

УДК 621.372

ДИФРАКЦИЯ *H*-ПОЛЯРИЗОВАННОГО ГАУССОВА ПУЧКА НА МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ С ДВУМЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ КАНАВКАМИ

Б. М. Булгаков, М. П. Натаров, В. Н. Скрасанов

Решена задача дифракции двумерного *H*-поляризованного гауссова пучка на бесконечном металлическом экране с двумя прямоугольными канавками. В приближении узких канавок получена аналитическая формула для сечения рассеяния. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными. Найдены условия, при которых рассеяние пучка минимально. Обсуждается возможность приложения полученных результатов в твердотельной электронике и миллиметровой радиоспектроскопии.

Исследование дифракции гауссова пучка на металлическом экране с двумя прямоугольными канавками стимулировано изобретением полупроводникового квазиоптического генератора миллиметрового диапазона, резонансной системой которого является полусимметричный открытый резонатор (ОР) с двумя узкими ($\ll \lambda/2$, λ — длина волны) прямоугольными канавками на плоском зеркале [1]. Этот генератор обладает низким уровнем частотно-модулированных шумов [2] и повышенной выходной мощностью вследствие суммирования излучений нескольких полупроводниковых диодов. Исследования показывают, что как для снижения шумов, так и для повышения выходной мощности необходимо минимизировать собственные потери в резонансной системе генератора [2, 3]. Канавки на зеркале ОР являются неоднородностями, на которых происходит рассеяние резонансного поля ОР в свободное пространство, т. е. увеличение собственных потерь колебательной системы квазиоптического генератора. Мерой этих дополнительных дифракционных потерь является полное сечение рассеяния τ резонансного пучка на зеркале с канавками:

$$\tau = P_{\text{рас}}/P_0, \quad (1)$$

где $P_{\text{рас}}$ — мощность рассеяния, P_0 — мощность падающего на зеркало волнового пучка ОР.

В данной работе решена задача дифракции двумерного *H*-поляризованного гауссова пучка на бесконечном металлическом экране с двумя прямоугольными канавками. В приближении узких канавок получена аналитическая формула для сечения рассеяния, проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными и най-

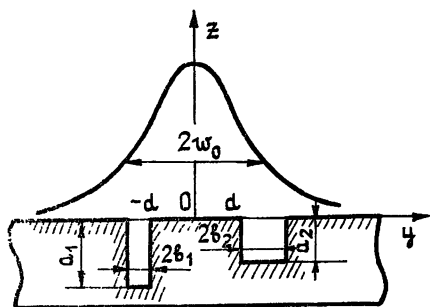


Рис. 1.

дены условия минимальности рассеяния пучка, необходимые для оптимизации квазиоптического генератора [1].

Конфигурация и размеры исследуемой структуры в выбранной прямоугольной системе координат показаны на рис. 1. Магнитную компоненту электромагнитного поля пучка $H_x^0(y, z)$, ориентированную вдоль оси Ox (H -поляризация), представим в виде спектра плоских волн:

$$H_x^0(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) \exp[ik(\alpha y - \sqrt{1 - \alpha^2} z)] d\alpha, \quad (2)$$

где $\arcsin \alpha$ — угол падения на экран отдельной пространственной составляющей пучка. Фурье-трансформанта $g(\alpha)$ поля гауссова пучка $H_x^0(y, 0) = \exp[-(y/\omega_0)^2]$ с полушириной ω_0 в горловине, совпадающей с плоскостью экрана $z=0$, имеет вид

$$g(\alpha) = (k\omega_0/2\sqrt{\pi}) \exp[-(k\omega_0\alpha/2)^2]. \quad (3)$$

Рассеянное канавками в экране поле в области $z > 0$ представим в аналогичном виде

$$H_x(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} X(\zeta, \alpha) \exp[ik(\zeta y + \sqrt{1 - \zeta^2} z)] d\zeta, \quad (4)$$

где $X(\zeta, \alpha)$ — трансформанта Фурье поля, рассеянного структурой под углом $\arcsin \zeta$ при падении на нее плоской волны под углом $\arcsin \alpha = \alpha_0$. Неизвестную функцию $X(\zeta, \alpha)$ найдем из строгого решения задачи дифракции плоской H -поляризованной волны методом, предложенным в [5].

