

$$|b_j(n)| < C_j \exp(-a_1 n^{\alpha_1}), \quad (2)$$

где  $C_j$  — константа, зависящая только от  $f(x)$ ,  $a_1 > 0$  и зависит от параметров системы,  $0 < \alpha_1 < 1$ .

Используя развитую в [3] технику, можно показать, что флуктуации временных средних (1) имеют при больших временах гауссово распределение и для фазовых функций, заданных на всей области притяжения аттрактора  $\Omega_z$  системы с дискретным временем, а не только на нем самом.

По инвариантной мере  $\nu$  системы с дискретным временем однозначно восстанавливается мера  $\mu$  на аттракторе  $\Omega$  полной системы, инвариантная относительно фазового потока  $\{S^t\}$ . Плотность меры  $\mu$  в точке  $y$  аттрактора  $\Omega$  имеет вид  $d\mu(y) = \langle \tau(x) \rangle^{-1} \langle v(y) \rangle^{-1} dv(x)$ , где  $x$  — ближайшая к  $y$  точка ее отрицательной полутраектории, принадлежащая  $\Omega_z$ ,  $\tau(x)$  — время, за которое траектория, выходящая из  $x$ , впервые возвращается в  $\Omega_z$ ,  $v(y)$  — скорость движения по траектории системы в точке  $y$ ,  $\langle \tau(x) \rangle = \int_{\Omega_z} \tau(x) dv$ .

Из эргодичности системы с дискретным временем вытекает, что и соответствующая система с непрерывным временем тоже является эргодической. Вопрос о том, что происходит при таком переходе со свойством перемешивания, является значительно более тонким. Например, если время возвращения  $\tau(x)$  принимает счетное число находящихся в резонансе значений, то в спектре системы с непрерывным временем имеется дискретная компонента. Таким образом, временные корреляции в ней вообще не затухают.

Предположим, что система Лоренца с непрерывным временем является перемешивающей. (Результаты многочисленных работ, посвященных численному моделированию этой системы, подтверждают справедливость такого предположения. Отметим, однако, что надежно проверить его только с помощью численного счета нельзя, так как любую динамическую систему можно сделать перемешивающей, немного изменив скорость движения по ее траекториям.) Тогда для ограниченной непрерывной функции  $g(y)$ , заданной на аттракторе Лоренца  $\Omega$ , имеет место следующая оценка корреляций  $g(y) = g(x)$ :

$$|b_g(t)| = \left| \int_{\Omega} g(S^t y) g(y) d\mu - \left( \int_{\Omega} g(y) d\mu \right)^2 \right| < C_g \exp(-a_2 t^{\alpha_2}), \quad (3)$$

где  $C_g$  зависит только от  $g(y)$ ,  $a_2 > 0$  — от параметров системы Лоренца,  $0 < \alpha_2 < \min\{\alpha_1, \operatorname{Re} \lambda\}$ ,  $\lambda$  — лежащий в правой полуплоскости корень характеристического уравнения в нуле. (Время возвращения на секущую точек, близких к устойчивой сепаратрисе нуля, может быть как угодно большим.) Утверждение о гауссовости распределения флуктуаций средних по траекториям для системы Лоренца с непрерывным временем также остается в силе.

В заключение сделаем одно замечание общего характера. При изучении такого тонкого свойства, как скорость убывания корреляций, необходимо предварительное теоретическое исследование, задача которого — определить аналитический вид асимптотики корреляционных функций. На ЭВМ должны затем вычисляться только значения соответствующих констант. В частности, интересно было бы получить численные оценки показателей  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  в (2), (3) и исследовать их вариации при изменении параметров системы Лоренца.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Синай Я. Г. — В сб.: Нелинейные волны. / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. — М.: Наука, 1979, с. 192.
2. Бунимович Л. А., Синай Я. Г. — В сб.: Нелинейные волны. / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. — М.: Наука, 1979, с. 212.
3. Вунимович Л. А. — In: Nonlinear Dynamics and Turbulence. / Ed. by G. I. Barenblatt et al. — London: Pitman, 1983, p. 71.
4. Афраймович В. С., Быков В. В., Шильников Л. П. — ДАН СССР, 1977, 234, № 2, с. 336.
5. Sinai Ya. G., Vul E. V. — Physica, 1980, 2D, № 1, p. 7.

Институт океанологии  
АН СССР

Поступила в редакцию  
24 апреля 1985 г.

УДК 621.371

### О ВЛИЯНИИ ТЕНЕЙ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗОБРАЖЕНИЯ СЛУЧАЙНО-НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

М. Л. Белов, В. М. Орлов

Влияние затенений одних элементов поверхности другими на статистические характеристики интенсивности поля, рассеянного случайно-неровной поверхностью, рас-

считывалось в [1, 2]. В данном сообщении исследуются статистические характеристики интенсивности излучения в плоскости изображения приемной линзы при наблюдении случайно-неровной поверхности.

