

УДК 518.43

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБРЫВА ПРОВОДНИКА ЭКРАНИРОВАННОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В. В. Никольский, С. Г. Веснин

Методом меделирования планарных структур, основанным на решении двумерного интегрального уравнения, проведен анализ обрыва проводника экранированной полосковой линии. Исходное уравнение относительно плотности поверхностного тока было преобразовано в уравнение относительно производных плотности тока, которое решалось методом Галеркина с использованием ступенчатой аппроксимации.

Почти все полученные до настоящего времени электродинамические модели элементов полосковых и щелевых структур [1-4] были построены на основе линейной декомпозиции: структура разбивается на систему регулярных участков поперечными плоскостями; для каждого из участков находится система собственных волн; «сшивание» этих волн на стыках приводит к определению матриц рассеяния, на основе которых полная матрица рассеяния определяется посредством рекомпозиционной операции. Центральным моментом оказывается алгоритмизация одномерного интегрального уравнения (или эквивалентные операции [4]) при нахождении собственных волн.

Более общий подход, предложенный еще в [5] (см. также [2], п. 1.3.4 и п. 3.2.1), требует алгоритмизации двумерного интегрального уравнения. При должном развитии этот подход ведет к получению электродинамических моделей полосковых и щелевых структур практически без каких-либо конфигурационных ограничений. Однородное двумерное интегральное уравнение было алгоритмизировано в задаче о собственных колебаниях полоскового резонатора [6, 7]. Что касается предложенной в [5] методики, опирающейся на решение неоднородного интегрального уравнения (см. также [2]), то она использовалась в [8] при исследовании бесконечной щели (интегральное уравнение при этом оказывается одномерным), а также при исследовании разрыва в пренебрежении поперечными токами полоскового проводника [9].

Предметом данной статьи является алгоритмизация задачи об обрыве полоскового проводника на основе двумерного интегрального уравнения относительно плотности тока с применением ступенчатой аппроксимации.

1. Численное решение интегрального уравнения. Вкратце напомним, что в используемой нами схеме алгоритмизации задачи о нерегулярности полосковой структуры рассматривается возбуждение резонатора, внутри которого она находится, через открытое поперечное сечение полосковой линии заданным электрическим полем E_m (поле собственной волны номера m). Найденное внутреннее поле H проектируется на собственные функции всех поперечных сечений, совпадающих с боковыми стенками резонатора, в результате чего определяется матрица

Y (многомодовая — при переборе m и базисов проектирования). Затем, если требуется, из Y находится матрица рассеяния S .

Центральным моментом является определение поля возбуждения. Если ([²], с. 140) поле E_m продолжить собственной стоячей волной внутри резонатора, то полное поле возбуждения будет состоять из поля этой волны и поля полностью экранированного резонатора, возбуждаемого на границе раздела сред (согласно [²], (3.63)). Итак, надо найти численное решение интегрального уравнения

$$\int_{S_M} \vec{G}(r, r') \eta(r') ds' = F(r), \quad (1)$$

где

$$G(r, r') = \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{Z_{n(1)}} + \frac{1}{Z_{n(2)}} \right)^{-1} e_n(r) e_n(r'); \quad (2)$$

$$e_n = \begin{cases} e_n^E = \frac{1}{\chi_n} \nabla_{zx} \varphi_n \\ e_n^H = \frac{1}{\chi_n} [\nabla_{zx} \psi_n, y_0] \end{cases}; \quad (3)$$

$$\varphi_n = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin \frac{p\pi z}{b} \sin \frac{m\pi x}{a}, \quad m, p = 1, 2, \dots; \quad (4)$$

$$\psi_n = \frac{2}{\sqrt{ab(1+\delta_{p0})(1+\delta_{m0})}} \cos \frac{p\pi z}{b} \cos \frac{m\pi x}{a}, \quad p, m = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

$$\chi_n^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{p\pi}{b} \right)^2, \quad n \rightleftharpoons (p, m)$$

(рис. 1), а вектор правой части есть

$$F = \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{Z_{n(1)}} + \frac{1}{Z_{n(2)}} \right)^{-1} \int_S \eta^0 e_n^* ds e_n \quad (6)$$