Решение задачи полностью определяется одной скалярной функцией $v(y, z)$ — H_x -компонентой поля плоской волны, удовлетворяющей уравнению Гельмгольца и граничному условию $\partial v/\partial n = 0$ на поверхности металла, и ищется в виде

$$v(y, z) = \begin{cases} e^{ik(\alpha y - \gamma z)} + e^{ik(\alpha y + \gamma z)} + \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi) e^{ik(\xi y + \sqrt{1 - \xi^2} z)} d\xi, \\ z > 0, \quad -\infty < y < \infty, \\ \sum_{m=0}^{\infty} Z_m [e^{ih_{1m}(z+2a_1)} + e^{-ih_{1m}z}] \cos \frac{\pi m}{2b_1} (y + d + 2b_1), \\ -a_1 < z < 0, \quad -d - 2b_1 < y < -d, \\ \sum_{m=0}^{\infty} Y_m [e^{ih_{2m}(z+2a_2)} + e^{-ih_{2m}z}] \cos \frac{\pi m}{2b_2} (y - d - 2b_2), \\ -a_2 < z < 0, \quad d < y < d + 2b_2, \end{cases} \quad (5)$$

где $h_{jm} = \sqrt{k^2 \epsilon_j - (\pi m/2b_j)^2}$, ϵ_j — диэлектрическая постоянная в j -й канавке, $j=1, 2$; $X(\xi) \equiv X(\xi, \alpha_0)$; $\alpha = \sin \alpha_0$; $\gamma = \cos \alpha_0$.

Используя условия непрерывности функций $v(y, z)$ и $(k^{-2}\epsilon_j^{-1})\partial v/\partial z$ в областях канавок и граничные условия на металле, после преобразований, аналогичных проделанным в [5], можно получить либо интегральное уравнение относительно функции $X(\xi)$, либо бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных Z_m и Y_m . Проведем количественный анализ рассеянного поля только для случая $kb_j \ll 1$. Будем использовать интегральное уравнение, которое, имея вырожденное ядро, допускает решение методом последовательных приближений. Ввиду громоздкости выражений приведем решение интегрального уравнения для случая $b_1 = b_2 = b$:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}(\zeta) = & \frac{2kb}{\pi} \frac{\sin kba}{kba} \frac{\sin kb\zeta}{kb\zeta} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} \frac{\Gamma_{10}^-}{\Gamma_{10}^+} e^{-ikc(a-\zeta)} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} \times \right. \\
& \times \frac{\Gamma_{20}^-}{\Gamma_{20}^+} e^{ikc(a-\zeta)} - \frac{2kb}{\pi \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}} \frac{\Gamma_{10}^- \Gamma_{20}^-}{\Gamma_{10}^+ \Gamma_{20}^+} [\cos kca \cos kc\zeta (J - K) + \\
& \left. + \sin kca \sin kc\zeta (J + K)] \right\} \left[1 - \frac{kb}{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} \frac{\Gamma_{10}^-}{\Gamma_{10}^+} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} \frac{\Gamma_{20}^-}{\Gamma_{20}^+} \right) J + \right. \\
& \left. + \left(\frac{kb}{\pi} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \frac{\Gamma_{10}^- \Gamma_{20}^-}{\Gamma_{10}^+ \Gamma_{20}^+} (J^2 - K^2) \right]^{-1},
\end{aligned} \tag{6}$$

где $c = b + d$, $\Gamma_{jm}^\pm = \exp(2ih_{jm}a_j) \pm 1$, $\tilde{X}(\zeta) = X(\zeta) \sqrt{1 - \zeta^2}$,

$$J = J(b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 kb\zeta}{(kb\zeta)^2} \frac{d\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}},$$

$$K = K(b, c) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 kb\zeta}{(kb\zeta)^2} \frac{\cos 2kc\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} d\zeta.$$

Решение (6) получено с погрешностью порядка $(kb)^2$, если $kb/|ka_{1,2} - ka_0^\pm| \ll 1$, где $ka_{1,2} = ka_0^\pm$, если $\Gamma_{1,20}^\pm = 0$.

Интеграл $J(b)$ может быть представлен через функцию Ханкеля $H_0^{(1)}$: $J(b) = 0,5\pi \int_0^2 (2-t) H_0^{(1)}(kbt) dt$, а интеграл $K(b, c)$ — через интегралы $J(d+b)$, $J(d+2b)$, $J(d)$:

$$K(b, c) = [(d+2b)^2/2b^2]J(d+2b) + d^2/2b^2J(d) - (d+b)^2/b^2J(d+b).$$

Запишем выражение для полного сечения рассеяния, подставив (2) и (4) в (1):

$$\tau = \frac{\int_{-1}^1 \sqrt{1 - \zeta^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) X(\zeta, \alpha) d\alpha \right|^2 d\zeta}{\int_{-1}^1 \sqrt{1 - \alpha^2} |g(\alpha)|^2 d\alpha}. \tag{7}$$

Знаменатель в (7) представляет собой P_0 и вычисляется путем численного интегрирования для каждого конкретного случая параметров пучка.

