

УДК 533.951

## О ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЭЛЕКТРОНА С ПРИМЕСНЫМИ ИОНАМИ ПЛАЗМЫ

А. В. Акопян

С учетом динамической поляризации плазмы изучается вопрос об излучении ионно-звуковой волны при столкновениях пробного электрона с тяжелыми примесными ионами в неизотермической плазме. Обсуждается эффект тормозного излучения, обусловленный рассеянием виртуальных плазмонов на облаке поляризации плазмы.

Процессы излучения волн в плазме при столкновениях заряженных частиц носят более сложный характер, чем в других материальных средах [1]. Сложность явлений в первую очередь заключается в том, что в плазме столкновения зарядов могут привести к одновременному образованию разнообразных мод волн с определенными законами дисперсии. Изучение каждого конкретного вопроса по взаимодействию волн со сталкивающимися зарядами представляет интерес для лучшего понимания физических процессов, протекающих в плазме.

В настоящей работе изучается вопрос о тормозном излучении ионно-звуковой волны ( $s$ -волна), происходящем в результате столкновения пробного электрона с примесными ионами в плазме. Рассматриваемый вопрос представляет интерес в том аспекте, что наличие в плазме многозарядных примесных ионов небольшой концентрации может вызывать определенные излучательные потери в расчете на одну частицу и, кроме этого, привести к дополнительной неустойчивости [2]. Отметим также, что излучение любой моды волн за счет столкновений легких зарядов с тяжелыми ионами может служить хорошим средством для диагностики плазмы. В этом отношении особый интерес представляет тормозное излучение  $s$ -волны, которое может давать ценную информацию о состоянии и параметрах плазмы.

В настоящее время хорошо разработана теория черенковского излучения  $s$ -волны в плазме [3, 4]. Что касается проблемы тормозного излучения данной волны в плазме, то, насколько известно, она до сих пор не рассматривалась в литературе.

**1. Общая теория. Вероятность излучения.** Пусть имеется однородная изотропная полностью ионизованная, свободная от внешних полей плазма, состоящая в основном из электронов и одного сорта легких ионов, так что  $T_e \gg T_i$ , где  $T_{e,i}$  — электронная и ионная температуры плазмы. Предполагаем, что в данной неизотермической плазме присутствуют также хаотически расположенные многозарядные тяжелые примесные ионы, которые считаются неподвижными рассеивающими центрами. Считая концентрацию последних малой, тем самым будем пренебрегать их влиянием на поляризационные и дисперсионные свойства плазмы.

Исследуем процесс излучения  $s$ -волны при столкновении пробного электрона с примесным ионом. Пользуясь [5], представим в квази-

классическом приближении вероятность тормозного излучения  $\delta$ -волны в виде ( $\hbar=1$ )

$$W_{el}^{(s)} = \frac{Z_0^2 e^4 k^2 d_e^2}{2\pi^2 \omega_s} |M_1 + M_2|^2 \delta(\omega_s - (k + \kappa) v), \quad (1)$$

$$\omega_s = kv_s, \quad v_s = \sqrt{Z \frac{T_e}{m_i}}, \quad dk_e \ll 1.$$

Здесь,  $Z_0, Z$  — кратности зарядов примесных и тепловых ионов,  $\kappa$  — импульс обмена,  $v$  — скорость пробного электрона,  $m_i$  — масса теплового иона,  $d_e$  — дебаевский радиус для электронов,  $\omega_s, k, v_s$  — соответственно частота, волновой вектор и скорость волны. Наличие  $\delta$ -функции в (1) связано с законом сохранения энергии для элементарного акта излучения. Ниже будем считать, что  $\kappa \neq 0$ . Это значит, что тормозное излучение происходит вне области черенковского резонанса.