(для случая конкретной области S_M на рис. 1), причем η^0 есть плотность тока стоячей волны полосковой линии

$$\eta^0(z, x) = -iz_0 \underset{\wedge}{\eta}_z^0(x) \frac{\cos \Gamma(b-z)}{\sin \Gamma b} + x_0 \underset{\wedge}{\eta}_x^0(x) \frac{\sin \Gamma(b-z)}{\sin \Gamma b}, \quad (7)$$

где $\underset{\wedge}{\eta}^0(x) = \underset{\wedge}{x}_0 \underset{\wedge}{\eta}^0(x) + \underset{\wedge}{z}_0 \underset{\wedge}{\eta}^0(x)$ есть плотность тока бегущей волны этой линии, получаемая при реализации соответствующего алгоритма; амплитуда тока должна быть такова, чтобы амплитуда электрического поля на входе была равна E_m (при требуемой нормировке).

Построенный алгоритм, использующий ступенчатую аппроксимацию решения, обходит трудность, связанную с выполнением требования обращения в нуль нормальной компоненты плотности тока на контуре полоскового проводника. С этой целью уравнение (1) преобразуется путем интегрирования по частям.

Запишем исходное интегральное уравнение (1) в развернутой форме:

$$\sum_{n=1}^N Q_n \left(\frac{1}{Z_{n(1)}} + \frac{1}{Z_{n(2)}} \right)^{-1} e_n = F, \quad Q_n = \int_{S_M} \eta e_n^* ds. \quad (8)$$

Если $e_n = e_n^E$, то, используя формулу Остроградского—Гаусса, получаем

$$Q_n = -\frac{1}{\chi_n} \int_{S_M} \varphi_n^* \operatorname{div}_{zx} \eta ds + \frac{1}{\chi_n} \oint_{L_M} \varphi_n^* \eta \nu_0 dl, \quad (9)$$

где контурный интеграл исчезает, поскольку (рис. 1) $\eta \nu = 0$ на L_{M1} и $\varphi_n = 0$ на L_{M0} .

