

УДК 535.3

## ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ

*В. А. Выслоух, Т. А. Матвеева*

Проведено аналитическое и численное исследование основных закономерностей пространственного самовоздействия оптического излучения в волоконных световодах. На основе метода моментов получено уравнение, описывающее изменение с расстоянием среднего квадрата радиуса пучка, приведены оценки глубины модуляции и частоты пространственных изменений интенсивности. Развита оригинальная методика численного решения уравнения квазиоптики, позволившая проанализировать зависимость распределения интенсивности в поперечном сечении волокна от входной мощности излучения и профиля показателя преломления.

Растущий интерес к исследованию нелинейных режимов распространения оптического излучения в волоконных световодах связан с практическим решением таких проблем, как получение импульсов фемтосекундной длительности [1], формирование оптических солитонов [2, 3], разработка и совершенствование комбинационных световодных лазеров [4].

Теоретический анализ указанных проблем основывается, как правило, на предположении о неизменности модовой структуры излучения в волоконном световоде. Это предположение вполне оправдано применительно к одномодовым световодам. В то же время в экспериментах, проводимых с многомодовыми световодами [5], уже достижимы такие интенсивности излучения, при которых пространственные эффекты самовоздействия могут привести к заметным искажениям модовой структуры и ускорить процесс генерации вынужденного комбинационного излучения [6].

Настоящая работа посвящена теоретическому анализу процесса распространения оптического излучения в нелинейном волоконном световоде. Для слабонелинейных режимов получено интегродифференциальное уравнение, описывающее изменение среднего квадрата радиуса волнового пучка в волокне с произвольным профилем показателя преломления. Это уравнение позволяет провести предварительный анализ пространственных изменений интенсивности с минимальными вычислительными затратами.

Для детального анализа эволюции распределения интенсивности в поперечном сечении волокна развита оригинальная методика численного решения уравнения квазиоптики. Основой этой методики является спектральный подход, использующий алгоритм быстрого преобразования Фурье—Ханкеля. Представлены результаты численных экспериментов, иллюстрирующих влияние профиля показателя преломления и входной мощности излучения на структуру поля в световоде.

1. Нелинейный режим распространения оптического излучения в слабонаправляющем волоконном световоде описывается уравнением квазиоптики, которому удовлетворяет комплексная амплитуда электрического поля;

$$ik_0 \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{2} \Delta_{\perp} E + \frac{1}{2} k_0^2 \frac{(n_c^2 - n_0^2)}{n_0^2} U(r) E + k_0^2 \frac{n_2}{n_0} |E|^2 E. \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  — показатель преломления оболочки,  $n_c$  — максимальное значение показателя преломления сердцевин,  $k_0$  — волновое число в материале оболочки, функция  $U(r)$  характеризует профиль показателя преломления.

Нелинейная добавка к показателю преломления  $n_2|E|^2$  в типичных для волоконных световодов материалах возникает за счет электронного эффекта Керра и устанавливается за время  $\sim 10^{-15}$  с, характерный порядок величины  $n_2 \sim 10^{-13}$  ед. СГС.

Для дальнейшего анализа перейдем в уравнении (1) к безразмерным переменным, нормировав поперечные координаты на радиус сердцевин  $a_0$ , расстояние  $z$  — на дифракционную длину  $z_d = k_0 a_0^2$ , а комплексную амплитуду — на ее максимальное значение  $|E_0|$ . В безразмерных переменных уравнение (1) примет вид

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{2} \Delta_{\perp} E + \frac{V^2}{2} U(r) E + R |E|^2 E, \quad (2)$$

где  $V = k_0 a_0 (n_c^2 - n_0^2)^{1/2} / n_0$  — безразмерное волновое число,  $R$  — параметр нелинейности, равный отношению дифракционной длины к нелинейной  $R = z_d / z_{нл}$ ,  $z_{нл} = (k_0 n_2 |E_0|^2 / n_0^2)^{-1}$ .

Отметим, что квазистационарное уравнение (2) адекватно описывает процессы, происходящие на расстояниях  $z$ , меньших дисперсионной длины  $z < z_{дис}$ . Кроме того, в волоконных световодах развивается процесс вынужденного комбинационного рассеяния с характерной длиной усиления  $z_y = (g I_0)^{-1}$  ( $g \sim 10^{-11}$  Вт/см<sup>2</sup> — коэффициент усиления,  $I_0$  — интенсивность излучения в Вт/см<sup>2</sup>). Таким образом, область применимости уравнения (2) определяется условием  $z < z_y, z_{дис}$ . Практически это соответствует распространению импульса на расстоянии порядка десятков сантиметров.