В (1)  $M_1$  и  $M_2$  — матричные элементы переходов, описывающие конверсию продольных виртуальных плазмонов в продольные кванты  $s$ -волны при рассеяниях соответственно на собственном заряде пробного электрона и на облаке поляризации плазмы. Исходя из этого, отдельные процессы, описываемые с помощью  $M_1$  и  $M_2$ , будем соответственно называть обычным и переходным тормозными излучениями. Для расчета матричных элементов воспользуемся уравнением движения пробного электрона в продольном электрическом поле и кинетическим уравнением для компонентов плазмы:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \left( \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial r} \right) \mathbf{v} = \frac{e}{m_e} \int \mathbf{E}_{k,\omega} \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}r)] dk d\omega; \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v}_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}_\alpha} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $m_e$  — масса электрона,  $\mathbf{E}$  — полное электрическое поле в плазме,  $\mathbf{E}_{k,\omega}$  — его фурье-образ,  $\mathbf{v}_\alpha, f_\alpha = f(\mathbf{v}_\alpha)$  — скорости и функции распределения для электронов и тепловых ионов плазмы ( $\alpha = e, i$ ). В равновесном состоянии  $f(\mathbf{v}_\alpha)$  считается максвелловской функцией распределения по скоростям. В (3) основная масса плазмы предполагается бесстолкновительной.

Решая совместно (2) и (3) методом малых возмущений, из общих соотношений после ряда преобразований получим

$$M_1 = \frac{e\omega_s}{m_e^2 k^2 \epsilon^l(\kappa, 0)} \frac{k(\kappa k)}{(\omega_s - k v_0)^2}; \quad (4)$$

$$M_2 = \frac{e\omega_s k}{k^2 m_e \kappa^3 |\kappa + k|^2 \epsilon^l(\kappa, 0) \epsilon^l(\kappa + k, \omega_s)} \times$$

$$\times \{ (\kappa k) [\delta \epsilon^{(e)}(k, \omega_s; \kappa + k, \omega_s) + \delta \epsilon^{(i)}(k, \omega_s; \kappa + k, \omega_s)] -$$

$$- (k, \kappa + k) [\delta \epsilon^{(e)}(k, \omega_s; \kappa, 0) + \delta \epsilon^{(i)}(k, \omega_s; \kappa, 0)] \}; \quad (5)$$

$$\delta \epsilon^{(a)}(k, \omega; k_1, \omega_1) = \omega_{pa}^2 \int \frac{d\mathbf{v}_a}{(\omega - k\mathbf{v}_a)^2} \frac{1}{\omega_1 - k_1 \mathbf{v}_a} \left( k_1 \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{v}_a} \right), \quad (6)$$

где  $\omega_{pa}$  — плазменная частота электронов и ионов плазмы,  $v_0$  — невозмущенная скорость пробного электрона. В (4) принято, что  $|\omega_s - kv_0| \gg$

$> \gamma$ , где  $\gamma$  — декремент бесстолкновительного затухания  $s$ -волны [3]. В (5)  $\epsilon'$  — продольная диэлектрическая проницаемость для всей плазмы [6]. Выражение (6) описывает состояние облака динамической поляризации плазмы, состоящего из тепловых ионов и электронов.

Полученные выше выражения являются общими в том смысле, что с их помощью можно определить основные величины, характеризующие излучение как при электрон-ионном парном столкновении, так и при коллективном торможении электронов на примесных ионах. Пренебрегая, в частности, корреляцией примесных ионов, для частотного распределения интенсивности излучения, отнесенной к единице объема плазмы, будем иметь

$$\frac{dI_\omega}{d\omega} = n_i^{(0)} k^3 \int W_{ei}^{(s)} d\mathbf{x} d\Omega, \quad (7)$$

где  $n_i^{(0)}$  — концентрация примесных ионов,  $d\Omega$  — элемент телесного угла излучения. Важно отметить, что если черенковское излучение  $s$ -волны в плазме возможно только при  $v_0 \geq v_s$ , то согласно (1) и (7) тормозное излучение этой волны имеет место при любых скоростях пробного электрона, в том числе и при  $v_0 < v_s$ .

**2. Спектр обычного тормозного излучения.** Из (1) и (7) следует, что возбуждение волны в общем случае связано с интерференцией между указанными двумя типами излучения. Ниже, однако, будем определять отдельные вклады от каждого из этих излучений и найдем условия доминирования одного типа излучения над другим.

Прежде всего отметим, что доплеровский сдвиг частоты в (4) определяет путь формирования тормозного излучения  $s$ -волны

$$l_s = \pi v_0 / |\omega_s - k v_0 \cos \vartheta|, \quad (8)$$

где  $\vartheta$  — угол излучения, составленный между  $v_0$  и  $k$ . Из (8) следует, что при

$$\pi v_0 (n_i^{(0)})^{1/3} / |\omega_s - k v_0 \cos \vartheta| \ll 1 \quad (9)$$

можно пренебречь интерференциями между излучениями на отдельных примесных ионах. Ниже будем считать выполненным важное условие (9).

