

УДК 621.396.677

ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВИБРАТОРОВ ДВУХДИАПАЗОННОЙ СОВМЕЩЕННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

И. А. Болсунов, А. М. Зарубий

Исследована двухдиапазонная совмещенная периодическая решетка цилиндрических тонкостенных вибраторов, размещенных над общим экраном. Составлена система интегральных уравнений типа Халлена для токов вибраторов единичной ячейки. Определено входное сопротивление вибраторов двухдиапазонной решетки при отношении длин волн, равном двум.

В последнее время значительно повысился интерес к исследованию решеток, функционирующих более чем в одном диапазоне. Одним из возможных вариантов их построения является совмещение нескольких однодиапазонных вибраторных решеток в едином раскрытии над общим экраном.

В настоящей работе рассмотрен метод анализа многодиапазонной совмещенной периодической решетки параллельных цилиндрических вибраторов, расположенных над идеально проводящим экраном. Ячейки совмещенной решетки, содержащие вибраторы всех диапазонов, размещены в узлах прямоугольной сетки. Радиусы вибраторов предполагались много меньшими длины волны длинноволнового диапазона, что позволило пренебречь поперечными составляющими токов вибраторов, вариациями токов по окружности, торцевыми токами. Составлена система интегральных уравнений (ИУ) типа Халлена для токов вибраторов ячейки. Система ИУ решена численно для двухдиапазонной решетки. Приведены результаты расчета входного сопротивления вибраторов при сканировании в главных плоскостях.

Расположим прямоугольную систему координат таким образом, что идеально проводящий экран соответствует $z=0$, положение узлов прямоугольной сетки определяется соотношением

$$\rho_{st} = sbx^0 + tdy^0,$$

где ρ_{st} — радиус-вектор узла ячейки (s, t) , s и t — номера, b и d — размеры ячеек вдоль осей x и y , x^0 и y^0 — единичные векторы. Ячейка содержит N цилиндрических вибраторов, оси которых параллельны оси y , r -й вибратор ячейки имеет радиус a_r , длину плеча L_r . Центр r -го вибратора ячейки $(0, 0)$ имеет координаты (x_r^0, y_r^0, z_r^0) .

При анализе совмещенной решетки в одном из диапазонов будем предполагать, что соответствующие вибраторы этого диапазона, называемые далее активными, возбуждаются в бесконечно узком зазоре в центре ЭДС одинаковой амплитуды с фиксированными вдоль осей x и y сдвигами фаз:

$$V_r^{st} = V_r \exp(i k 2 s q + i k 2 t p), \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, V_r^{st} и V_r — ЭДС возбуждения r -го

вибратора ячеек (s, t) и $(0, 0)$. Соответствующие вибраторы других диапазонов, называемые далее пассивными, будем предполагать во всех ячейках нагруженными в бесконечно узком зазоре в центре на одинаковые, в общем случае комплексные, сопротивления.

В соответствии с законом возбуждения (1), токи вибраторов связаны соотношением $I_r^{st}(\xi_r) = I_r(\xi_r) \exp(ik2sq + ik2tp)$, где $I_r^{st}(\xi_r)$ и $I_r(\xi_r)$ — полный ток в сечении ξ_r r -го вибратора ячеек (s, t) и $(0, 0)$, ξ_r — координата, отсчитываемая от центра вибратора в направлении оси y . Положение главного и дифракционных лепестков в пространстве определяется соотношениями [1] $T_{x0} = -\sin \theta_0 \cos \phi_0$, $T_{y0} = -\sin \theta_0 \sin \phi_0$, $T_{xm} = -\sin \theta_{mn} \cos \phi_{mn}$, $T_{yn} = -\sin \theta_{mn} \sin \phi_{mn}$, $T_{xm}^2 + T_{yn}^2 < 1$, где $T_{x0} = 2q/b$, $T_{y0} = 2p/d$, $T_{xm} = T_{x0} + 2m\pi/(kb)$, $T_{yn} = T_{y0} + 2n\pi/(kd)$, углы θ и ϕ сферической системы координат обычным образом связаны с прямоугольной системой. Влияние сопротивления нагрузки Z_{un} u -го пассивного вибратора ячейки $(0, 0)$ эквивалентно воздействию ЭДС $V_u = -I_u(0)Z_{un}$.