2. Ряд важных особенностей процесса самовоздействия можно исследовать с помощью метода моментов, развитого в работе [7]. Простое обобщение этого метода на случай волоконного световода приводит к уравнению, описывающему динамику среднего квадрата радиуса волнового пучка  $\sigma^2(z)$ , который определяется следующим образом:

$$\sigma^2(z) = \left( \int_0^{\infty} r^2 (EE^*) r dr \right) / P_0, \quad P_0 = \int_0^{\infty} (EE^*) r dr. \quad (3)$$

Это «точное» уравнение имеет вид

$$P_0 \frac{d^2}{dz^2} (\sigma^2) = 2 \int_0^{\infty} [\nabla E \nabla E^* - R (EE^*)^2] r dr + V^2 \int_0^{\infty} (r \nabla U) r dr. \quad (4)$$

Для анализа самовоздействия первой моды будем искать решение уравнения (4) в виде

$$E(r, z) = [r_0 / \sigma(z)] \exp [-r^2 / 2\sigma^2(z)], \quad (5)$$

где  $\sigma(0) = r_0$  — начальный радиус пучка, отнесенный к радиусу сердцевин. Тогда средний квадрат радиуса пучка удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2}{dz^2} (\sigma^2) = \frac{2}{\sigma^2} - R \frac{r_0^2}{\sigma^2} + 2 \frac{V^2}{\sigma^2} \int_0^{\infty} (r \nabla U) \exp \left( -\frac{r^2}{\sigma^2} \right) r dr. \quad (6)$$

Для широкого класса профилей показателя преломления уравнение (6) приводится к нелинейному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2}{dz^2} (\sigma^2) = \frac{2}{\sigma^2} - R \frac{r_0^2}{\sigma^2} - V^2 F(\sigma^2). \quad (7)$$

В случаях волокна с параболическим профилем ( $U=1r^2$ ,  $F=2\sigma^2$ ) задача (1) сводится к изучению самофокусировки в однородной среде [8,9]. В частности, при  $R > R_{кр} = 2/r_0^2$  происходит коллапс пучка. Анализ уравнения (7) приводит к простым оценкам для частоты пространственных осцилляций ширины пучка  $\omega_z$  и глубины модуляции  $\Delta = (\sigma^2 - \sigma_{кр}^2)/\sigma_{кр}^2$ :

$$\omega_z^2 = 4V^2 + (1 - Rr_0^2)/\sigma_{кр}^2; \quad (8)$$

$$\Delta = (1 - Rr_0^2/2)^{-1/2} - 1 \simeq Rr_0^2/4, \quad (9)$$

где стационарное значение радиуса пучка выражается следующим образом:

$$\sigma_{кр}^2 = (1 - Rr_0^2/2)^{1/2}/V. \quad (10)$$

Эти оценки согласуются с данными работы [8].

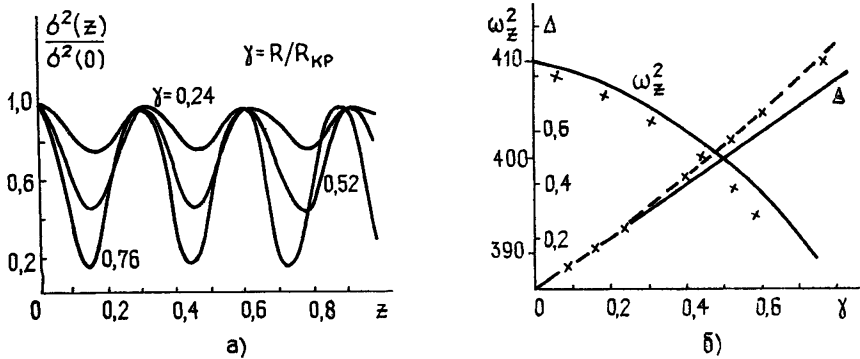


Рис. 1.

Некоторые результаты численного решения уравнения (7) представлены на рис. 1. Зависимости  $\sigma^2(z)/\sigma^2(0)$ , вычисленные для волокна с параболическим профилем, приведены при различных значениях параметра нелинейности  $R$ . В качестве начальных условий был взят коллимированный гауссов пучок с радиусом, соответствующим первой моде ( $\sigma^2(0) = r_0^2 = 1/V$ ,  $V=10$ ). Рис. 1б иллюстрирует область применимости приближенных оценок для глубины модуляции (9) и частоты (8). Видно, что вплоть до значений  $R/R_{кр} = 0,5$  формулы (8), (9) приводят к погрешностям, не превышающим 3—5%.

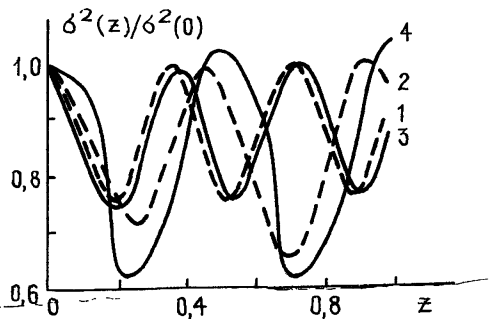


Рис. 2.