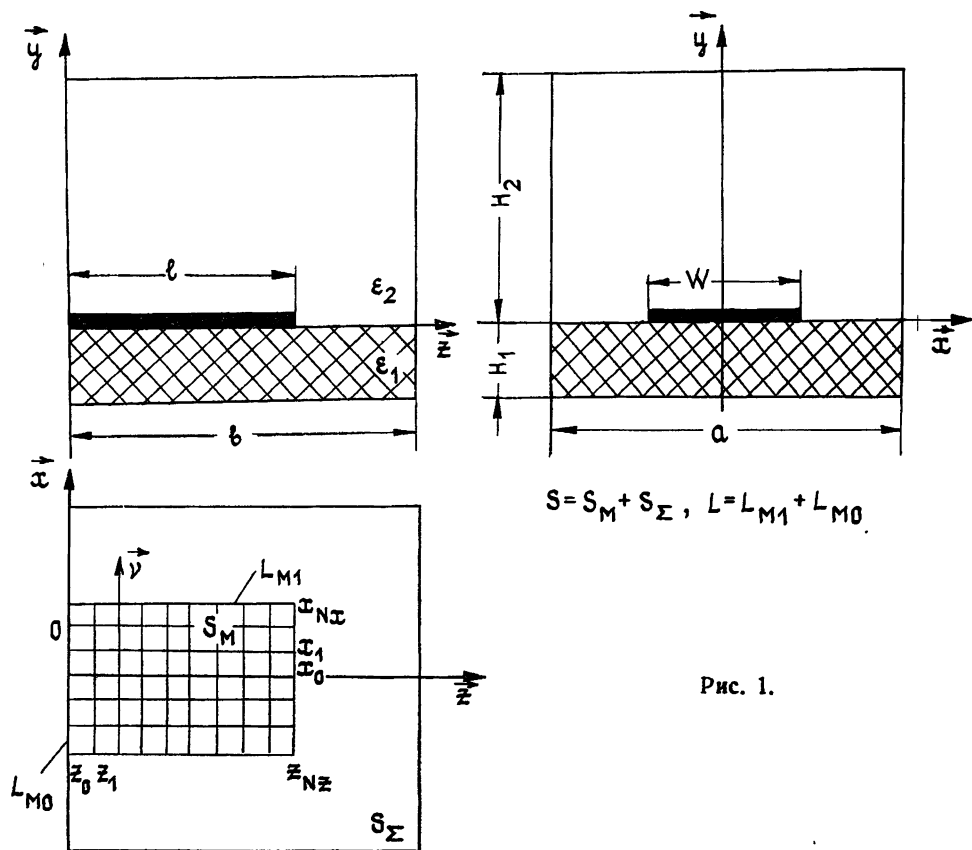


Рис. 1.

Для $e_n = e_n^H$ аналогичный результат не может быть получен, так как под знаком контурного интеграла окажется $[y_0, \eta]$, т. е. войдет тангенциальная компонента плотности тока, которая на L_M не уничтожается. Поэтому вторую строчку (3) представим в виде

$$e_n^H = \frac{1}{\chi_n} \left(x_0 \frac{\gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x} - z_0 \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \frac{\partial \Psi_n}{\partial z} \right), \quad (10)$$

где $\gamma_z = \rho\pi/b$, $\gamma_x = m\pi/a$,

$$\Psi_n = \frac{2}{\sqrt{ab(1 + \delta_{m0})(1 + \delta_{\rho 0})}} \sin \gamma_z z \sin \gamma_x x. \quad (11)$$

Таким образом, под знаком интеграла получаем

$$\eta e_n^* = \eta \frac{1}{\chi_n} \left(x_0 \frac{\gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial \Psi_n^*}{\partial x} - z_0 \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \frac{\partial \Psi_n^*}{\partial z} \right). \quad (12)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial x} (\eta_x \Psi_n^*) = \eta_x \frac{\partial \Psi_n^*}{\partial x} + \Psi_n^* \frac{\partial \eta_x}{\partial x},$$

а также

$$\int_{S_M} \frac{\partial}{\partial x} (\eta_x \Psi_n^*) ds = \oint_{L_M} \eta_x \Psi_n^* \cos(\nu, \hat{x}) dl, \quad (13)$$

получаем при $e_n = e_n^H$

$$Q_n = -\frac{1}{\chi_n} \int_{S_M} \left(\frac{\gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial \eta_x}{\partial x} - \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \frac{\partial \eta_z}{\partial z} \right) \Psi_n^* ds + \quad (14)$$

$$+ \frac{1}{\chi_n} \oint_{L_M} \left[\frac{\gamma_z}{\gamma_x} \eta_x \cos(\nu, \hat{x}) - \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \eta_z \cos(\nu, \hat{z}) \right] \Psi_n^* dl.$$

Если контур L_M состоит из отрезков координатных прямых, то контурный интеграл в (14) уничтожается, так как на каждом из отрезков обращается в нуль либо компонента η , либо ее косинусоидальный множитель.

На L_{M_0} произведение $\eta \nu_0 \neq 0$, однако здесь $\Psi_n = 0$.

Введем новые обозначения:

$$U = x_0 \frac{\partial \eta_x}{\partial x} + z_0 \frac{\partial \eta_z}{\partial z} \quad (15)$$

и

$$\hat{e}_n = \begin{cases} \hat{e}_n^E = \frac{1}{\chi_n} (x_0 \varphi_n + z_0 \varphi_n) \\ \hat{e}_n^H = \frac{1}{\chi_n} \left(x_0 \frac{\gamma_z}{\gamma_x} \Psi_n - z_0 \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \Psi_n \right) \end{cases}. \quad (16)$$

Тогда подстановка (15) и (9) в (8) приводит к новому интегральному уравнению относительно частных производных от плотности тока:

$$\int_{S_M} \hat{G}(r, r') U(r') ds = F, \quad (17)$$

где

$$\hat{G}(r, r') = - \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{Z_{n(1)}} + \frac{1}{Z_{n(2)}} \right)^{-1} \hat{e}_n(r) \hat{e}_n(r') \quad (18)$$

(сингулярность ядра при этом понижается).