Однодиапазонная решетка тонких цилиндрических вибраторов анализировалась в [2, 3]. Применяемая далее методика анализа является развитием методики работы [2] на случай ячейки, содержащей несколько параллельных цилиндрических вибраторов, и заключается в следующем. Ищется решение неоднородного дифференциального уравнения для векторного потенциала, полученного в результате удовлетворения граничного условия для y -й составляющей полного электрического поля на поверхности u -го вибратора ячейки $(0, 0)$ [4]. В полученное решение подставляется значение векторного потенциала, представляющего собой сумму векторных потенциалов, создаваемых всеми вибраторами решетки и их зеркальными изображениями, на поверхности u -го вибратора. Для устранения зависимости результатов от положения точки наблюдения значение векторного потенциала усредняется по окружности вибратора. Располагая точку наблюдения последовательно на всех вибраторах ячейки $(0, 0)$, получим систему ИУ типа Халлена для токов вибраторов:

$$\sum_{r=1}^N \int_{-L_r}^{L_r} I_r(\xi'_r) G_{ur}(\xi'_r, \xi_u) d\xi'_r - B_u \cos k\xi_u - D_u \sin k\xi_u = -\frac{iV_u}{2Z_0} \sin k|\xi_u|, \quad u = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где B_u , D_u — неизвестные постоянные, $Z_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$ — волновое сопротивление окружающей среды, ϵ, μ — абсолютная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды,

$$G_{ur}(\xi'_r, \xi_u) = G_{ur1}(\xi'_r, \xi_u) - G_{ur2}(\xi'_r, \xi_u),$$

$$G_{urj}(\xi'_r, \xi_u) = \frac{1}{4\pi} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \exp(ik2sq + ik2tp) G_{urj}^{st}(\xi'_r, \xi_u); \quad (3)$$

$$G_{urj}^{st}(\xi'_r, \xi_u) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ikR_{urj}^{st}(\xi'_r, \xi_u, \varphi_r, \varphi_u))}{R_{urj}^{st}(\xi'_r, \xi_u, \varphi_r, \varphi_u)} d\varphi_r d\varphi_u; \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 R_{urj}^{st}(\xi_r^{'}, \xi_u, \varphi_r, \varphi_u) = \\
 = V(t d + y_r^0 + \xi_r^{'} - y_u^0 - \xi_u)^2 + (\eta_{urj}^s)^2 + (a_r)^2 - 2\eta_{urj}^s a_r \cos \varphi_r, \\
 (5) \\
 \eta_{urj}^s = \sqrt{(\rho_{urj}^s)^2 + (a_u)^2 - 2a_u \rho_{urj}^s \cos \varphi_u},
 \end{aligned}$$

$$\rho_{urj}^s = \sqrt{(h_{urj})^2 + (sb + x_r^0 - x_u^0)^2}, \quad h_{ur1} = z_r^0 - z_u^0, \quad h_{ur2} = z_r^0 + z_u^0.$$

Определив токи вибраторов из системы ИУ (2), можно вычислить все характеристики решетки.

Непосредственное использование выражений (3) и (4) затруднено медленным убыванием слагаемых в (3) при увеличении $|s|$ и $|t|$ и необходимостью вычисления двойных интегралов. Для интегрирования по φ_r необходимо сумму по t в (3) преобразовать с помощью формулы суммирования Пуассона [5] и применить «теорему сложения» цилиндрических функций [6]. Для интегрирования по φ_u необходимо повторно применить «теорему сложения». Сходимость суммы по s при необходимости улучшается применением формулы суммирования Пуассона и преобразования Куммера [5]. Получаемые при этом формулы не приводятся вследствие их громоздкости.

Более простые выражения для $G_{urj}^{st}(\xi_r^{'}, \xi_u)$ могут быть получены применением приближенных выражений для $R_{uri}^{st}(\xi_r^{'}, \xi_u, \varphi_r, \varphi_u)$, использующихся в теории тонких вибраторов. Так, полагая в (5) $a_u \rightarrow 0$, т. е. располагая точку наблюдения на оси u -го вибратора, избавляемся от необходимости вычисления интеграла по φ_u . Такой подход использован в [3] при составлении ИУ для тока вибраторов однодиапазонной периодической решетки. Полагая $a_u \rightarrow 0$ и $a_r \rightarrow 0$, когда точки источника и наблюдения принадлежат разным вибраторам, т. е. заменяя расстояния между точками поверхностей разных вибраторов расстояниями между точками на их осях, избавляемся от необходимости вычисления в этих случаях интегралов по φ_r и φ_u . Когда точки источника и наблюдения принадлежат одному вибратору, остается интеграл по φ_u . Такое приближение предложено в работе [7] при составлении системы ИУ типа Халлена для нескольких параллельных вибраторов и использовано в работе [8] при составлении системы ИУ, аналогичной (2). Полагая $a_r \rightarrow 0$ и $\varphi_u = \pi/2$ при $h_{ur1} = 0$ и $a_r \rightarrow 0$, $a_u \rightarrow 0$ в других случаях, получим еще одно приближение для $G_{urj}^{st}(\xi_r^{'}, \xi_u)$, использованное в [4] при анализе однодиапазонной периодической решетки.

