ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVIII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1985

УДК 621.371.162

ТЕНЗОР ЭФФЕКТИВНОГО ИМПЕДАНСА СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ИМПЕДАНСНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. С Брюховецкий, И. М. Фукс

В приближении теории малых возмущений определены характеристики отражения плоских электромагнитных волн от статистически неровной импедансной поверхности с неизотропным спектром неровностей. Вычислен тензор эффективного импеданса, фурье-амплитуда флуктуаций рассеянного поля, полные удельные сечения рассеяния горизонтально и вертикально поляризованного излучения. Указаны условия существования поверхностных волн

Знание эффективных коэффициентов отражения плоских волн от статистически неровной поверхности является необходимым для расчетов в рамках определенных теоретических моделей как среднего (когерентного) поля, так и его флуктуаций.

В существующих исследованиях основное внимание уделено случаям, при которых не возникает деполяризации когерентного поля, рассеянного как идеально проводящей, так и импедансной шероховатой поверхностью [1–5].

В работе [6] рассмотрен более общий случай идеально проводящей рассеивающей поверхности с неизотропным спектром неровностей, приводящих к деполяризации рассеянного поля. При достаточно крутых углах падения рассеяния идеально проводящей поверхностью может служить нулевым приближением для расчета характеристик рассеяния достаточно хорошо проводящей импедансной поверхности. Однако в области малых углов скольжения предельный переход от конечной к идеальной проводимости является неравномерным. Это обстоятельство требует учета конечной проводимости при малых углах скольжения в исходных граничных условиях.

Целью настоящей работы является определение в приближении теории малых возмущений характеристик отражения плоских электромагнитных волн от статистически неровной импедансной поверхности в общем случае неизотропного спектра неровностей.

Граничные условия Леонтовича для электрического $\boldsymbol{E}$ и магнитного $\boldsymbol{H}$ полей на статистически неровной поверхности $z=\zeta(\boldsymbol{r})$ $(\boldsymbol{r}=\{x, y\})$ с поверхностным импедансом η_0 имеют вид

$$[\boldsymbol{N}\boldsymbol{E}] = \eta_0 [\boldsymbol{N} [\boldsymbol{N}\boldsymbol{H}]] \quad \text{при} \quad z=\zeta(\boldsymbol{r}), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{N}$ — единичный вектор нормали:

$$\boldsymbol{N} = (\boldsymbol{i}_z - \gamma_\zeta)/\sqrt{1+\gamma_\zeta^2}, \quad \gamma_\zeta = \Delta_r \zeta(\boldsymbol{r}),$$

$\boldsymbol{i}_z$ — орт в направлении оси z, являющийся нормалью к среднему значению $z=0$ случайной поверхности $\zeta(\boldsymbol{r})$, $\Delta_r = \left\{\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}\right\}$.

Умножим (1) векторно на $\boldsymbol{N}$ и разложим входящие в (1) функции $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\zeta)$, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},\zeta)$ и $\boldsymbol{N}(\gamma_\zeta)$ в ряд по степеням ζ и γ_ζ с точностью до квадратичных членов. Этим самым осуществляется переход от граничного условия (1) на поверхности $z=\zeta(\boldsymbol{r})$ к граничному условию на плоскости $z=0$:

$$\boldsymbol{E}_\perp+\zeta\frac{\partial \boldsymbol{E}_\perp}{\partial z}+\frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_\perp}{\partial z^2}+\gamma_\zeta\left(E_z+\zeta\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)=$$
$$=\eta_0\left\{\left[\boldsymbol{i}_z,\boldsymbol{H}_\perp+\zeta\frac{\partial \boldsymbol{H}_\perp}{\partial z}+\frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}_\perp}{\partial z^2}\right]+[\boldsymbol{i}_z,\gamma_\zeta]\times\right. \tag{2}$$
$$\left.\left.\times\left(H_z+\zeta\frac{\partial H_z}{\partial z}-\boldsymbol{H}_\perp\gamma_\zeta\right)+\frac{1}{2}\gamma_\zeta^2[\boldsymbol{i}_z,\boldsymbol{H}_\perp]\right\}\right|_{z=0}.$$