Пусть оптическая ось приемной линзы ориентирована в направлении случайно-неровной поверхности и перпендикулярна плоскости  $z=0$  (средней плоскости случайно-неровной поверхности).

Используя приближение Кирхгофа для поля  $U(R)$ , однократно рассеянного случайно-неровной поверхностью  $S$ , считая, что источник и точка наблюдения (где находится приемник) находятся в волновой зоне относительно поверхности, и переходя от интегрирования по случайной поверхности  $S$  к интегрированию по ее проекции  $S_0$  на плоскость  $z=0$ , имеем [4]

$$U(R) \approx \frac{1}{4\pi i R_{02}} \int_{S_0} V(r) \eta(\alpha, r) U_0(r) \exp(ikR_1 - ikz_z^*(r)) (q_z - q\gamma(r)) dr. \quad (1)$$

где  $q \approx -k(\nabla R_1 + \nabla R_2)$ ,  $R_1 = |R - r|$ ,  $R_2 = |r - R_0|$ ,  $R_0$  — радиус-вектор точки источника,  $k=2\pi/\lambda$  — волновое число,  $U_0(r)$  — поле излучения, падающее на поверхность в точке  $r$  (в отсутствие затенений);  $\eta(\alpha, r)$  — ступенчатая функция, определяющая ослабление поля из-за затенений,  $\eta(\alpha, r) = 1$ , если точка  $r$  поверхности освещена падающим под углом  $\alpha$  излучением, и  $\eta(\alpha, r) = 0$  — в противном случае (затенения со стороны приемника считаются несущественными в данной схеме наблюдения);  $z = z^*(r)$  — случайная высота поверхности  $S$  в точке  $r$ ;  $\gamma(r) = \nabla z^*(r)$  — вектор случайных наклонов поверхности  $S$ ;  $\beta_z$  — косинус угла приема излучения, в данной схеме наблюдения равный  $\beta_z = 1$ ;  $V(r)$  — коэффициент отражения (по предположению  $V(r) \equiv V$ );  $R_{02}$  — расстояние от точки наблюдения до центра сектора обзора приемника на поверхности  $S_0$  (точки пересечения оптической оси приемника с поверхностью  $S_0$ ).

Пусть на поверхность падает некогерентное излучение, тогда

$$\overline{U_0(R + (1/2)\rho) U_0^*(R - (1/2)\rho)} = I_0(R) \delta(\rho), \quad (2)$$

где  $I_0(R) = \overline{U_0(R) U_0^*(R)}$ , для пространственно однородного излучения  $I_0(R) = I_0$ , черта сверху означает высокочастотное усреднение за время, много большее времени когерентности излучения.

Умножая (1) на комплексно-сопряженное выражение, используя формулу Дебая в параксиальном приближении [3] и формулу (2), получим следующее выражение для интенсивности излучения в плоскости изображения приемной линзы (в случае, если элемент разрешения оптической приемной системы на поверхности  $S_0$  много меньше масштаба изменения  $\gamma(r)$ ).

$$I(R_{II}) \approx \frac{V^2 a I_0 \pi}{4 R_{02}^2 C} [q_z - q\gamma(R_0)]^2 \gamma(\alpha, R_{II}), \quad (3)$$

где

$$a = \frac{r_{II}^2}{\lambda^2 F^2 4\mu}, \quad C = \frac{k^2}{4R_{02}^2 \mu}, \quad \mu = \frac{1}{4r_{II}^2} + \frac{k^2 r_{II}^2}{4R_{02}^2} \left(1 - \frac{\Delta R_{02}}{F^2}\right)^2,$$

$F, \Delta$  — фокусное расстояние и сдвиг плоскости изображения относительно фокальной плоскости приемной линзы,  $r_{II}$  — эффективный размер приемной апертуры,  $R_{II}$  — вектор в плоскости изображения приемной линзы,  $R_0$  — вектор в плоскости  $z=0$ ,  $R$  связан с  $R_{II}$  соотношением  $R_0 = R_{II} \frac{R_{02}}{F}$ .

Найдем, используя (3), взаимно корреляционную функцию интенсивности изображения, где затенения случайно-неровной поверхности существенны, и изображения, где затенений нет. Ограничиваясь случаем, когда освещение поверхности и прием происходят в одной плоскости  $XOZ$ , имеем

$$\begin{aligned} K(R_{II}, R'_{II}) &= \langle I^\psi(R_{II}) I^\chi(R'_{II}) \rangle \langle I^\psi(R_{II}) \rangle \langle I^\chi(R'_{II}) \rangle \approx \left[ \frac{I_0 \pi V^2 a}{4 R_{02}^2 C} \right]^2 \times \\ &\times \left( -2 q_z^\psi q_x^\psi \right) \left[ (q_z^\chi)^2 \langle \gamma(\gamma, R_0) \gamma_x(R'_0) \rangle - 2 q_z^\chi q_x^\chi \langle \gamma(\gamma, R_0) \gamma_r(R_0) \gamma_x(R'_0) \rangle + \right. \\ &\left. + (q_x^\chi)^2 \langle \gamma(\gamma, R_0) \gamma_x^2(R_0) \gamma_x(R'_0) \rangle \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $I^\psi(R_{II})$  — интенсивность излучения в изображении, полученном при освещении поверхности под углом  $\psi$ , когда затенения несущественны (характеризуется параметрами  $q_z^\psi, q_x^\psi$ ),  $I^\chi(R_{II})$  — интенсивность излучения в изображении с тенями, полу-