На рис. 2 приведены зависимости  $\sigma^2(z)/\sigma^2(0)$ , вычисленные при фиксированном значении параметра нелинейности  $R=6,93$  и различных

профилях показателя преломления: гауссовом (кривая 1) и близком к прямоугольному профилю вида  $U = \exp(-r^6)$  (кривая 2). В обоих случаях начальный радиус соответствовал первой моде:  $r_0^2 = 0,3; 0,42$ . Видно, что при переходе от градиентного волокна к волокну с прямоугольным профилем заметно возрастает глубина модуляции и уменьшается частота пространственных осцилляций.

3. Приближенный анализ, проведенный в предыдущем разделе, основывался на предположении об автоматическом характере решения (5). Область применимости этого допущения можно установить численным решением уравнения квазиоптики (2).

Наиболее эффективные процедуры решения подобных задач в декартовых координатах основываются на использовании метода расщепления по физическим факторам [10] и быстрого преобразования Фурье. В соответствии с методом расщепления распространение волнового пучка на участке от  $z$  до  $z+2h$  представляется следующим образом: свободная дифракция на участке от  $z$  до  $z+h$ , прохождение сквозь тонкую линзу, эффективно учитывающую профиль показателя преломления и нелинейную добавку к фазе, а затем свободная дифракция на участке от  $z+h$  до  $z+2h$ . Как показано в работе [10], эта методика имеет погрешность  $O(h^3)$ .

В задачах нелинейной волоконной оптики наиболее естественным является использование цилиндрической системы координат, поэтому возникает необходимость разработки эффективных процедур решения уравнения квазиоптики, адекватно отражающих геометрию системы. Проиллюстрируем развитую нами методику для случая осесимметричных условий возбуждения световода.

На участке от  $z$  до  $z+h$  решается линейное уравнение

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right). \quad (11)$$

С помощью преобразования Фурье—Бесселя,

$$E(\rho, z) = 2\pi \int_0^\infty E(r, z) J_0(2\pi r \rho) r dr, \quad (12)$$

оно приводится к виду

$$i \frac{\partial}{\partial z} E(\rho, z) = -2\pi^2 \rho^2 E(\rho), \quad (13)$$

откуда следует, что

$$E(\rho, z+h) = E(\rho, z) \exp(i2\pi^2 \rho^2 h). \quad (14)$$

Произведя обратное преобразование Фурье—Бесселя по формуле, аналогичной (12), можно восстановить волновое поле в плоскости  $z+h$ .

Учет линейной и нелинейной рефракции производится простым множением комплексной амплитуды на соответствующий фазовый множитель

$$E_1(r, z+h) = E(r, z+h) \exp\{-[ (V^2/2) U(r) + R |E|^2 ] h\}. \quad (15)$$

—Далее вновь рассчитывается участок свободной дифракции для поля  $E_1$  и т. д. Для вычисления преобразования Фурье—Бесселя используется алгоритм быстрого преобразования Фурье—Ханкеля, сводящий последнее к трем последовательным быстрым преобразованиям Фурье [11].

Некоторые результаты численного исследования задачи (2) с начальными условиями

$$E(r, 0) = \exp(-r^2/r_0^2). \quad (16)$$

представлены на рис. 3. Семейство поперечных распределений интенсивности (а) соответствует гауссову профилю показателя преломления ( $U = \exp(-r^2)$ ,  $R = 6,93$ ,  $V = 10$ ). Видно, что при нелинейности, примерно вдвое меньшей критической, распределение интенсивности не испытывает существенных aberrаций. Аналогичные результаты получаются и для параболического профиля  $U(r)$ , они полностью соответствуют известным аналитическим решениям [8]. Зависимость среднего квадрата радиуса пучка  $\sigma^2$  от  $z$  приведена на рис. 2 (сплошная линия 3). Эти результаты хорошо согласуются с расчетами по методу моментов (штриховая кривая 1).

