ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVIII, № 12 РАДИОФИЗИКА 1985

УДК 532.517.4

К ТЕОРИИ КРУПНОМАСШТАБНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ

С. Г. Чефранов

Показано, что при крупномасштабном турбулентном перемешивании химически активных примесей возможно возникновение упорядоченных структур тьюринговского типа, происходящее за счет статистической неустойчивости пространственно-однородного состояния. Получены пороговые значения для дисперсии случайного негауссова поля скорости, при превышении которых такая статистическая неустойчивость реализуется даже в двухкомпонентной системе с квадратично-нелинейной кинетикой. Рассмотрена возможность образования крупномасштабных пространственно-неоднородных распределений концентрации химически активных примесей в атмосфере за счет этого механизма.

1. Известно (см. [1–3]), что диффузионная неустойчивость пространственно-однородного состояния может приводить к возникновению упорядоченных неоднородных структур Тьюринга (или диссипативных структур) в системе, описываемой нелинейной химической кинетикой. При этом обычно рассматривают уравнения параболического типа, в которых отсутствуют конвективные члены и образование структур обусловлено совместным действием химической кинетики и молекулярной диффузии реагирующих компонентов.

При описании крупномасштабных процессов, таких, например, как глобальное распространение химически активных примесей в атмосфере, наоборот, более естественно учитывать лишь турбулентный макроскопический перенос в системе, по сравнению с которым эффектами молекулярной диффузии можно пренебречь. При этом поля гидродинамических скоростей, формирующие турбулентный поток, будем рассматривать как случайные с заданным статистическим режимом, отвечающим точным стационарным решениям уравнений гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости [4–6].

В настоящей работе показано, что для крупномасштабных бездиссипативных систем роль диффузионной неустойчивости, в процессе образования упорядоченных структур, может играть статистическая неустойчивость (см. [5]) пространственно-однородного состояния. Получено пороговое значение для дисперсии случайного негауссова поля скорости, при превышении которого уже в двухкомпонентной системе с квадратично-нелинейной кинетикой развивается такая неустойчивость. Обсуждается возможность возникновения за счет этого механизма структур (тьюринговского типа) для глобальных статистически усредненных распределений концентрации химически активных примесей в атмосфере.

Развитый в настоящей работе подход, обобщающий некоторые положения теории диссипативных структур для крупномасштабных систем, может быть также использован при анализе многоволновых процессов в слабонелинейных распределенных системах при рассмотрении распространения электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах и в других задачах физики и астрофизики (см., например, [7]),

2. Наблюдаемые в атмосфере пространственно-неоднородные распределения химически активных примесей (см. [8], например, для CO) обычно объясняют лишь наличием соответствующих неоднородностей в распределении источников и стоков (см. [6, 9, 10]). Такой подход, однако, требует уточнения, особенно если речь идет об источниках неантропогенного происхождения, для которых пространственная локализация не является характерной в общем случае.

Исследуем теперь возможность возникновения неоднородных структур для статистически усредненных полей концентрации примеси в противоположном случае, когда распределение источников и стоков является пространственно-однородным. При этом будем учитывать специфику распространения химически активной примеси при стохастическом перемешивании случайным полем скорости.

Для простоты рассмотрим систему второго порядка:

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial q_1}{\partial x} + k_1 q_1 q_2 - k_2 q_2^2 = 0,$$
$$\frac{\partial q_2}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial q_2}{\partial x} + k_3 q_2 + k_1 q_1 q_2 = \tilde{P}, \qquad (1)$$