Вопрос о выборе того или иного приближения для R_{urj}^{st} составляет предмет отдельного исследования. Отметим только некоторые моменты. Наиболее точным является приближение, использованное в работе [8]. При этом, однако, не удается существенно улучшить сходимость рядов (3) в случае $h_{ur1} = 0$. Кроме того, при расчетах необходимо проводить численное интегрирование по φ_u и применять специальные меры для выделения особенности, когда точки источника и наблюдения принадлежат одному вибратору [7]. Применение первого и третьего из названных приближений для R_{urj}^{st} приводит к близким результатам в случае однодиапазонной решетки [4]. Третье приближение представляется наиболее удачным в вычислительном отношении, поскольку в этом случае применение формулы суммирования Пуассона к суммам по s и t позволяет получить быстросходящийся двойной ряд по гармоникам Флеке [1] для всех значений u и r .

После решения системы ИУ (2) можно вычислить все характеристики решетки. Для получения численных результатов система ИУ решалась с использованием приведенных выше выражений для ядер, преобразованных по описанной методике. При выборе функции, ап-

проксимирующей ток вибратора, необходимо учитывать, что она должна удовлетворять требованию ограниченности производной [7], хорошо описывать поведение тока на его концах и в месте включения сторонней ЭДС или нагрузки, обеспечивать достаточную точность результа-тов при небольшом количестве содержащихся в ней неизвестных по-стоянных. Функция, отвечающая приведенным требованиям, предложена в [8–11] для анализа характеристик одиночного и двух взаимодействующих вибраторов и применена в [4, 12] при анализе характеристик однодиапазонной вибраторной решетки. В соответствии с [4, 9–12] пред-ставим искомый ток вибратора в виде суммы полиномов

$$I_r(\xi'_r) = \begin{cases} \sum_{v=1}^{M_r} A_{rv+} (1 - \xi'_r/L_r)^v, & \xi'_r \geq 0 \\ \sum_{v=1}^{M_r} A_{rv-} (1 + \xi'_r/L_r)^v, & \xi'_r \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

с неизвестными коэффициентами A_{rv+} и A_{rv-} , где M_r — количество по-линомов. Подставив (6) в (2) и согласовав u -е уравнение в $2M_u+1$ точках, равномерно расположенных вдоль u -го вибратора [8–11], полу-чим систему из $\sum_{u=1}^N (2M_u+1)$ линейных алгебраических уравнений для неизвестных A_{uv+} , A_{uv-} , B_u , D_u . При этом интеграл по ξ'_r выра-жается через элементарные функции.

Как показано в [9], применение трех полиномов в случае одиноч-ных вибраторов, длина плеча которых не превышает 0,8 длины волны, позволяет рассчитывать форму тока и получать значения входной про-

водимости, близкие к измеренным. При дальнейшем увеличении длины вибратора для удовлетворительного описания формы тока необходимо увеличивать количество полиномов или искать более подходящую аппроксимирующую функцию. Дан-ный результат позволяет предполо-жить, что применение аппроксима-ции (6) для токов всех вибраторов допустимо¹ при соотношении длин волн крайних диапазонов, не пре-вышающем 3 : 1. В случае иссле-дования характеристик решетки в ко-

Рис. 1.

ротковолновом диапазоне может потребоваться использование более адек-ватной аппроксимирующей функции для токов пассивных вибраторов, длина плеча которых превышает 0,8 длины волны.

Численно исследовались характеристики двухдиапазонной решетки при соотношении длин волн, равном двум. Рассматривалась решетка следующей геометрии (рис. 1): $b=d=1,14\lambda_1$, $a_1=\dots=a_4=0,007022\lambda_1$, $a_5=2a_1$, $L_1=\dots=L_4=0,25\lambda_1$, $L_5=0,5\lambda_1$, $h_1=\dots=h_4=0,25\lambda_1$, $h_5=0,5\lambda_1$, $x_2^0=x_4^0=y_1^0=y_2^0=0,285\lambda_1$, $x_1^0=x_3^0=y_3^0=y_4^0=-x_2^0$, $x_5^0=y_5^0=0$, где λ_1 — длина волны коротковолнового диапазона. Рассматривался режим вынужденного возбуждения активных вибраторов ЭДС одинаковой амплитуды, причем фазы ЭДС возбуждения соседних активных вибраторов при работе в коротковолновом диапазоне отличались на kq и $k\varphi$ по осям x и y соответственно.

Исследовалась сходимость токов вибраторов в обоих диапазонах при увеличении количества полиномов M_r (6) для различных положе-

ний главного лепестка в пространстве. При работе в длинноволновом диапазоне ток на пассивных вибраторах сходился весьма быстро — применение двух и трех полиномов для каждого плеча приводило к близким результатам. Для активных полуволновых вибраторов к близким результатам приводило применение трех и четырех полиномов. Результаты, полученные с использованием пяти полиномов, практически не отличались от полученных с использованием четырех. Те же результаты для активных полуволновых вибраторов были получены и при работе решетки в коротковолновом диапазоне. В этом случае ток на пассивных волновых вибраторах стабилизировался начиная с применения четырех полиномов для каждого плеча.