Здесь индекс $\perp$ означает проекцию вектора на плоскость $z=0$, например,

$$\boldsymbol{E}_\perp=\boldsymbol{E}-\boldsymbol{i}_z(\boldsymbol{i}_z\boldsymbol{E})=-[\boldsymbol{i}_z[\boldsymbol{i}_z\boldsymbol{E}]] \quad \text{и т. д.}$$

Отметим, что в случае идеально проводящей поверхности ($\eta_0=0$), рассмотренном ранее в [6], в граничных условиях (2) достаточно было ограничиться только линейными членами по ζ и γ_ζ. При конечном же импедансе, как показывают дальнейшие вычисления, отброшенные члены, вообще говоря, нельзя считать малыми. Более того, при скользящем распространении они оказываются определяющими. По этой же причине нельзя отбросить слагаемые $\eta_0\zeta^2$ и $\eta_0\gamma_\zeta^2$: при углах падения θ_0, близких к прямому, η_0 следует сравнивать не с единицей, а с $\cos\theta_0$.

Обозначим усреднение по ансамблю реализаций $\zeta(\boldsymbol{r})$ косыми скобками $\langle\ldots\rangle$, а случайные поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ представим в виде суммы:

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{\mathcal{E}}+\boldsymbol{e},\quad \boldsymbol{H}=\mathbf{H}+\boldsymbol{h},$$

где $\boldsymbol{\mathcal{E}}=\langle\boldsymbol{E}\rangle$, $\mathbf{H}=\langle\boldsymbol{H}\rangle$ — когерентные составляющие, а $\boldsymbol{e},\boldsymbol{h}$ — флуктуационные поля. Усредним граничное условие (2) и затем вычтем из неусредненного. В результате получаем систему двух связанных граничных условий для средних (когерентных) и флуктуационных полей на плоскости $z=0$:

$$-\boldsymbol{\mathcal{E}}_\perp-\frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2\boldsymbol{\mathcal{E}}_\perp}{\partial z^2}+\eta_0\left\{[\boldsymbol{i}_z,\mathbf{H}_\perp]\left(1+\frac{1}{2}\gamma_0^2\right)+\frac{1}{2}\sigma^2\left[\boldsymbol{i}_z,\frac{\partial^2\mathbf{H}_\perp}{\partial z^2}\right]-\right. \tag{3а}$$
$$\left.-\langle[\boldsymbol{i}_z,\gamma_\zeta](\mathbf{H}_\perp\gamma_\zeta)\rangle\right\}=\left\langle\zeta\frac{\partial\boldsymbol{e}_\perp}{\partial z}+\gamma_\zeta e_z-\eta_0\left\{\zeta\left[\boldsymbol{i}_z,\frac{\partial\boldsymbol{h}_\perp}{\partial z}\right]+[\boldsymbol{i}_z,\gamma_\zeta]h_z\right\}\right\rangle;$$

$$-\boldsymbol{e}_\perp+\eta_0[\boldsymbol{i}_z,\boldsymbol{h}_\perp]=\zeta\frac{\partial\boldsymbol{\mathcal{E}}_\perp}{\partial z}+\gamma_\zeta\mathcal{E}_z-\eta_0\left\{\left[\boldsymbol{i}_z,\frac{\partial\mathbf{H}_\perp}{\partial z}\right]+[\boldsymbol{i}_z,\gamma_\zeta]\mathbf{H}_z\right\}. \tag{3б}$$