где положительные величины $\tilde{P}, k_i$ $(i=1, 2, 3)$ предполагаются не зависящими от t и x. Система (1) описывает, например, глобальное распространение химически активных примесей*, где $x = -\cos\theta$, θ — дополнение к широте, $\omega_0 = v_0/R$, R — радиус Земли. Потенциальное меридиональное течение в (1) (см. также [6]) отвечает точному решению стационарных уравнений гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости на сфере $v_\theta = v_0/\sin\theta$, $v_r = v_\varphi = 0$ типа источник—сток на полюсах $(x = \pm 1)$, $v_0 = \mathrm{const}$. Система (1), в частности, представляет собой упрощенную модель цикла окиси углерода CO в атмосфере, где q_2 ($1/см^3$) соответствует концентрации OH, q_1 — концентрации CO. При этом предполагается, что остальные источники и стоки CO и OH взаимно компенсируют друг друга. Нетривиальность системы (1) в смысле воможности реализации для нее неоднородных структур состоит в том (см. [1–3]), что компонента q_2 обеспечивает не только сток q_1, но и определяет интенсивность его источников. Это отражает особую роль OH в цикле CO. При этом $k_1 = k$ $(N=1)$ (N — номер реакции в цикле CO и метана CH_4, см. [9]), $k_2 \approx [k(N=2)k(N=16)]^{1/2}$ и наличие члена $k_2 q_2^2$ в (1) выражает эффективное действие OH в последовательности процессов $CH_4 \xrightarrow[(N=2)]{OH} CH_3 \rightarrow CH_3O_2 \rightarrow CH_3OOH \xrightarrow[(N=16)]{OH} CH_3O_2 \rightarrow$ $\rightarrow CH_3O \rightarrow H_2CO \rightarrow CO$, приводящих к образованию CO (см. [9]). Величина $\tilde{P}$ в (1) характеризует интенсивность источников OH, а k_3 — стоков OH (дополнительных к реакции с CO). Будем далее рассматривать v_0 или ω_0 как случайные величины с простейшим распределением вероятности

$$\rho(\omega_0) = \sum_{i=1}^{2} p_i [\delta(\omega_0 - \omega_i) + \delta(\omega_0 + \omega_i)] \quad \left(p_1 + p_2 = \frac{1}{2}\right) \qquad (2)$$

негауссова типа, что отвечает характеру статистического режима крупномасштабной атмосферной турбулентности. Кроме того, выбор распределения для ω_0 в виде (2) связан с наблюдаемым (см. [14]) многопо-

* Кроме того, уравнения (1) могут описывать простейшую систему двух нелинейно взаимодействующих волн (см. [11–13]), распространяющихся вдоль оси x.

токовым (по толщине атмосферы) типом меридиональной циркуляции, соответствующей нулевой средней скорости переноса.

Пусть для системы (1) выполняются неймановские граничные условия (случай условий Дирихле рассмотрен в Приложении)*

$$\left.\frac{\partial\langle q_1\rangle}{\partial x}\right|_{x=\pm 1}=\left.\frac{\partial\langle q_2\rangle}{\partial x}\right|_{x=\pm 1}=0, \tag{3}$$

где угловые скобки обозначают статистическое усреднение с распределением (2). При этом условия (3) определяют дополнительные ограничения на параметры распределения (2) случайной величины ω_0, так как система может быть открытой для самих реализаций q_j $(j=1,2)$. Отметим, что предметом нашего рассмотрения являются именно статистически усредненные распределения концентрации $\langle q_j\rangle$ $(j=1,2)$, для которых никаким галилеевым преобразованием нельзя исключить зависимость от ω_i $(i=1,2)$ (см., в частности, систему (П.12), приведенную в Приложении), хотя сами реализации q_1, q_2, отвечающие фиксированным значениям ω_0, могут быть представлены в виде простых бегущих волн, нелинейно взаимодействующих между собой.

3. Используя введение безразмерных параметров, из (1) получаем

$$\begin{gathered}\frac{\partial u}{\partial t}+\omega_0\frac{\partial u}{\partial x}=k_3(w-\beta_1 u)\,w,\\ \frac{\partial w}{\partial t}+\omega_0\frac{\partial w}{\partial x}=k_3\,[\beta_2-w\,(1+\beta_1 u)],\end{gathered} \tag{4}$$

где

$$\beta_1=k_1/k_2,\quad \beta_2=\tilde{P}k_2/k_3^2,\quad u=q_1/q_0,\quad w=q_2/q_0,\quad q_0=k_3/k_2.$$

Система (4) имеет одно неотрицательное, стационарное однородное решение

$$u=u_0=w_0/\beta_1,\qquad w=w_0=(1/2)\left(\sqrt{1+4\beta_2}-1\right). \tag{5}$$

Рассмотрим устойчивость однородного состояния (5) относительно пространственно-неоднородных возмущений типа стоячих волн, учитывая стохастический характер гидродинамического перемешивания в системе случайным полем скорости с распределением (2) при граничных условиях (3).