В правой части F , которая осталась той же, что и в (1), можно произвести преобразования, подобные предыдущим, но в этом нет прямой необходимости. Ради единообразия алгоритмизации запишем

$$F = \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{Z_{n(1)}} + \frac{1}{Z_{n(2)}} \right)^{-1} \int_{\Sigma} U_0 v_n^* ds e_{ns} \quad (19)$$

где

$$U_0 = -iz_0 \eta_z^0 \frac{\cos \Gamma(b-z)}{\sin \Gamma b} - x_0 \frac{\partial \eta_x^0}{\partial x} \frac{\sin \Gamma(b-z)}{\sin \Gamma b}; \quad (20)$$

$$v_n = \begin{cases} e_n^E = \frac{1}{\chi_n} \left(x_0 \varphi_n + z_0 \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} \right) \\ e_n^H = \frac{1}{\chi_n} \left(x_0 \frac{\gamma_z}{\gamma_x} \Psi_n - z_0 \frac{\gamma_x}{\gamma_z} \frac{\partial \Psi_n}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (21)$$

(интегрирование по частям произведено только по x , плотность тока η_0 непрерывна по z и удовлетворяет требуемому условию при $z=l$).

При проекционном подходе введем базисы $\{v_k\}$ и $\{w_k\}$, причем U представляется в $\{v_k\}$:

$$U^K = x_0 \sum_{k=1}^{K_x} C_{kx} v_{kx} + z_0 \sum_{k=1}^{K_z} C_{kz} v_{kz}. \quad (22)$$

Внося (22) в (17) и проектируя на $\{w_k\}$, получаем

$$PZQC=f \quad (23)$$

(ср. [2], (1.121)), где Z и f — те же, что и в [2]. Элементы Q_{nk} матрицы Q получаются заменой U на v_k в Q_n (8):

$$Q_n = \int_{S_M} \eta e_n^* ds = - \int_{S_M} U e_n^* ds. \quad (24)$$

Элементы P_{ln} матрицы P имеют вид

$$P_{ln} = \int_{S_M} w_l^* e_n ds. \quad (25)$$

Если $w_l v_0 = 0$ на L_{M1} , то можно, сделав уже известные преобразования, получить

$$P_{ln} = - \int_{S_M} \hat{w}_l^* \hat{e}_n ds, \quad (26)$$

где

$$\hat{w}_l = x_0 \frac{\partial w_x}{\partial x} + z_0 \frac{\partial w_z}{\partial z}. \quad (27)$$

Аналогичные операции можно произвести и в правой части (23).

2. Реализация алгоритма со ступенчатой аппроксимацией решения. Переход от плотности тока к функции U (15) позволяет использовать ступенчатую аппроксимацию решения. Возьмем

$$v_k = x_0 v_{kx} + z_0 v_{kz}, \quad (28)$$

где

$$v_{kx} = v_{kl}^x(x) v_{kj}^z(z), \quad v_{kz} = v_{zl}^x(x) v_{zj}^z(z) \quad (29)$$

и сомножители задаются в виде

$$v_{xi}^x = v_{zi}^x = \begin{cases} 1, & x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ 0, & x_i \leq x \leq x_{i-1} \end{cases}, \quad (30)$$

$$v_{xj}^z = v_{zj}^z = \begin{cases} 1, & z_{j-1} \leq z \leq z_j \\ 0, & z_j \leq z \leq z_{j-1} \end{cases}$$

($i=1, 2, \dots, N_x$; $j=1, 2, \dots, N_z$). Таким образом, область проводника S_M разбивается на $N_{\text{ноч}} = N_z N_x$ равных по площади носителей базисных функций.