Здесь введены обозначения для дисперсий высот шероховатостей $\langle\zeta^2\rangle=\sigma^2$ и дисперсии наклонов $\langle\gamma_\zeta^2\rangle=\gamma_0^2$, а также учтено, что для пространственно-однородного случайного поля $\zeta(\boldsymbol{r})$ и $\gamma_\zeta(\boldsymbol{r})$ не коррелируют при совпадающих аргументах: $\langle\zeta(\boldsymbol{r})\gamma_\zeta(\boldsymbol{r})\rangle=0$. Кроме того, считая $\boldsymbol{e}$ и $\boldsymbol{h}$ величинами первого порядка малости по параметрам ζ и γ_ζ, мы пренебрегли членами $\zeta\boldsymbol{e}-\langle\zeta\boldsymbol{e}\rangle$ как величинами, по крайней мере, третьего порядка малости.

Предполагая в дальнейшем зависимость волновых полей от времени гармонической ($\sim e^{-i\omega t}$), перейдем в (3а), (3б) к пространственным фурье-компонентам:

$$\mathcal{E}(r, z) = E(k, z)\, e^{ikr}, \quad \mathrm{H}(r, z) = H(k, z)\, e^{ikr},$$

$$e(r, z) = \int d^2 \varkappa\, \tilde{e}(\varkappa)\, e^{i(\varkappa r + \varkappa_z z)},$$

$$h(r, z) = \int d^2 \varkappa\, \tilde{h}(\varkappa)\, e^{i(\varkappa r + \varkappa_z z)},$$

$$\zeta(r) = \int d^2 \varkappa\, \tilde{\zeta}(\varkappa)\, e^{i\varkappa r},$$

где k и $\varkappa$ — векторы в плоскости $z=0$, $\varkappa_z = \sqrt{k_0^2 - \varkappa^2}$ $(\mathrm{Im}\, \varkappa_z \geqslant 0)$, $k_0 = \omega/c$ — волновое электромагнитное число.

Выразив h через e с помощью уравнений Максвелла из (3б), получаем формулы для определения $\tilde{e}(\varkappa)$:

$$\tilde{e}_\perp(\varkappa) = \left\{ -\frac{k_0 \tilde{b}}{k_0 + \varkappa_z \eta_0} + \eta_0 \frac{\varkappa(\varkappa \tilde{b})}{(\varkappa_z + k_0 \eta_0)(k_0 + \varkappa_z \eta_0)} \right\} \tilde{\zeta}(\varkappa - k),$$

$$\tilde{e}_z(\varkappa) = \frac{(\varkappa \tilde{b})}{\varkappa_z + k_0 \eta_0} \tilde{\zeta}(\varkappa - k). \tag{4}$$

Вектор $\tilde{b}$ представляется при этом в виде суммы $\tilde{b} = \sum_{i=1}^{4} \tilde{b}_i$,

где

$$\tilde{b}_1 = iE_z(\varkappa - k), \quad \tilde{b}_2 = -\frac{i}{k_0} \{[i_z, k](kH) + k_z^2 [i_z H]\},$$

$$\tilde{b}_3 = \frac{i\eta_0}{k_0} \{k(kE) + k_z^2 E_\perp\}, \quad \tilde{b}_4 = -i\eta_0 [i_z, \varkappa - k](i_z H).$$

В этих формулах $E = E(k, 0)$, $H = H(k, 0)$, а $k_z = \sqrt{k_0^2 - k^2}$.

Подставляя выражения (4) для $\tilde{e}$ (и аналогичные выражения для $\tilde{h}$) в правую часть (3а), получаем связь между тангенциальными компонентами $E_\perp$ и $H_\perp$ на плоскости $z=0$:

$$A_{\alpha\beta} E_{\perp\beta} = B_{\alpha\beta} [i_z, H_\perp]_\beta, \tag{5}$$

a_β означает проекцию вектора a на ось β, α и β пробегают значения x и y, а тензоры $A_{\alpha\beta}$ и $B_{\alpha\beta}$ имеют вид

$$A_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\left(1 - \frac{1}{2} k_z^2 \sigma^2\right) + \frac{\eta_0}{k_0} \int d^2 \varkappa S(\varkappa - k) T_{\alpha\gamma} P_{\gamma\beta}; \tag{6а}$$