При $u=u_0+u'$, $w=w_0+w'$, $w'=e^{\lambda t}\tilde{w}(x)$, $u'=e^{\lambda t}\tilde{u}(x)$ $(w'\ll w_0$, $u'\ll u_0)$ из (4) и (3) получаем

$$\frac{d\tilde{u}}{dx}=a_1\tilde{u}+a_2\tilde{w},\qquad \frac{d\tilde{w}}{dx}=a_3\tilde{u}+a_4\tilde{w}; \tag{6}$$

$$\left.\frac{d\langle\tilde{w}\rangle}{dx}\right|_{x=\pm 1}=\left.\frac{d\langle\tilde{u}\rangle}{dx}\right|_{x=\pm 1}=0, \tag{7}$$

где $a_1=-(\lambda+\beta_1 k_3 w_0)/\omega_0$, $a_2=k_3 w_0/\omega_0$, $a_3=-(\beta_1 k_3 w_0)/\omega_0$, $a_4=-[\lambda+k_3(1+w_0)]/\omega_0$. Величина λ определяется из условия разрешимости краевой задачи (6), (7), и, например, для случая нечетных по x

* Различие в рассматриваемых типах граничных условий не оказывает качественного влияния на вывод о возможности статистической неустойчивости однородного состояния системы (1) относительно малых неоднородных возмущений типа стоячих волн.

возмущений $\langle\tilde{u}(x)\rangle$, $\langle\tilde{w}(x)\rangle$ спектр ее значений имеет вид (вывод см. в Приложении)

$$\lambda=\lambda_n^{\pm}=\pm\frac{\omega_1\omega_2}{|\omega_1-\omega_2|}\left|\ln\frac{p_1\omega_1}{p_2\omega_2}\right|-k_3\left[1+w_0(1+\beta_1)\right]+i\pi\omega_1 n, \qquad (8)$$

где $\omega_1/\omega_2=2l/(2k-1)$, $n=0, \pm1, \pm2, \ldots$ (k и l — положительные целые числа, такие, что число $2l/(2k-1)$—целое).

Представление (8) получено при условии

$$w_0>\frac{1}{2\sqrt{\beta_1}-\beta_1+1}, \quad \beta_1\in[3-2\sqrt{2}; 3+2\sqrt{2}],$$
$$\frac{1}{\beta_1-1+2\sqrt{\beta_1}}<w_0<\frac{1}{\beta_1-2\sqrt{\beta_1}-1}, \quad \beta_1>3+2\sqrt{2} \quad (w_0>0) \qquad (9)$$

в пределе $\left|\dfrac{\omega_2}{\omega_1-\omega_2}\right|\left|\ln\dfrac{p_1\omega_2}{p_2\omega_1}\right|\gg 1$. Учитывая (8), получаем вблизи однородного состояния (5) следующие выражения для $\langle u\rangle$, $\langle w\rangle$:

$$\langle u\rangle=u_0+\langle\tilde{u}(x)\rangle f_1(\omega_1 t)\left[\exp(t\operatorname{Re}\lambda_n^{+})+\exp(t\operatorname{Re}\lambda_n^{-})\right],$$
$$\langle w\rangle=w_0+\langle\tilde{w}(x)\rangle f_2(\omega_1 t)\left[\exp(t\operatorname{Re}\lambda_n^{+})+\exp(t\operatorname{Re}\lambda_n^{-})\right], \qquad (10)$$

значения для $\langle\tilde{u}(x)\rangle$ и $\langle\tilde{w}(x)\rangle$ приведены в Приложении, а f_1 и f_2 — произвольные периодические (с периодом $1/\omega_1$) функции t, так как $f_j=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{jn}\exp(i\pi n\omega_1 t)$ ($j=1, 2$, c_{jn} — произвольные постоянные).