Ченном при освещении поверхности под углом  $\chi$  (характеризуется параметрами  $q_x^2$ ,  $q_x^2$ ,  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по ансамблю поверхностей).

Для вычисления  $K(R_{II}, R'_{II})$  необходимо найти среднее значение

$$\langle \gamma_r(R') F[\gamma_x(R)] \rangle_{\gamma}, \quad (5)$$

где  $F[\gamma]$  — функционал,  $\langle \dots \rangle_{\gamma}$  — усреднение по всем возможным значениям  $\gamma$ .

Обычно полагают, что  $\gamma$  — гауссов случайный процесс со средним значением, равным нулю [1]. Тогда среднее значение (5) можно вычислить по следующей формуле [4]:

$$\langle \gamma_x(R') F[\gamma_x(R)] \rangle_{\gamma} = \int d\tau \langle \gamma_x(R') \gamma_x(\tau) \rangle_{\gamma} \left\langle \frac{\delta F[\gamma_x(R)]}{\delta \gamma_x(\tau)} \right\rangle_{\gamma}, \quad (6)$$

где  $\frac{\delta F[\gamma]}{\delta \gamma}$  — вариационная производная функционала  $F[\gamma]$ .

Используя (6) и считая, что высота случайно-неровной поверхности  $\zeta(R)$  распределена по нормальному закону, получим из (4) следующую формулу для взаимно корреляционной функции  $K(R_{II}, R'_{II})$  (в частном случае слабых затенений

на изображении  $I^{\chi}(R'_{II})$ :

$$K(R_{II}, R'_{II}) \simeq K^{\tau} \left[ \frac{I_0 \pi V^2 a}{4R_{0x}^2 C} \right]^2 \times \langle 4q_x^2 q_x^2 q_x^2 q_x^2 \rangle_{\gamma} \langle \gamma_x(R_{II}) \gamma_x(R'_{II}) \rangle, \quad (7)$$

где

$$K^{\tau} =$$

$$= \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\text{tg}^2 \chi}{2\gamma_{0x}^2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\text{tg} \chi}{\gamma_{0x}} f(\chi) \right],$$

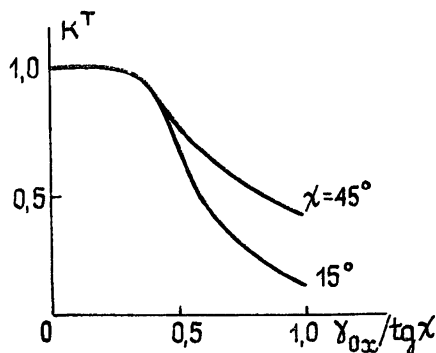


Рис. 1.

$$\gamma_{0x}^2 = \langle \gamma_x^2 \rangle_{\gamma}, \quad f(\chi) = 1 + \frac{1}{2} \frac{\sin \chi + 1}{\sin \chi} + \frac{1}{2} \frac{\sin \chi}{\sin \chi + 1}.$$

Анализ (7) показывает, что затенения на одном из изображений уменьшают значение взаимно корреляционной функции, не изменяя ее формы. Уменьшение значений взаимно корреляционной функции из-за влияния затенений описывается множителем  $K^{\tau}$ . На рис. 1 показан характер изменения  $K^{\tau}$  в зависимости от угла  $\chi$ . Как видно из рисунка,  $K^{\tau}$  может существенно отличаться от единицы в области, где величина  $\text{tg} \chi$  сравнима с  $\gamma_{0x}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности — М.: Наука, 1972. — 424 с.
- 2 Белоусов С. Н., Якушкин Н. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 11, с. 1375.
- 3 Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1975 — 169 с.
- 4 Клячкин В. И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами — М.: Наука, 1975. — 239 с.

Поступила в редакцию  
17 декабря 1984 г

УДК 621.396.677

### ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА И ПОМЕХ В АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РИШЕТКЕ

А. С. Попов, А. Н. Забродин, В. М. Щекотихин

Различные неоднородности среды, обусловленные, например, турбулентностью атмосферы или другими причинами, порождающими многолучевость, вызывают случайные амплитудно-фазовые искажения фронта электромагнитной волны, распростра-