Аналогично представляются функции базиса проектирования \hat{w}_k :

$$\hat{w}_k = x_0 \hat{w}_{xk} + z_0 \hat{w}_{zk}, \quad (31)$$

где

$$\hat{w}_{xk} = \hat{w}_{xi}^x(x) \hat{w}_{xj}^z(z), \quad \hat{w}_{zk} = \hat{w}_{zi}^x(x) \hat{w}_{zj}^z(z), \quad (32)$$

причем

$$\hat{w}_{xj}^z(z) = v_{xj}^z(z), \quad \hat{w}_{zi}^x(x) = v_{zi}^x(x). \quad (33)$$

Далее,

$$\hat{w}_{zj}^z = \begin{cases} 1, & z_{j-2} \leq z \leq z_{j-1} \\ -1, & z_{j-1} \leq z \leq z_j \\ 0, & z_j \leq z \leq z_{j-2} \end{cases},$$

$$\hat{w}_{z1}^z = \begin{cases} -1, & z_0 \leq z \leq z_1 \\ 0, & z_1 \leq z \leq z_0 \end{cases}, \quad (34)$$

$$\hat{w}_{xi}^x = \begin{cases} 1, & x_{i-2} \leq x \leq x_{i-1} \\ -1, & x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ 0, & x_i \leq x \leq x_{i-2} \end{cases}$$

($j=2, 3, \dots, N_z$; $i=2, 3, \dots, N_x$). При таком выборе базисных функций число неизвестных больше числа уравнений. В качестве дополнительных уравнений возьмем следующие:

$$\sum_{i=1}^{N_x} C_{xij} = 0, \quad j=1, 2, \dots, N_z, \quad (35)$$

что соответствует уничтожению нормальной компоненты плотности тока на боковых краях полоски. Физически это условие является избыточным, так как отбрасывание поверхностных интегралов в (8) и (14) эквивалентно тому, что обсуждаемое граничное условие для плотности тока является естественным. Однако требование (35) непротиворечиво, новые уравнения являются линейно независимыми, и метрика, в которой удовлетворяется граничное условие, улучшается.

После решения уравнения (23) по известным формулам ([²], (1.114), (1.48)) восстанавливалось поле в резонаторе, находилась матрица проводимости Y и матрица рассеяния S .

В общем случае матрицы Y и S оказываются многомодовыми, однако если в полосковой линии распространяющейся является только одна волна, то на достаточном удалении l от конца полоскового проводника влияние высших типов будет незначительно и матрицу рассеяния в этом сечении можно считать одномодовой, причем $|S^{11}| = 1$. В этом случае нас будет интересовать только фаза коэффициента отражения.

3. Анализ полученных результатов. Рассмотренный алгоритм был реализован на ЭВМ БЭСМ-6. На рис. 2, 3 представлены зависимости нормированной фазы коэффициента отражения от числа членов в разложении ядра (18) N и числа носителей N_z вдоль оси z на частоте 20 ГГц при следующих параметрах: $a=3,5$, $W=1$, $H_1=0,5$, $H_2=1,5$, $l=1$, $b=2$, $\epsilon_1=9$, $\epsilon_2=1$, $N_x=3$ (все размеры в этом примере и далее даются в миллиметрах). При изменении N сохранялось поперечное число гармоник ($m=13$) и менялось продольное число p . Как видно из рис. 2, 3, с ростом N_z и p результаты стабилизируются (рис. 3, кривая 1 — $p=2N_z$; 2 — $p=2N_z+2$; 3 — $p=2N_z+10$).

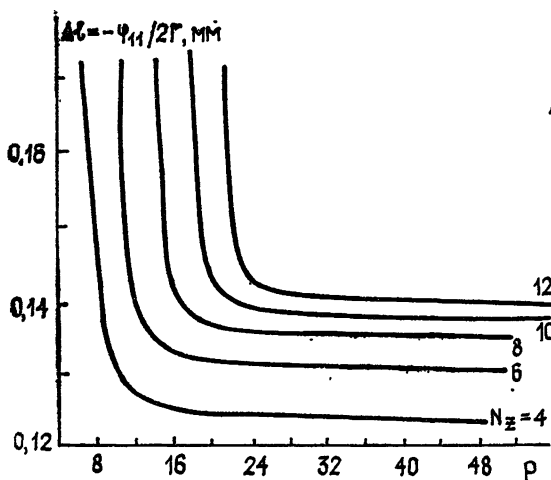


Рис. 2.