$$B_{\alpha\beta} = \eta_0 \delta_{\alpha\beta}\left(1 - \frac{1}{2} k_z^2 \sigma^2\right) + \eta_0 \int d^2 \varkappa S(\varkappa) \left\{\varkappa_\alpha \varkappa_\beta - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \varkappa^2\right\} + $$

$$+ \frac{1}{k_0} \int d^2 \varkappa S(\varkappa - k) T_{\alpha\gamma} Q_{\gamma\beta}. \tag{6б}$$

При этом использованы обозначения

$$T_{\alpha\gamma} = \varkappa_z \delta_{\alpha\gamma} - \frac{(k_\alpha - \varkappa_\alpha)\varkappa_\gamma}{\varkappa_z + k_0\eta_0} - \eta_0 \frac{[\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{k} - \boldsymbol{\varkappa}]_\alpha [\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{\varkappa}]_\gamma}{k_0 + \varkappa_z \eta_0}; \tag{7а}$$

$$P_{\gamma\beta} = (k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k})\delta_{\gamma\beta} + k_\gamma \varkappa_\beta; \tag{7б}$$

$$Q_{\gamma\beta} = k_0^2 \delta_{\gamma\beta} - \varkappa_\gamma k_\beta, \tag{7в}$$

$S(\boldsymbol{q})$ — пространственный спектр случайных неровностей, определенный соотношением

$$\langle \tilde{\zeta}(\boldsymbol{q}) \tilde{\zeta}(\boldsymbol{q}') \rangle = \delta(\boldsymbol{q} + \boldsymbol{q}') S(\boldsymbol{q}),$$

$$S(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\boldsymbol{\rho} \langle \zeta(\boldsymbol{r}) \zeta(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{\rho}) \rangle e^{i\boldsymbol{q\rho}}.$$

Умножая равенство (5) слева на обратный тензор

$$A_{\alpha\beta}^{-1} \approx \delta_{\alpha\beta}\left(1 + \frac{1}{2} k_z^2 \sigma^2\right) - \frac{\eta_0}{k} \int d^2\boldsymbol{\varkappa} S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}) T_{\alpha\gamma} P_{\gamma\beta},$$

получим для среднего поля граничное условие импедансного типа

$$\boldsymbol{E}_{\perp\alpha} = \eta_{\alpha\beta} [\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{H}_\perp]_\beta. \tag{8}$$

При этом тензор эффективного импеданса определяется сверткой по паре индексов произведения

$$\eta_{\alpha\beta} = A_{\alpha\gamma}^{-1} B_{\gamma\beta} = \eta_0 \delta_{\alpha\beta} + \Delta_1 \eta_{\alpha\beta} + \Delta_2 \eta_{\alpha\beta}, \tag{9}$$

где

$$\Delta_1 \eta_{\alpha\beta} = \eta_0 \int d^2\boldsymbol{\varkappa} S(\boldsymbol{\varkappa}) \left\{ \varkappa_\alpha \varkappa_\beta - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \varkappa^2 \right\},$$

$$\Delta_2 \eta_{\alpha\beta} = \frac{1}{k_0} \int d^2\boldsymbol{\varkappa} S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}) T_{\alpha\gamma} [Q_{\gamma\beta} - \eta_0^2 P_{\gamma\beta}] = \frac{1}{k_0} \int d^2\boldsymbol{\varkappa} \times$$

$$\times \frac{S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}) \sum\limits_{n=0}^{4} \eta_0^n C_{\alpha\beta}^{(n)}}{(\varkappa_z + k_0\eta_0)(k_0 + \varkappa_z \eta_0)},$$