Для $\omega_1\omega_2>0$ в (10) $\operatorname{Re}\lambda_n^{-}<0$, а $\operatorname{Re}\lambda_n^{+}>0$ лишь при условии

$$\left|\frac{\omega_1(2k-1)}{2(l-k)+1}\ln\frac{p_1(2k-1)}{l(1-2p_1)}\right|>k_3\left[1+w_0(1+\beta_1)\right]. \qquad (11)$$

Таким образом, на фазовой плоскости переменных $\langle u\rangle$, $\langle w\rangle$ однородному решению (5) при условии (11) отвечает грубая особая точка типа неустойчивого фокуса. Для термодинамически равновесной системы (при отсутствии гидродинамических потоков, $\omega_1=\omega_2=0$) однородное состояние (5) при этом является асимптотически устойчивым, так как по условию задачи $k_3[1+w_0(1+\beta_1)]>0$. Это означает, что лишь для неравновесной системы при условии (11) (определяющем пороговое значение дисперсии случайного негауссова поля скорости) возможно возникновение упорядоченной неоднородной структуры тьюринговского типа, соответствующей предельному циклу на фазовой плоскости переменных $\langle u\rangle$, $\langle w\rangle$ (см. [1–3]). Статистическая неустойчивость состояния (5) реализуется лишь для распределения (2) с $\omega_1\neq\omega_2$ и невозможна вообще, например, для гауссова дельта-коррелированного во времени случайного поля скорости. Последнее обстоятельство доказывается в работе [7] на основе использования формулы Фуруцу—Новикова [15, 16]. Поэтому возможность образования упорядоченных структур тьюринговского типа за счет статистической неустойчивости состояния (5) существенно зависит от вида статистического режима случайного поля скорости, осуществляющего макроскопическое перемешивание в системе.

Важно иметь в виду, что особая точка, отвечающая однородному состоянию (5), является неустойчивым фокусом (при условии (11)) в двумерном фазовом пространстве статистически усредненных величин $\langle u\rangle$ и $\langle w\rangle$, а не самих u и w. Именно поэтому нет противоречия между полученным в работе результатом и известной теоремой Хануссе [3, 17], запрещающей существование особых точек такого типа для двухкомпонентных систем с квадратично-нелинейной кинетикой. Этим определяется существенное отличие рассматриваемого стохастического механизма неустойчивости от обычной диффузионной неустойчивости пространственно-однородного состояния. Таким образом, стохастический механизм образования упорядоченных неоднородных структур может быть более эффективным, чем диффузионный, так как бимолекулярные процессы с квадратично-нелинейной кинетикой являются наиболее вероятными и, соответственно, более распространенными в природе, чем, например, три молекулярные (см., в частности, известную модель «брюсселятора» [17]).

4. Рассмотрим теперь полученные выше общие выводы о возможности статистической неустойчивости однородного состояния системы (1) применительно к задаче о глобальном распределении CO в атмосфере. Для этого величину $\widetilde{P}$ в (1) будем определять из условия баланса $\widetilde{P}\simeq k(N=2)\,[CH_4]\,[OH]$ (так как реакция с метаном обеспечивает один из главных стоков OH), где концентрации $[CH_4]\simeq10^{13}$ $см^{-3}$ и $[OH]\simeq10^5$ $см^{-3}$ определяем из данных наблюдений [8] и расчетов [9]. При этом для $k_3\simeq10^{-5}$ c^{-1} получаем $\beta_1\simeq0{,}2T^{-1/6}\exp(778/T)$ и $\beta_2\simeq\simeq1{,}4\cdot10^3\exp(-2079/T)$, $T(K)$. Для таких β_1, β_2 условия статистической неустойчивости однородного состояния (9), (11) удовлетворяются во всем допустимом для атмосферы Земли интервале температур T при $\omega_1\simeq10^{-7}$ c^{-1} (т. е. $v_0\simeq1$ $м/с$) и $\omega_1/\omega_2=2$ (для $p_1\to0$, $p_1\neq0$); что соответствует характерным средним скоростям меридионального переноса в верхней и нижней частях тропосферы [14].

Рассматриваемая система (1) представляет, конечно, весьма упрощенную схему цикла CO в атмосфере. Поэтому приведенные выше выводы имеют в основном качественный характер. Отметим, однако, что увеличение порядка системы (при более полном рассмотрении цикла CO) может только дополнительно способствовать возможности возникновения неоднородных структур в глобальном распределении статистически усредненной концентрации CO за счет механизма, рассмотренного в данной работе.