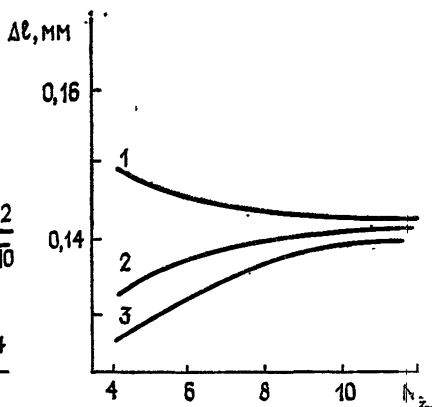


Рис. 3.

Аналогичная стабилизация наблюдается, если зафиксировать N_z и p , а менять N_x и m . На рис. 4 и рис. 5 приведены соответствующие результаты для $N_z=6$ и $p=13$. Видно, что число разбиений по оси x очень слабо влияет на получаемую фазу коэффициента отражения: при изменении N_x от двух до шести изменяется менее чем на один процент (на рис. 4 $m=4N_x$, на рис. 5 $N_x=4$).

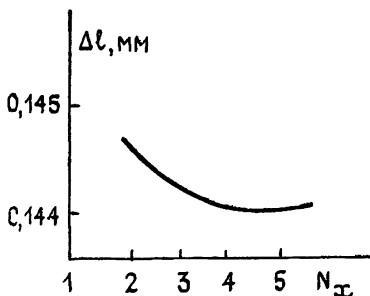


Рис. 4.

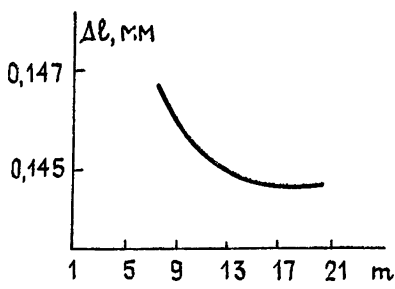


Рис. 5.

Основное влияние на результаты расчета оказывает число разбиений по z , причем скорость сходимости резко уменьшается с ростом длины l . Однако размер l не должен быть слишком малым, так как, начиная с некоторой длины, уже нельзя пренебрегать высшими типами волн в отсчетном сечении. На рис. 6 показано влияние l на скорость сходимости ($a=11$, $W=1$, $H_1=1$; $H_2=10$, $b=2l$, $f=4$ ГГц, $N_x=3$, $m=33$, $\epsilon_1=9,6$, $\epsilon_2=1$). Стабилизация результатов с ростом l , приво-

дущим к исчезновению влияния высших типов волн, продемонстрирована на рис. 7 (размеры те же, что и для рис. 2: $N_z=12$, $\rho=26$, $b=2l$, $N_x=3$, $m=12$).

Наконец, на рис. 8 и 6 произведено сравнение полученных результатов с данными из работ [1] (на рис. 8 отмечены крестиками) и [10] (штриховая линия на рис. 6), в которых применялись совершенно различные методы. В [1] задача решалась на основе проекционного сшивания систем волн на стыке обрыва плосковой линии и продолжающего ее прямоугольного волновода с подложкой, но без полоскового проводника. В [10] для нахождения Δl предварительно определялась резонансная частота полоскового резонатора в экране. Полученные нами результаты довольно близки к данным из [10] и негколько отличаются от данных из [1]. Однако пока еще рано делать окончательные заключения о точности этих результатов: для этого нужны дополнительные вычисления при значительном усилении всех параметров точности. Можно отметить, что пока в реализованном алгоритме поперечное распределение тока и поля значительно грубее, чем в [1], и, хотя этот фактор не является критичным (см. выше), существенное увеличение N_x и m может привести к некоторому сдвигу результатов.

Достоинством разработанного алгоритма является сравнительно малое потребление машинного времени (для нахождения матрицы рассеяния при использовании ЭВМ БЭСМ-6 нужно около одной минуты). В отличие от метода из [10], где для нахождения собственных частот резонатора надо многократно формировать матрицу системы уравнений и находить ее определитель, здесь требуется произвести лишь одно обращение матрицы.