а коэффициенты $C_{\alpha\beta}^{(n)}$ выглядят следующим образом:

$$C_{\alpha\beta}^{(0)} = k_0 \varkappa_z^2 (k_0^2 \delta_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta) + k_0^3 (\varkappa_\alpha - k_\alpha)(\varkappa_\beta - k_\beta),$$

$$C_{\alpha\beta}^{(1)} = k_0^2 \varkappa_z [(2k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k})\delta_{\alpha\beta} + (\varkappa_\alpha - k_\alpha)(\varkappa_\beta - k_\beta) - \varkappa_\alpha \varkappa_\beta] - \varkappa_z^3 k_\alpha k_\beta,$$

$$C_{\alpha\beta}^{(2)} = k_0 \varkappa^2 [(k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k})\delta_{\alpha\beta} - (\varkappa_\alpha - k_\alpha)(\varkappa_\beta - k_\beta) + k_\alpha k_\beta] - k_0(k_0^2 + \varkappa_z^2)\varkappa_\alpha \varkappa_\beta,$$

$$C_{\alpha\beta}^{(3)} = -\varkappa_z (k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k}) [(2k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k})\delta_{\alpha\beta} - (\varkappa_\alpha - k_\alpha)(\varkappa_\beta - k_\beta) + k_\alpha k_\beta] -$$
$$- \varkappa_z (k_0^2 + k^2 - \boldsymbol{\varkappa k}) \varkappa_\alpha \varkappa_\beta,$$

$$C_{\alpha\beta}^{(4)} = k_0 (k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k}) [-(k_0^2 - \boldsymbol{\varkappa k})\delta_{\alpha\beta} + (\varkappa_\alpha - k_\alpha)(\varkappa_\beta - k_\beta) + k_\alpha k_\beta] -$$
$$- k_0 (k^2 - \boldsymbol{\varkappa k}) \varkappa_\alpha \varkappa_\beta.$$

При вычислениях $A_{\alpha\beta}^{-1}$ и $\eta_{\alpha\beta}$ были опущены величины более высокого порядка малости, нежели $k_0^2\sigma^2$, корректный учет которых невозможен в первом порядке теории возмущений.

Очевидно, что предельный переход $\eta_0 \to 0$ приводит в формуле (9) к результатам работы [6] для случая идеально проводящей поверхности.

Если в формуле (9) пренебречь величинами $\Delta_1\eta_{\alpha\beta}$ и $(\eta_0^2/k_0)T_{\alpha\gamma}P_{\gamma\beta}$, то в частном случае изотропного спектра $(S(\boldsymbol{q})=S(q))$ диагональные элементы η_{xx} и η_{yy} полученного тензора переходят в выражения для эффективных импедансов вертикально поляризованного η_H и горизонтально поляризованного η_E излучения из работы [4], при условии, что в формулах (23) и (34) этой работы, связывающих импедансы с эффективными коэффициентами отражения, следует ограничиться первой степенью η_0 в разложениях дробей в ряды по положительным степеням η_0.

Если сравнить η_{xx} для изотропного спектра с выражением для эффективного импеданса вертикально поляризованной волны в более ранней работе [3], то совпадение с точностью до $O(\eta_0^2)$ получается, если вдобавок к $\Delta_1\eta_{\alpha\beta}$ и $(\eta_0^2/k_0)T_{\alpha\gamma}P_{\gamma\beta}$ отбросить и величину $\dfrac{\eta_0 k_0^2}{k_0+\varkappa_z\eta_0}$ в произведении $T_{\alpha\gamma}P_{\gamma\beta}$. Ответственное за ее существование слагаемое $\eta_0\,[\boldsymbol{i}_z, \langle\boldsymbol{\gamma}: \boldsymbol{h}_z\rangle]$ в работе [3] было опущено в исходном уравнении типа (3а). Как видно из приведенных в Приложении оценок, подобные упрощения могут быть неправомерными при малых углах скольжения и для мелкомасштабных неровностей.