Подставляя в формулу (7) $g(\alpha)$ из (3) и $X(\zeta, \alpha)$ из (6), окончательно получим:

$$\begin{aligned}
\tau = & \frac{(k\omega_0)^2}{8\pi P_0} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{c+b}{\omega_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{c-b}{\omega_0} \right) \right]^2 \times \\
& \times \frac{[\pi + \operatorname{Re}(K)](G^2 + H^2) + [\pi - \operatorname{Re}(K)](T_1 - T_2)^2}{R^2 + S^2},
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} \operatorname{tg}(ka_1 \sqrt{\varepsilon_1}), \quad T_2 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} \operatorname{tg}(ka_2 \sqrt{\varepsilon_2}),$$

$$G = \frac{2kb}{\pi} T_1 T_2 [\pi - \operatorname{Re}(K)],$$

$$H = T_1 + T_2 + \frac{2kb}{\pi} T_1 T_2 [\operatorname{Im}(J) - \operatorname{Im}(K)],$$

$$R = 1 + \frac{kb}{\pi} (T_1 + T_2) \operatorname{Im}(J) - \left(\frac{kb}{\pi}\right)^2 T_1 T_2 [\pi^2 - \operatorname{Im}^2(J) - \operatorname{Re}^2(K) + \operatorname{Im}^2(K)],$$

$$S = kb(T_1 + T_2) + 2 \left(\frac{kb}{\pi}\right)^2 T_1 T_2 [\pi \operatorname{Im}(J) - \operatorname{Re}(K) \operatorname{Im}(K)].$$

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов сечения рассеяния, выполненные по формуле (8) на ЭВМ ДЗ-28. Вычисление мнимой и действительной части интегралов J и K сводилось к суммированию быстро сходящихся степенных рядов (см. [7], с. 175 и с. 247).

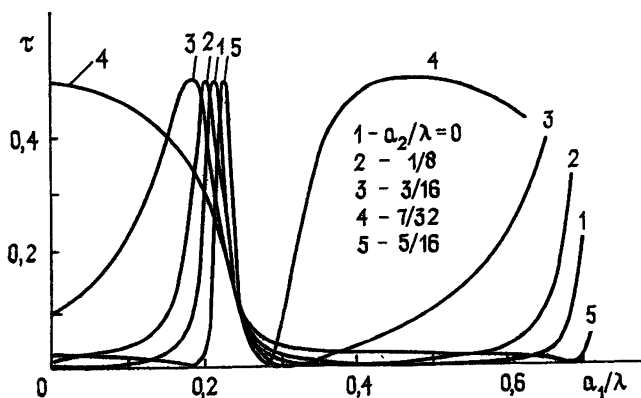


Рис. 2.

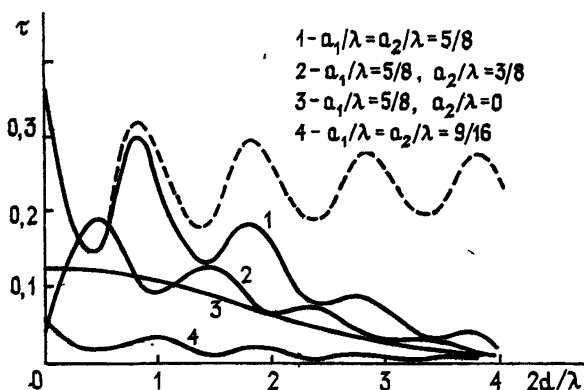


Рис. 3.

На рис. 2 приведено семейство зависимостей $\tau(a_1/\lambda)$ для двух близко расположенных канавок (в расчетах $kb=0,1$, $kd=0,001$) от глубины a_1 одной из них при фиксированной глубине a_2 другой канавки. В случае $a_2=0$ получаем известную зависимость $\tau(a/\lambda)$ для одной канавки