Из (1), (4) и (7), проведя интегрирование по всем углам излучения, для частотного распределения интенсивности обычного тормозного излучения имеем

$$\frac{dI_\omega^{(1)}}{d\omega} = \frac{Z_0^2 e^4 \omega_s^2 T_e}{3Z m_e^2 v_0 v_s} \frac{1}{(v_0^2 - v_s^2)^2} \frac{n_i^{(0)}}{n_i} \left[ \ln(1 + \kappa_0^2 d^2) - \frac{\kappa_0^2 d^2}{1 + \kappa_0^2 d^2} \right], \quad (10)$$

где  $n_i$  — концентрация тепловых ионов ( $n_i \gg n_i^{(0)}$ ),  $d$  — дебаевский радиус для всей плазмы,  $\kappa_0$  — наибольший импульс отдачи:  $\kappa_0 \sim r_{\min}^{-1}$ ,  $r_{\min}$  — наименьшее расстояние сближения электрона с ионом. Формула (10) найдена в предположении, что  $\kappa_0 \gg \kappa_{\min}$ , где  $\kappa_{\min} = |\omega - k v_0| / v_0$ . При этом общий вклад, внесенный в (10) за счет далеких соударений, параметр удара которых превосходит дебаевский радиус, пренебрежимо мал. Из (10) следует, что при  $d \ll r_{\min}$  уровень интенсивности излучения падает как  $dI_\omega^{(1)} / d\omega \sim r_{\min}^4 / d^4$ . Это обусловлено тем, что в плотной плазме при сильной дебаевской экранировке поля иона уменьшается эффективность комптоновской конверсии виртуальных плазмонов в  $s$ -волну.

Интегрируя (10) по всем частотам, считая при этом  $\kappa_0$  не зависящим от  $\omega_s$ , находим полные потери энергии электроном при рассматриваемом процессе:

$$I^{(1)} \simeq \frac{Z_0^2 Z^{3/2} e^4 v_{Te}^2 v_s^2}{9C^3 m_e v_0 d_e^3} \frac{1}{(v_0^2 - v_s^2)^2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \frac{n_i^{(0)}}{n_i} \left[ \ln(1 + \kappa_0^2 d^2) - \frac{\kappa_0^2 d^2}{1 + \kappa_0^2 d^2} \right], \quad (11)$$

где  $C$  — величина порядка нескольких единиц,  $v_{Te}$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы. Из (11) следует, что при малых скоростях пробного электрона,  $v_0 \ll v_s$ , потери на излучение слабо зависят от электронной температуры плазмы. При больших скоростях, когда  $v_0 \gg v_s$ , потери энергии растут с увеличением температуры согласно  $I^{(1)} \sim T_e^2$ .

**3. Переходное тормозное излучение  $s$ -волны.** По сравнению с обычным тормозным излучением переходное тормозное излучение, сильно зависящее от поляризационных свойств плазмы, имеет более сложный характер. Поэтому с целью иллюстрации конкретных результатов ограничимся рассмотрением случая излучения быстрым надтепловым электроном, скорость которого

$$v_0 \gg v_{Te}. \quad (12)$$

Упрощая, при условии (12), матричный элемент (5), из (1), (6) и (7) для спектра интенсивности переходного тормозного излучения получим

$$\frac{dI_{\omega}^{(2)}}{d\omega} = \frac{Z_0^2 Z e^4 \omega_s^6 T_e}{3m_e^2 \omega_{pe}^4 v_0 v_s^5} \frac{n_i^{(0)}}{n_i} \left[ \ln \frac{\kappa_0^2 v_0^2}{\omega_s^2 (1 + \kappa_0^2 d^2)} - \frac{\kappa_0^2 d^2}{1 + \kappa_0^2 d^2} \right], \quad (13)$$

где принято, что  $\kappa_0 \gtrsim k$ . Из (13) следует, что для рассматриваемого случая характерна сильная зависимость спектра излучения от частоты  $s$ -волны. Эта особенность может представлять интерес для экспериментального изучения данного вопроса.

В отличие от обычного тормозного излучения, переходное тормозное излучение при сильной экранировке поля иона в плотной плазме, когда  $\kappa_0 d \ll 1$ , уже не становится исчезающе малым. Это объясняется тем, что в (13) помимо близких соударений существенный вклад в излучение вносят также и далекие соударения, параметры удара которых больше дебаевского радиуса. Кроме того, в плотной плазме возрастает эффективность конверсии виртуальных плазмонов в  $s$ -волну при рассеянии на облаке поляризации.