Кроме того, оценка характерного времени установления контраста концентрации в распределении CO, отвечающего данным наблюдений ($\simeq1/5$) [8], дает величину порядка одного месяца, что соответствует наблюдаемым (см. [8]) характерным временам сезонных вариаций содержания CO в атмосфере.

Выражаю благодарность А. М. Яглому за внимание к работе и ценные советы, а также А. С. Михайлову и Л. Н. Юрганову за полезные обсуждения рассмотренных в этой статье вопросов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Представим решение системы (6) в виде

$$\tilde{u}=e^{rx}(C_1\cos bx+C_2\sin bx),$$

$$\tilde{w}=e^{rx}\left[\frac{(a_4-a_1)}{2a_2}(C_1\cos bx+C_2\sin bx)+\frac{b}{a_2}(C_2\cos bx-C_1\sin bx)\right], \tag{П.1}$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные интегрирования, $r=(a_1+a_4)/2$, $b=[-a_2a_3-(a_1-a_4)^2/4]^{1/2}$. Усреденение (П.1) с распределением (2) приводит к (при C_1, C_2, не зависящих от ω_0)

$$\langle\tilde{u}(x)\rangle=(\alpha_1\cos b_1x+\alpha_2\sin b_1x)\operatorname{ch}r_1x+(\alpha_3\cos b_2x+\alpha_4\sin b_2x)\operatorname{ch}r_2x, \tag{П.2}$$

$$\langle\tilde{w}(x)\rangle=\frac{a_4-a_1}{2a_2}\langle\tilde{u}(x)\rangle+(b/|a_2|)\,[(\alpha_2\cos b_1x-\alpha_1\sin b_1x)\operatorname{sh}r_1x+$$

$$+(\alpha_4\cos b_2x-\alpha_3\sin b_2x)\operatorname{sh}r_2x],$$

где $\alpha_1=2p_1C_1$, $\alpha_2=2p_1C_2$, $\alpha_3=2p_2C_1$, $\alpha_4=2p_2C_2$, $r_j=r|_{\omega_0=\omega_j}$, $b_j=b|_{\omega_0=\omega_j}$ $j=1,2)$.

Из (П.2) и граничных условий (3) получаем однородную систему уравнений для α_j ($j=1,2,3,4$) четвертого порядка. Условием ее разрешимости для случая нечетных по x возмущений $\langle\tilde{u}(x)\rangle$, $\langle\tilde{w}(x)\rangle$ (т. е. для $\alpha_1=\alpha_3=0$) является уравнение

$$\sin b_2\cos b_1\operatorname{sh}r_2\operatorname{ch}r_1=\sin b_1\cos b_2\operatorname{sh}r_1\operatorname{ch}r_2. \tag{П.3}$$

Кроме того, учитывая, что $\alpha_2/\alpha_4=p_1/p_2$ и $p_1+p_2=1/2$ (см. (2)), из этой однородной системы уравнений получаем соотношение (следующее из равенства $\alpha_2g_2+\alpha_4g_4=0$)

$$p_1=(2(1-g))^{-1}, \tag{П.4}$$

где

$$g=\frac{g_2}{g_4}=\frac{r_1\operatorname{sh}r_1\sin b_1+b_1\cos b_1\operatorname{ch}r_1}{r_2\operatorname{sh}r_2\sin b_2+b_2\cos b_2\operatorname{ch}r_2}.$$

При этом требование $0<p_1<1/2$ приводит к дополнительному ограничению на значения параметров системы, т. е. $g<0$. Приведенные условия ((П.3), (П.4), $g<0$) определяют величину λ (и соответственно статистическую устойчивость однородного состояния) для произвольных двухкомпонентных систем, так как они не учитывают специфики химической кинетики системы (1).