Для скользящего распространения η_{xx} совпадает с результатом Баррика [5] только в предельном случае идеальной проводимости $(\eta_0=0)$, когда ценнековская волна, выбранная Барриком в качестве падающей, переходит в обычную плоскую волну. По-видимому, фурье-разложение Баррика является некорректным из-за неограниченности ценнековской волны на бесконечности.

Остаются в силе приведенные в [6] выражения, связывающие элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$ с коэффициентами отражения плоских волн, а также формулы для фазовой скорости и поляризации поверхностной волны. Учет конечной проводимости, как показывают приведенные в Приложении асимптотические формулы для $\eta_{\alpha\beta}$, не нарушает условия их существования — $\operatorname{Im}\eta_{xx}\left(\theta_0=\dfrac{\pi}{2}\right)<0$ как для крупномасштабных (П.4), (П.7), так и для мелкомасштабных неровностей (П.10).

Сечение рассеяния флуктуационного поля при облучении поверхности плоской волной может быть получено из (4). Ограничиваясь борновским приближением для коэффициентов отражения $\left(V_{\text{в.в}}=\dfrac{\cos\theta_0-\eta_0}{\cos\theta_0+\eta_0},\ V_{\text{г.г}}=\dfrac{\eta_0\cos\theta_0-1}{\eta_0\cos\theta_0+1},\ V_{\text{в.г}}=V_{\text{г.в}}=0\right)$, для матрицы удельного сечения рассеяния $\sigma_{p_1p_2}^{p_0}$ получим (ср. [6])

$$\sigma_{p_1p_2}^{p_0}=\frac{R^2}{S}\langle(\boldsymbol{p}_1\,\boldsymbol{e}(\boldsymbol{R}))(\boldsymbol{p}_2\,\boldsymbol{e}(\boldsymbol{R}))^*\rangle=$$
$$=S(\boldsymbol{\varkappa}-\boldsymbol{k})\frac{\varkappa_z^2}{(\varkappa_z+k_0\eta_0)^2}(\boldsymbol{p}_1[\boldsymbol{K}[\widetilde{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{M}]])(\boldsymbol{p}_2[\boldsymbol{K}[\widetilde{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{M}]])^*, \tag{10}$$

где

$$K = \{\varkappa, i_z \varkappa_z\}, \quad M = \left\{\frac{\eta_0}{k_0 + \varkappa_z \eta_0} \varkappa, i_z\right\},$$

а $\boldsymbol{p}_0$ — вектор поляризации падающей волны.

Вичисление с точностью до линейных членов по η_0 в числителях дробей приводит к следующим выражениям для полных сечений некогерентного рассеяния горизонтально поляризованного $\sigma^{г}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa})$ излучения и вертикально поляризованного $\sigma^{в}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa})$ (плоскость $y=0$ — плоскость падения):

$$\sigma^{г}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}) = S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}) \frac{4k_z^2}{(k_z + k_0\eta_0)^2} \frac{\varkappa_z^2}{(\varkappa_z + k_0\eta_0)^2} \left\{k_z^2 \varkappa_z \left[\varkappa_z + \frac{\varkappa_y^2}{\varkappa_z} + \frac{2\eta_0 \varkappa_x^2}{k_0 + \varkappa_z\eta_0}\right] - \frac{2\eta_0 k_0 (k_0^2 - \varkappa_z^2)(k_0^2 - \varkappa_x^2)}{k_0 + k_z\eta_0}\right\}; \tag{11}$$

$$\sigma^{в}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}) = S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}) \frac{4k_z^2}{(k_z + k_0\eta_0)^2} \frac{\varkappa_z^3}{(\varkappa_z + k_0\eta_0)} \left[\varkappa_z (k_0^2 - k_x\varkappa_x) - \frac{(k_x - \varkappa_x)(k_0^2\varkappa_z - \varkappa^2 k_x)}{\varkappa_z} + \frac{2\eta_0 k_0^2 \varkappa_y^2}{k_0 + \varkappa_z\eta_0}\right]. \tag{12}$$

Хотя выражения (11) и (12) имеют некоторое сходство с подынтегральными выражениями для η_{xx} и η_{yy}, однако в отличие от случая идеально проводящей поверхности η_{xx} и η_{yy} не выражаются через интегралы по направлениям расссяния от $\sigma^{в}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa})$ и $\sigma^{г}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa})$, поскольку для корректной формулировки законов сохранения потоков энергии через границу раздела необходимо знание рассеянного поля в нижней среде под поверхностью раздела.