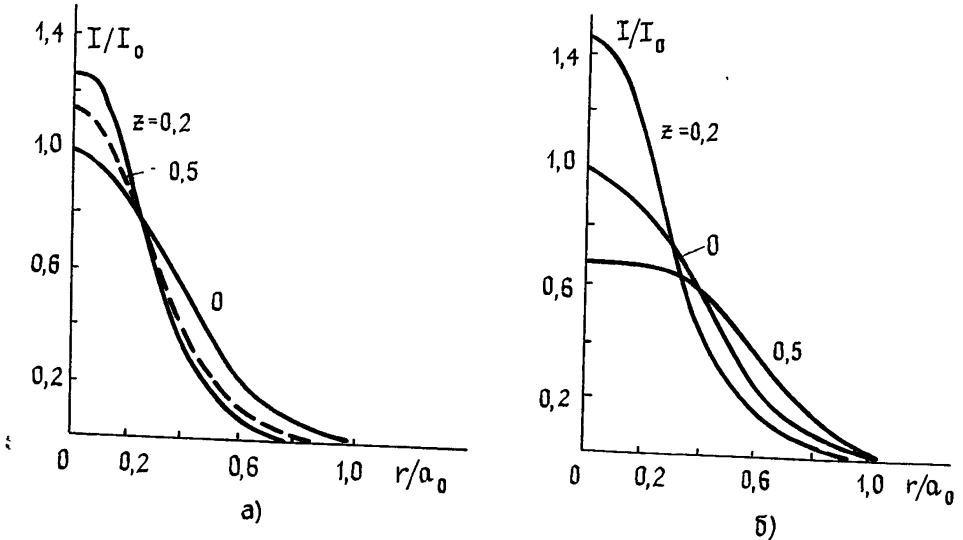


Рис. 3.

Качественно иная картина наблюдается в случае волоконного световода с профилем показателя преломления, приближающимся к прямоугольному ( $U(r) = \exp(-r^6)$ ). Семейство распределений интенсивности приведено на рис. 3б. Здесь наблюдаются заметные искажения формы профиля интенсивности, приводящие к заметным отличиям зависимостей  $\sigma^2(z)$ , полученных из уравнения квазиоптики (кривая 4 на рис. 2) от вычисленных по методу моментов (кривая 2 на рис. 2).

4. Согласно проведенным исследованиям нелинейного режима распространения оптического излучения в волоконных световодах с различными профилями показателя преломления видно, что при интенсивностях, не превышающих порога самофокусировки в материале сердцевин, ширина волнового пучка испытывает периодические осцилляции. В случае градиентных волоконных световодов с профилем показателя преломления, близким к параболическому, адекватное описание этого процесса может быть получено на основании метода моментов даже при значениях параметра нелинейности, близких к критическому. При переходе к волоконным световодам со ступенчатым профилем показателя преломления степень концентрации энергии в приосевой части, обусловленная нелинейными эффектами, заметно возрастает. Указанные особенности поведения интенсивных световых пучков проявляются на малых расстояниях (порядка дифракционной длины) и способствуют уменьшению характерной длины развития вынужденного комбинационного излучения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Nicolaus B., Grischkowsky D.—Appl. Phys. Lett., 1983, 43, № 3, p. 228.
2. Выслоух В. А. — УФН, 1982, 136, вып. 3, с. 519.
3. Хасегава А., Кодама Ю. — ТИИЭР, 1981, 69, № 9, с. 57.
4. Stolen R. H.—Fiber Integrated Optics, 1980, 3, № 1, p. 21.
5. Нестерова З. В. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, вып. 7, с. 391.
6. Выслоух В. А., Серкин В. Н. — Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, вып. 4, с. 170.
7. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 9, с. 1353
8. Власов С. Н., Гурбатов С. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 8, с. 1149.
9. Bendow B., Gianino P. D., Tzortz N.—J. Opt. Soc. Amer., 1981, 71, № 6, p. 656.
10. Fleck J. A., Feit M. D.—Appl. Opt., 1978, 17, № 24, p. 3990.
11. Siegman A. E.—Opt. Lett., 1977, 1, № 1, p. 13.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
18 января 1984 г.

### THE SPATIAL EFFECTS OF OPTICAL RADIATION SELF-ACTION IN FIBER OPTICAL WAVEGUIDES

*V. A. Vysloukh, T. A. Matveeva*

Theoretical and numerical studies of the main objective laws of spatial self-action of optical radiation in fiber waveguides are carried out. On the basis of the method of moments an equation has been obtained, describing the change of the mean square of the beam radius with the distance. The estimates of the depth of modulation and spatial frequency of the changes in radiation intensity are also presented. A method is developed of numerical solution of the quasioptics equation which makes it possible to analyze the dependence of intensity distribution in the transverse cross-section of the fiber on the input power of radiation and refraction index profile.

---

### Аннотации депонированных статей

УДК 550.388.2

### О ХАРАКТЕРЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЛЕКТИВНОМ МЕХАНИЗМЕ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОННЫХ АВРОРАЛЬНЫХ ПУЧКОВ

*П. А. Огородников, Г. В. Хазанов*

Проведен анализ характера неустойчивости, возбуждаемой инвертированными  $V$  событиями, вторгающимися в полярную область ионосферы в системе плазма—пучок. Показано, что конвективная неустойчивость, раскачивающаяся в полярных сияниях I—II класса, переводит плазму полярных широт в слаботурбулентное состояние с хаотически образующимся набором ленгмюровских солитонов. Обусловленное такой турбулентностью эффективное взаимодействие электронов пучка с ленгмюровскими солитонами существенно замедляет процесс коллективной релаксации пучка