в металлическом экране [4, 5]. Рассеяние отсутствует, если разность фаз волны, отраженной от экрана, и волны, вышедшей из канавки, кратна 2π (случай оптимальной глубины канавки $a_1 = n\lambda/2$, $n=1, 2, \dots$). Сечение рассеяния монотонно возрастает по мере удаления a_1 от оптимальных значений. Для двух канавок рассеяние зависит от обеих глубин a_1 и a_2 , так что минимум рассеяния на рис. 3 смещается при вариациях a_2 . Интересно, что для близко расположенных канавок при любой заданной глубине a_2 одной из них можно найти такую глубину другой канавки a_1 , что рассеяние от всей структуры практически равно нулю. Назовем это явление компенсацией рассеяния, условно рассматривая канавку с фиксированной глубиной как рассеиватель, а другую — с переменной глубиной — как компенсатор рассеяния. Качественное объяснение компенсации следует из рассмотрения канавок как двух близко расположенных линейных источников монохроматических волн с равными амплитудами колебаний. Понятно, что разность фаз излучения этих источников $\Delta\Phi = k(a_1 - a_2)$. Если $\Delta\Phi = (2n-1)\pi$, $n=1, 2, \dots$, то излучение отсутствует. Из этого условия определяются значения скомпенсированных глубин канавок, при которых наблюдаются минимумы сечения рассеяния, что и подтверждается графиками на рис. 2.

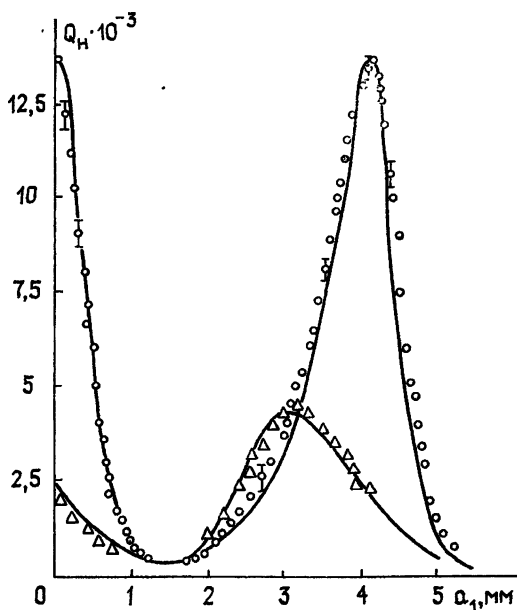


Рис. 4.

На рис. 3 сплошными линиями показано семейство зависимостей $\tau(2d/\lambda)$ при различных соотношениях глубин канавок a_1 и a_2 от ширины выступа $2d$ между ними (в расчетах $2b=0,1$ и $w_0=1,86\lambda$). Для сравнения штриховой линией представлена зависимость сечения рассеяния плоской нормально падающей волны при размерах структуры, соответствующих кривой 1 на рис. 3. В последнем случае нормировка сечения рассеяния производилась на плотность мощности падающей волны. Наблюдаемые максимумы и минимумы сечения рассеяния чередуются при изменении $2d$ через $\lambda/2$ и обусловлены интерференционным взаимодействием рассеянных полей от двух канавок, которое сохраняется при довольно больших расстояниях между канавками, превышающих поперечные размеры существующих в ОР волновых пучков. Однако если при дифракции плоской волны сечение рассеяния при больших d стремится к сумме сечений рассеяния каждой из канавок,

то при дифракции пучка сечение рассеяния уменьшается до нуля по мере раздвигания канавок от центра к краям пучка.

Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными. Исследовался полусимметричный ОР с радиусом кривизны сферического зеркала $r = (180,4 \pm 3,2)$ мм и апертурой зеркала 89,9 мм. Для используемого расстояния между зеркалами $L = (104,6 \pm 1)$ мм и рабочей длины волны $\lambda = (8,22 \pm 0,04)$ мм расчетное значение радиуса гауссова пучка на плоском зеркале $w_0 = (15,26 \pm 0,16)$ мм не выходило за пределы погрешности зондового метода измерений [6]. Ширина канавок, прорезанных в центре плоского зеркала, составляла $2b = (1 \pm 0,1)$ мм, расстояние между ними $2d = (0,2 \pm 0,05)$ мм, а глубина одной из них могла изменяться в пределах $0 \div 6$ мм с погрешностью установки и отсчета 0,01 мм. В канавке использовался дроссельный короткозамыкающий поршень с потерями, значительно меньшими суммарных потерь ОР с гладким плоским зеркалом. Нагруженная добротность Q_H определялась по измеряемой ширине амплитудно-частотной характеристики ОР динамическим методом при $Q_H = 3 \cdot (10^3 \div 10^4)$ и статическим методом при $Q_H = 3 \cdot (10^2 \div 10^3)$ [6]. В обоих случаях относительная погрешность измерений не превышала 15%.