Отметим, что при малых углах скольжения как падающих ($k_z \ll k_0\eta_0$), так и отраженных ($\varkappa_z \ll k_0\eta_0$) волн формулы (11), (12) коренным образом отличаются от соответствующих выражений (24), (26) работы [6] при идеально проводящей поверхности.

Таким образом, результаты настоящей работы являются развитием имевшихся до сих пор исследований в двух направлениях. Во-первых, устанавливают связь между анизотропией спектра случайных неровностей импедансной рассеивающей поверхности и деполяризацией когерентно-рассеянного поля. Во-вторых, последовательно учитывают конечную проводимость рассеивающей поверхности, что оказывается существенным при переходе к скользящему распространению.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим в некоторых предельных случаях элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$, определенные формулами (10), (11). За координатную плоскость $y=0$ выберем плоскость падения. Тогда $k_y = 0$, $k_x = k_0 \sin\theta_0$, $k_z = k_0\cos\theta_0$.

Пространственный спектр $S(\boldsymbol{q})$, нормированный условием

$$\sigma^2 = \int_0^\infty q\,dq \int_0^{2\pi} d\varphi S(q, \varphi),$$

где $\sigma^2 = \langle\zeta^2\rangle$ — дисперсия высот случайных неровностей поверхности, будем рассматривать как функцию двух переменных — модуля q и угла φ — между $\boldsymbol{q}$ и плоскостью падения: $S(\boldsymbol{q}) = S(q, \varphi)$.

Введем характерный размер l шероховатостей в горизонтальной плоскости и определим моменты спектра соотношением

$$\int_0^\infty q^{n+1}\,dq \int_0^{2\pi} d\varphi S(q, \varphi) = C_n \sigma^2 l^{-n}.$$

Усреднение по спектру значений функции азимута φ будем обозначать чертой

$$\overline{f(\varphi)} = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^\infty q\,dq \int_0^{2\pi} d\varphi S(q, \varphi) f(\varphi).$$

Предположим, кроме того, что $S(q,\varphi) = S(q) S(\varphi)$. Так как $S(q)$ — четная функция $S(q) = S(-q)$, то $S(q,\varphi) = S(q, \varphi \pm \pi)$ и для задания $S(q,\varphi)$ можно ограничиться интервалом $-\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$.

Тогда возможны асимптотические оценки для следующих случаев.

1. Крупномасштабные неровности, крутое падение ($k_0/q = k_0 l \gg 1$, $\cos^2\theta_0 \gg 1/k_0 l$):

$$\eta_{xx} \simeq \eta_0 + k_0^2 \sigma^2 \cos\theta_0 (\cos^2\theta_0 - \eta_0^2); \quad (\text{П}.1)$$

$$\eta_{yy} \simeq \eta_0 + k_0^2 \sigma^2 \cos\theta_0; \quad (\text{П}.2)$$

$$\eta_{xy} \simeq \frac{C_2 \sigma^2}{2 l^2 (\cos\theta_0 + \eta_0)} \overline{\sin 2\varphi}. \quad (\text{П}.3)$$

2. Крупномасштабные неровности, скользящее распространение ($k_0 l \gg 1$, $\cos^2\theta_0 \ll 1/k_0 l$):