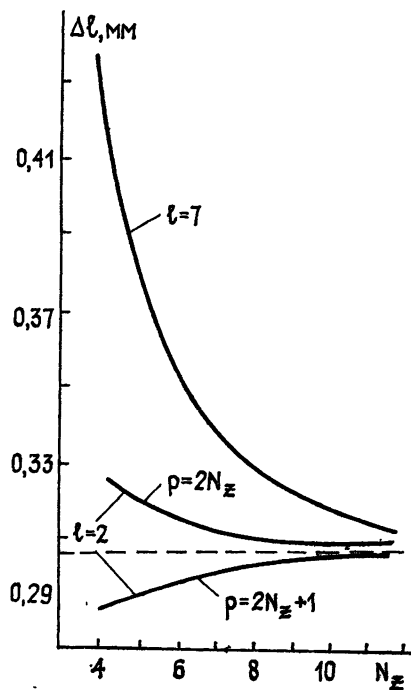


Рис. 6.

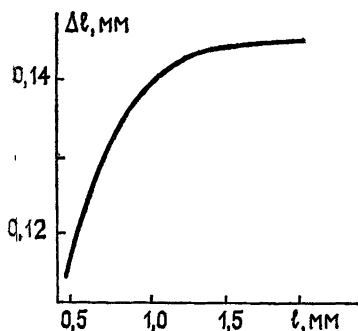


Рис. 7.

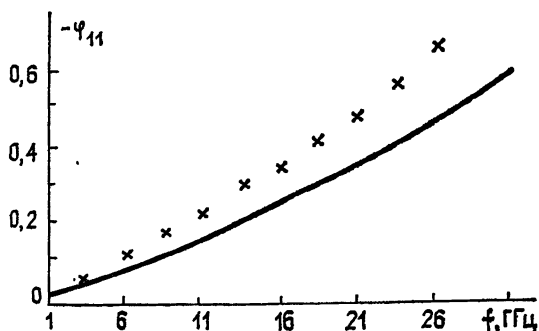


Рис. 8.

Использование интегрирования по частям для понижения порядка особенности ядра импедансного интегрального уравнения позволило реализовать новый метод моделирования полосковых нерегулярностей

с применением ступенчатой аппроксимации решения; хотя основная схема метода уже была известна из [5], она до настоящего времени еще не была реализована без упрощений в постановке задачи.

Проведенные исследования показали, что данный подход эффективен. Он может быть применен для анализа сложных и, в частности, разветвленных нерегулярностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский В. В., Никольская Т. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 12, с. 1423.
2. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ. / Под ред. В. В. Никольского. — М.: Радио и связь, 1982 — 272 с.
3. Никольский В. В., Никольская Т. И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. — М.: Наука, 1983. — 304 с.
4. Никольский В. В., Никольская Т. И., Белова Т. Г. В кн.: Автоматизированное проектирование устройств и систем СВЧ. / Под ред. В. В. Никольского. — М.: МИРЭА, 1982, с. 3.
5. Никольский В. В. — Радиотехника и электроника, 1975, 20, № 3, с. 457.
6. Никольский В. В., Пугачева Т. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 8, с. 1028.
7. Никольский В. В., Никольская Т. И. В кн.: Машинное проектирование устройств и систем СВЧ. / Под ред. В. В. Никольского. — М.: МИРЭА, 1980, с. 27.
8. Коваленко А. Н. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 8, с. 1614.
9. Коваленко А. Н. В кн.: Машинное проектирование устройств и систем СВЧ. / Под ред. В. В. Никольского. — М.: МИРЭА, 1984, с. 23.
10. Jansen R. H., Koster N. H. L. — AEU, 1980, 34, № 11, p. 453.

Московский институт радиотехники, электроники
и автоматики

Поступила в редакцию
8 октября 1984 г.

ELECTROMAGNETIC ANALYSIS OF ABRUPT OPEN END OF SHIELDED STRIP LINE USING TWO-DIMENSIONAL INTEGRAL EQUATION

V. V. Nikol'skij, S. G. Vesnin

A method of electromagnetic modelling of planar structures, based on two-dimensional integral equation is realized for the analysis of abrupt open end of shielded microstrip line. The original equation for current density is reduced to the equation for the derivation of current density, which is solved by Galerkin's method, using stepped approximation.
