46, с. 217.
6. Кондратьев А. С., Кучма А. Е. — Вестник ЛГУ, 1981, 4, с. 11.
7. Романов Ю. А. — ЖЭТФ, 1964, 47, с. 2119.
8. Баскин Э. М., Энтин В. М. — ФТП, 1970, 4, с. 1973.
9. Абрамович Б. С., Игнатов А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, с. 224.
10. Чаплик А. В., Энтин М. В. — ЖЭТФ, 1968, 55, с. 990
11. Кондратьев А. С., Кучма А. Е., Мейланов Р. П. и др. — ФНТ, 1978, 4, с. 54.

Дагестанский государственный педагогический институт

Поступила в редакцию  
29 ноября 1983 г.

#### ELECTROMAGNETIC WAVES IN RANDOMLY INHOMOGENEOUS THIN METALLIC FILMS

*R. P. Meilanov*

The spectrum of electromagnetic waves in randomly inhomogeneous thin film under the condition of quantum motion of conduction electrons is investigated. Collective oscillations and oscillations associated with coherent transitions between energy levels in the film are discussed.

#### Аннотации депонированных статей

УДК 533.9:537.5

#### О МАТЕРИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

*М. И. Бакунов*

В рамках кинетического описания исследуются материальные уравнения неоднородной плазмы в случае, когда неоднородность является плавной в масштабе пространственной дисперсии. Приведены результаты численного расчета ядра интегрального оператора проводимости плазмы. Анализируется структура этого ядра, а также рассматриваются возможности его моделирования простыми функциями. Такое моделирование может служить одним из путей исследования взаимодействия электромагнитных волн с неоднородной (в том числе сильнонеоднородной) нагретой плазмой.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 6027-84. Деп. от 27 августа 1984 г.