а) малый импеданс, $\eta_0 \ll 1/\sqrt{k_0 l}$,

$$\eta_{xx} \simeq \eta_0 + \frac{1}{2} C_{3/2} e^{-i\pi/4} \frac{(k_0\sigma)^2}{(k_0 l)^{3/2}} \overline{|\cos\varphi|^{3/2}}; \quad (\text{П}.4)$$

$$\eta_{yy} \simeq \eta_0 + C_{1/2} e^{i\pi/4} \frac{(k_0\sigma)^2}{\sqrt{k_0 l}} \overline{|\cos\varphi|^{1/2}}; \quad (\text{П}.5)$$

$$\eta_{xy} \approx \frac{1}{4} C_{3/2} e^{-i\pi/4} \frac{(k_0\sigma)^2}{(k_0 l)^{3/2}} \overline{\sin 2\varphi\, |\cos\varphi|^{-1/2}}; \quad (\text{П}.6)$$

б) большой импеданс, $\eta_0 \gg 1/\sqrt{k_0 l}$,

$$\eta_{xx} \simeq \eta_0 - C_{1/2} e^{i\pi/4} \eta_0^2 \frac{(k_0\sigma)^2}{\sqrt{k_0 l}} \overline{|\cos\varphi|^{1/2}}; \quad (\text{П}.7)$$

$$\eta_{yy} \simeq \eta_0 + C_{1/2} e^{i\pi/4} \frac{(k_0\sigma)^2}{\sqrt{k_0 l}} \overline{|\cos\varphi|^{1/2}}; \quad (\text{П}.8)$$

$$\eta_{xy} \simeq \frac{1}{2} C_{3/2} e^{-i\pi/4} \frac{(k_0\sigma)^2}{(k_0 l)^{3/2}} \overline{\sin 2\varphi\, |\cos\varphi|^{-1/2}}. \quad (\text{П}.9)$$

3. Мелкомасштабные неровности ($k_0 l \ll 1$):

а) малый импеданс, $\eta_0 \ll k_0 l$,

$$\eta_{xx} \approx \eta_0 - i C_1 \frac{(k_0\sigma)^2}{k_0 l} (\overline{\cos^2\varphi} - \cos^2\theta_0); \quad (\text{П}.10)$$

$$\eta_{yy} \approx \eta_0 + iC_1 \frac{(k_0 \sigma)^2}{k_0 l} \overline{\cos^2 \varphi}; \tag{П.11}$$

$$\eta_{xy} \simeq - iC_1 \frac{(k_0 \sigma)^2}{2k_0 l} \overline{\sin 2\varphi}; \tag{П.12}$$

б) большой импеданс, $\eta_0 \gg k_0 l$,

$$\eta_{xx} \approx \eta_0 + \eta_0 C_2 \frac{\sigma^2}{2l^2} \overline{\cos 2\varphi}; \tag{П.13}$$

$$\eta_{yy} \simeq \eta_0 - \gamma_0 C_2 \frac{\sigma^2}{2l^2} \overline{\cos 2\varphi}; \tag{П.14}$$

$$\eta_{xy} \simeq \eta_0 C_2 \frac{\sigma^2}{2l^2} \overline{\sin 2\varphi}. \tag{П.15}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Изд. АН СССР, 1961.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
3. Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. — Изв.. вузов — Радиофизика, 1976, **19**, № 3, с. 401.
4. Докучаев В. П., Кротиков В. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 8, с. 937.
5. Barrick D. E. — Radio Sci., 1971, **6**, № 5, p. 517.
6. Брюховецкий А. С., Тигров В. М., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 8, с. 999.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
19 июня 1984 г.

THE EFFECTIVE IMPEDANCE TENSOR OF A STATISTICALLY ROUGH IMPEDANCE SURFACE

A. S. Bryukhovetskij, I. M. Fuchs

Scattering characteristics of plane waves incident upon a statistically rough surface with an anisotropic roughness spectrum are discussed using the perturbation method. The effective surface impedance tensor, Fourier amplitudes of the scattered field and total scatter cross-section have been calculated for the vertically and horizontally polarized radiation. Conditions have been indicated for the existence of surface waves.