Сечение рассеяния связано с нагруженной добротностью ОР формулой [4]

$$Q_H = 2kL / (\delta_{\Sigma} + A\tau), \quad (9)$$

где k — волновое число, L — расстояние между центрами зеркал, δ_{Σ} — суммарные потери за двойной проход в таком же ОР с гладким плоским зеркалом, $A\tau$ — дополнительные дифракционные потери ОР за двойной проход. Коэффициент A для модели поля ОР в виде гауссова пучка равен единице. Подставив в (9) рассчитанные значения τ из (8) при заданных параметрах структуры, получим расчетные значения Q_H .

На рис. 4 представлены рассчитанные (сплошная линия) и экспериментальные (точки) зависимости Q_H от глубины a_1 одной канавки при различных фиксированных глубинах a_2 другой канавки. Кружками отложена добротность ОР с одной канавкой ($a_2 = 0$), а треугольниками — добротность ОР с двумя канавками ($a_2 = 5 \pm 0,15$ мм). В некоторых случаях указан доверительный интервал измерений. В целом, несоответствие теории и эксперимента, не превышающее 15%, вполне допустимо для расчетов дополнительных дифракционных потерь в практических приложениях такого ОР. Наблюдаемое систематическое расхождение теоретических и экспериментальных значений при больших a_1 связано, по-видимому, с ограниченностью пучка ОР вдоль канавок, обуславливающей наличие пространственных составляющих пучка в плоскости xOz .

В результате проведенного исследования заключаем, что минимальные контурные потери квазиоптического генератора на основе ОР, в плоском зеркале которого выполнено две прямоугольные канавки [1], будут наблюдаться при оптимальных глубинах обеих канавок: $a_1 = a_2 = n\lambda/2$. При этом расстояние между центрами канавок при фиксированной длине волны λ не существенно. Однако при работе в диапазоне частот условие оптимальности нарушится, и тогда минимум потерь будет при $c = \lambda/2$.

Явление компенсации рассеяния может оказаться полезным при разработке резонансной ячейки измерителя диэлектрической постоянной различных веществ, в том числе и жидких, на основе ОР с прямоугольными канавками в зеркале. Если первую канавку спроектировать как кювету для веществ, то с помощью рядом расположенной второй канавки-компенсатора можно ослабить рассеяние поля от исследуемого объекта и тем самым повысить точность измерений.

Отметим, что анализ рассеяния пучка на канавках с ширинами, соизмеримыми с длиной волны, не вызывает принципиальных затруднений. В этом случае необходимо получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений и решать ее относительно неизвестных Z_m и Y_m одним из методов (см., например, [5]).

В заключение авторы выражают благодарность В. Н. Қочину за консультации, полученные при решении задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипов А. В., Булгаков Б. М., Вознюк С. Е., Скрасанов В. Н., Фурсов А. М. Авторское свидетельство № 820612.— Бюл. изобрет., 1982, № 26, с. 319.
2. Скрасанов В. Н. В кн.: Физика и техника миллиметровых и субмиллиметровых волн.— Киев: Наукова думка, 1983, с. 50.
3. Булгаков Б. М., Скрасанов В. Н., Фисун А. И., Шубный А. И.— Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, 1984, вып. 3, с. 13.
4. Булгаков Б. М., Скрасанов В. Н., Фисун А. И.— Изв. вузов— Радиофизика, 1983, 26, вып. 4, с. 447.
5. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Шестопапов В. П.— Радио-техника и электроника, 1977, 22, № 3, с. 474.
6. Измерения на миллиметровых и субмиллиметровых волнах. /Под ред. Р. А. Валитова, Б. И. Макаренко.— М.: Радио и связь, 1984, с. 226.
7. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции.— М.: Наука, 1983.— 751 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
11 июня 1984 г.

DIFFRACTION OF *H*-POLARIZED GAUSSIAN BEAM BY A METAL SCREEN WITH TWO RECTANGULAR GROOVES

B. M. Bulgakov, M. P. Natarov, V. N. Skresanov

The problem of diffraction of two-dimensional *H*-polarized Gaussian beam by an infinite metal screen with two rectangular grooves has been solved. The analytical formula for scattering cross section is obtained in the approximation of narrow grooves. The results of comparison of the theoretical prediction with experimental data have been reported. The conditions of beam scattering minimality are determined. The possibility of using the results obtained in solid state electronics and millimeter radio-spectroscopy is discussed.