Условиям (П.3) и $g<0$ удовлетворяют, например, два набора решений

$$b_1=\pi\tilde{n},\quad b_2=\pi\tilde{m}; \tag{П.5}$$

$$b_1=\frac{\pi}{2}+\pi\tilde{n},\quad b_2=\frac{\pi}{2}+\pi\tilde{m}, \tag{П.6}$$

где $\tilde{m}=2l$, $\tilde{n}=2k-1$ ($k=1,2,\ldots$; $l=1,2,\ldots$). При этом вещественность величин b_1 и b_2 приводит к необходимости выполнения неравенств (9), приведенных в основном тексте. В частности, для решения (П.5) условие (П.3) выполняется тождественно, а из (П.4) нетрудно получить уравнение

$$\frac{\delta\operatorname{ch}r_1\delta}{\operatorname{ch}r_1}=\frac{p_1}{1/2-p_1}, \tag{П.7}$$

где $\delta=\dfrac{\omega_1}{\omega_2}=\dfrac{2l}{2k-1}=\dfrac{b_2}{b_1}$. Будем искать решение (П.7) относительно

$r_1 = \frac{\lambda}{\omega_1} + \frac{k_3}{\omega_1}[1+w_0(1+\beta_1)]$ в виде $r_1 = z+iy$. Тогда из (П.7) получаем систему

$$\operatorname{ch} z\delta \cos y\delta = \gamma \operatorname{ch} z \cos y; \tag{П.8}$$

$$\operatorname{sh} z\delta \sin y\delta = \gamma \operatorname{sh} z \sin y, \tag{П.9}$$

где $\gamma = \frac{p_1}{\delta(1/2 - p_1)}$. При $y = 2\pi n$ и $y\delta = 2\pi m$ (где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, а $m = \frac{2l}{2k-1} n$; при этом l и k могут принимать лишь те значения натурального ряда $(1, 2, \ldots)$, при которых величина m также является целым числом) уравнение (П.9) удовлетворяется тождественно, а из (П.8) следует уравнение

$$\operatorname{ch} z\delta = \gamma \operatorname{ch} z. \tag{П.10}$$

При $|z| \gg 1$ из (П.10) следует $z \simeq 1/(\delta - 1) \ln \gamma$, а соответствующее представление для λ имеет вид (8).

В случае четных возмущений ($\alpha_2 = \alpha_4 = 0$, т. е. $C_2 = 0$) вместо (П.3) получаем уравнение

$$\sin b_2 \cos b_1 \operatorname{ch} r_2 \operatorname{sh} r_1 = \sin b_1 \cos b_2 \operatorname{ch} r_1 \operatorname{sh} r_2, \tag{П.11}$$

а вместо (П.4) — уравнение с

$$g = \frac{g_1}{g_3} = \frac{r_1 \operatorname{sh} r_1 \cos b_1 - b_1 \operatorname{ch} r_1 \sin b_1}{r_2 \operatorname{sh} r_1 \cos b_2 - b_2 \operatorname{ch} r_2 \sin b_2},$$

следующее из равенства $\alpha_1 g_1 + \alpha_3 g_3 = 0$.

В остальном рассмотрение может быть проведено так же, как и для нечетных возмущений.

2. В случае граничных условий Дирихле, $\langle \tilde{w} \rangle|_{x=\pm 1} = \langle \tilde{u} \rangle|_{x=\pm 1} = 0$, условие разрешимости однородной системы уравнений для α_j ($j = 1, 2, 3, 4$) и нечетных возмущений ($\alpha_1 = \alpha_3 = 0$) совпадает с (П.11), но при $g = \operatorname{ch} r_1 \sin b_1 / \operatorname{ch} r_2 \sin b_2$, а в случае четных возмущений ($\alpha_2 = \alpha_4 = 0$) — с (П.3), но при $g = \operatorname{ch} r_1 \cos b_1 / \operatorname{ch} r_2 \cos b_2$.