Интегрируя (13) по всем частотам, для полных потерь энергии на возбуждение переходного тормозного излучения получим

$$I^{(2)} \simeq \frac{Z_0^2 Z^{3/2} e^4 v_s^2 m_e v_{Te}^2}{21C^7 m_i^2 \omega_{pe}^4 d_e^7 v_0} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{7/2} \frac{n_i^{(0)}}{n_i} \left[ \ln \frac{\kappa_0^2 d^2 v_0^2}{C^2 v_s^2 (1 + \kappa_0^2 d^2)} + \frac{5\kappa_0^2 d^2 - 2}{7(1 + \kappa_0^2 d^2)} \right]. \quad (14)$$

Отсюда следует, что с повышением электронной температуры плазмы потери растут, как  $I^{(2)} \sim T_e^2$ .

4. Обсуждение результатов. Обсудим относительные вклады, вносимые каждым из механизмов излучения в общее излучение. Из сравнения (11) с (14) имеем соотношение

$$I^{(2)}/I^{(1)} \approx \frac{3}{7} \frac{Z^3}{C^4} \left( \frac{m_e}{m_i} \frac{T_e}{T_i} \right)^2 \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right)^4.$$

Отсюда следует, что при скоростях пробного электрона

$$v_0 > 1,3 Z^{-3/4} C \left( \frac{T_i}{T_e} \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} v_{Te} \quad (15)$$

потери энергии на возбуждение переходного тормозного излучения превалируют над потерями, обусловленными обычным тормозным механизмом. Это значит, что при достаточно больших электронных температурах плазмы, когда  $T_e \gtrsim \frac{m_i}{m_e} T_i$ , излучение  $s$ -волны будет происходить главным образом за счет переходного тормозного механизма. При относительно малых скоростях электрона,  $v_0 \leq v_s$ , возбуждение волн будет обусловлено в основном обычным тормозным механизмом.

Теперь сравним полученные выше результаты с известным выражением для потерь энергии электроном на возбуждение черенковского излучения  $s$ -волны [4]. Анализ показывает, что при условии (15) потери энергии на переходное тормозное излучение преобладают над черенковскими потерями при относительной концентрации примесных ионов

$$\frac{n_i^{(0)}}{n_i} > \frac{10 C^7 m_e v_{Te}^3}{Z_0^2 Z^{9/2} e^3 \omega_{pe}} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^2 \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{7/2}. \quad (16)$$

Для оценки положим в (16)  $C \sim Z \sim 1$ ,  $Z_0 \sim 10$ ,  $v_{Te} \sim 10^8$  см·с<sup>-1</sup>,  $\omega_{pe} \sim 10^{13}$  с<sup>-1</sup>,  $T_e/T_i \sim 10^4$ . Тогда тормозные потери будут преобладать над черенковскими при значении

$$n_i^{(0)}/n_i \sim 10^{-6}.$$

Таким образом, зная интенсивность тормозного излучения ионно-звуковых волн, можно судить о значении концентрации содержащихся в плазме примесных многозарядных ионов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. — М.: Мир, 1971.
2. Гервидс В. И., Жданов В. П., Коган В. И., Трубников Б. А., Чибисов М. И. В кн.: Вопросы теории плазмы. / Под ред. Б. Б. Кадомцева. — М.: Энергоиздат, 1982, вып. 12, с. 58.
3. Ахизер А. И., Ахизер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974.
4. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1967, гл. 6.
5. Акопян А. В., Цытович В. Н. — Физика плазмы, 1975, 1, № 4, с. 673.
6. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмподобных сред. — М.: Атомиздат, 1961, гл. 2.

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила в редакцию  
4 мая 1984 г.,  
в окончательном варианте  
17 августа 1984 г.

#### ON BREMSSTRAHLUNG OF THE ION-SOUND WAVES IN COLLISIONS BETWEEN ELECTRON AND IMPURITY IONS OF THE PLASMA

A. V. Akopyan

The problem of radiation of ion-sound waves emitted in collisions between a probe electron and heavy impurity ions in non-isothermal plasma is considered with the help of dynamical polarization of plasma. The effect due to scattering of virtual plasmons by the cloud of plasma polarization is discussed.