3. Для того, чтобы проиллюстрировать высказанное в основном тексте утверждение о невозможности исключения (никаким галилеевым преобразованием) зависимости $\langle u \rangle$ и $\langle w \rangle$ от ω_j ($j = 1, 2$), рассмотрим, для простоты, случай $p_2 = 0$. После линеаризации системы (4) вблизи состояния (5) и статистического усреднения линеаризованной системы с распределением (2) при $p_2 = 0$ получаем

$$\frac{\partial y_1}{\partial t} + \frac{\partial y_3}{\partial x} = \tilde{a}_1 y_1 + \tilde{a}_2 y_2, \quad \frac{\partial y_2}{\partial t} + \frac{\partial y_4}{\partial x} = \tilde{a}_3 y_1 + \tilde{a}_4 y_2,$$

$$\frac{\partial y_3}{\partial t} + \omega_1^2 \frac{\partial y_1}{\partial x} = \tilde{a}_1 y_3 + \tilde{a}_2 y_4, \quad \frac{\partial y_4}{\partial t} + \omega_1^2 \frac{\partial y_2}{\partial x} = \tilde{a}_3 y_3 + \tilde{a}_4 y_4, \tag{П.12}$$

где $y_1 = \langle u' \rangle$, $y_2 = \langle w' \rangle$, $y_3 = \langle \omega_0 u' \rangle$, $y_4 = \langle \omega_0 w' \rangle$, $\tilde{a}_1 = -\beta_1 k_3 w_0$, $\tilde{a}_2 = k_3 w_0$, $\tilde{a}_3 = \tilde{a}_1$, $\tilde{a}_4 = -k_3(1 + w_0)$. При выводе системы (П.12) необходимо учитывать, что для распределения (2) с $p_2 = 0$ справедливы соотношения

$\langle u'/\omega_0\rangle=\omega_1^{-2}\langle\omega_0 u'\rangle$, $\langle w'/\omega_0\rangle=\omega_1^{-2}\langle\omega_0 w'\rangle$, которые элементарно доказываются. Из вида системы (П.12) непосредственно следует справедливость высказанного утверждения. Отметим, что система (П.12) представляет собой пример замкнутого статистического описания в случае негауссова статистического режима случайного поля скорости. Кроме того, из (П.12) видно, что даже для линейных (по u' и w') систем введение статистического описания может быть эквивалентным эффективному увеличению порядка системы. Последнее обстоятельство дополнительно поясняет отсутствие противоречия между полученным в работе результатом и теоремой Хануссе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольперт А. И., Иванова А. Н. — В сб.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 33.
2. Белинцев Б. Н. — УФН, 1983, **141**, вып. 1, с. 55.
3. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. — М.: Мир, 1983. — 397 с.
4. Новиков Е. А. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1976, **12**, № 7, с. 755.
5. Новиков Е. А., Чефранов С. Г. Препринт ИФА АН СССР. — М., 1978.
6. Чефранов С. Г. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1985, **21** № 10, с. 1026.
7. Чефранов С. Г. — Астрон. журн. (в печати).
8. Dianov-Klokov V. I., Yurganov L. N. — Tellus, 1981, 33, p. 262, Препринт ИФА АН СССР. — М., 1979.
9. Wofsy S. C. — Ann. Rev. Earth Planet. Sci., 1976, **4**, p. 441.
10. Hameed S., Stewart R. W. — Geophys. Res. Lett., 1979, **6**, p. 841.
11. Островский Л. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1961, **4**, № 5, с. 955.
12. Климонтович Ю. Л. — ЖЭТФ, 1965, **48**, с. 488.
13. Пелиновский Е. Н., Рабинович М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 9, с. 1373.
14. Newell R. E., Vincent D. G., Kidson J. N. — Tellus, 1969, **21**, p. 641.
15. Furutsu K. — J. Res. NBS, 1963, **67-D**, p. 303.
16. Новиков Е. А. — ЖЭТФ, 1964, **47**, с. 1919.
17. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. — М.: Мир, 1979.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
24 июля 1984 г.

ON THE THEORY OF A LARGE SCALE TURBULENT TRANSPORT OF CHEMICALLY ACTIVE POLLUTIONS

S. G. Chefranov

It is shown that statistical instability of a spatially homogeneous state produced by a large scale turbulent mixing of chemically active pollutions can generate regular structures of the Turing type. The threshold values are obtained for the variance of random non-Gaussian velocity field. When exceeding the threshold values, the statistical instability takes place even in a two-component system with a quadratically nonlinear kinetics. The possibility of the formation of large scale spatial inhomogeneities in concentration distributions for chemically active atmospheric pollutions generated by the above mechanism is considered.