Отдельно исследовалось поведение тока в центре короткозамкнутого пассивного вибратора, сопротивление нагрузки которого равно нулю, поскольку применение аппроксимации (6) приводит к тому, что вычисленное распределение содержит излом в центре не только при отличном от нуля сопротивлении нагрузки, в то время как ток реальных короткозамкнутых пассивных вибраторов не имеет изломов. Оказалось, что излом вычисленного тока в центре пассивных короткозамкнутых вибраторов при работе решетки в обоих диапазонах весьма мал. Для проверки точности результатов, полученных с использованием аппроксимации (6) в случае пассивных короткозамкнутых вибраторов, методом численного решения по приведенной методике системы двух ИУ типа Халлена исследовались характеристики излучателя, состоящего из активного и параллельного ему пассивного короткозамкнутого вибратора таких же размеров. Для такой системы в [13] приведены экспериментально полученные характеристики. С целью упрощения расчетов использовалась замена поверхностных токов вибраторов нитями токов на их осях и расстояния между точками поверхностей вибраторов расстоянием между соответствующими точками их осей. Входная проводимость активного вибратора и диаграмма направленности излучателя в плоскости H , полученные в результате расчета, оказались близкими к измеренным как в случае полуволновых, так и волновых вибраторов, что позволяет предположить допустимость применения аппроксимации (6) при произвольных, в том числе нулевых, сопротивлениях нагрузки пассивных вибраторов совмещенной решетки.

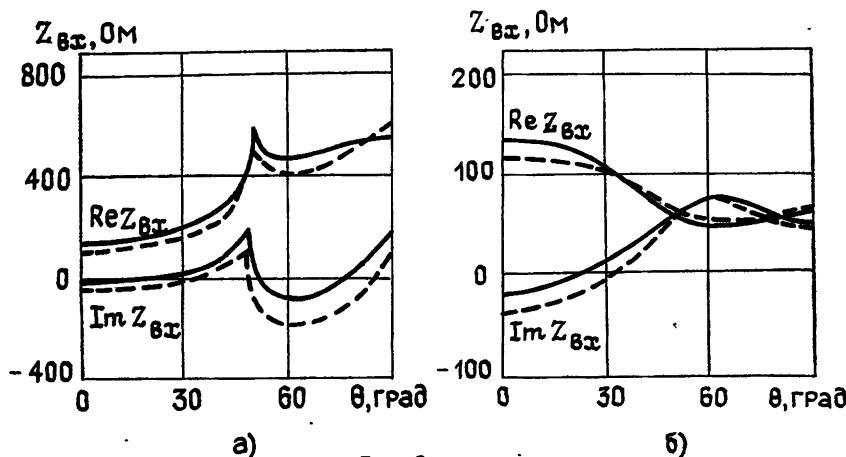


Рис. 2.

На рис. 2а, б приведены результаты расчета входного сопротивления длинноволновых вибраторов при сканировании в плоскостях $H(\phi=0)$ и $E(\phi=90^\circ)$ соответственно. Пассивные вибраторы предполагались короткозамкнутыми. Сплошная линия соответствует однодиапазон-

зонной, штриховая — двухдиапазонной решетке. Как следует из приведенных графиков, искажения характеристик длинноволновой решетки, обусловленные наличием коротковолновой, незначительны. Излом на графиках при сканировании в плоскости H соответствует появлению дифракционного лепестка. При сканировании в плоскости E указанная особенность не наблюдается. На рис. 3 приведены результаты расчета входного сопротивления коротковолновых вибраторов при короткозамкнутых длинноволновых вибраторах. Графики изменения действительной и мнимой части входного сопротивления при сканировании в плоскости H приведены на рис. 3 а, б соответственно. Сплошная линия соответствует однодиапазонной, штриховая — вибраторам 1, 3, точечная — вибраторам 2, 4 двухдиапазонной решетки. Графики изменения входного сопротивления при сканировании в плоскости E приведены на рис. 3 в. Сплошная линия соответствует однодиапазонной, штриховая — вибраторам 1, 2, точечная — вибраторам 3, 4 двухдиапазонной решетки. Как видно из графиков, искажения характеристик коротковолновой решетки при сканировании в плоскости H весьма существенны. Приближение главного лепестка к углу, при котором возникает дифракционный лепесток однодиапазонной решетки, сопровождается резким изменением входного сопротивления вибраторов 2, 4. Изменения входного сопротивления при сканировании в плоскости E не столь существенны. В местах возникновения (изчезания) дополнительных дифракционных лепестков, обусловленных наличием длинноволновых вибраторов, наблюдаются незначительные изломы на графиках.

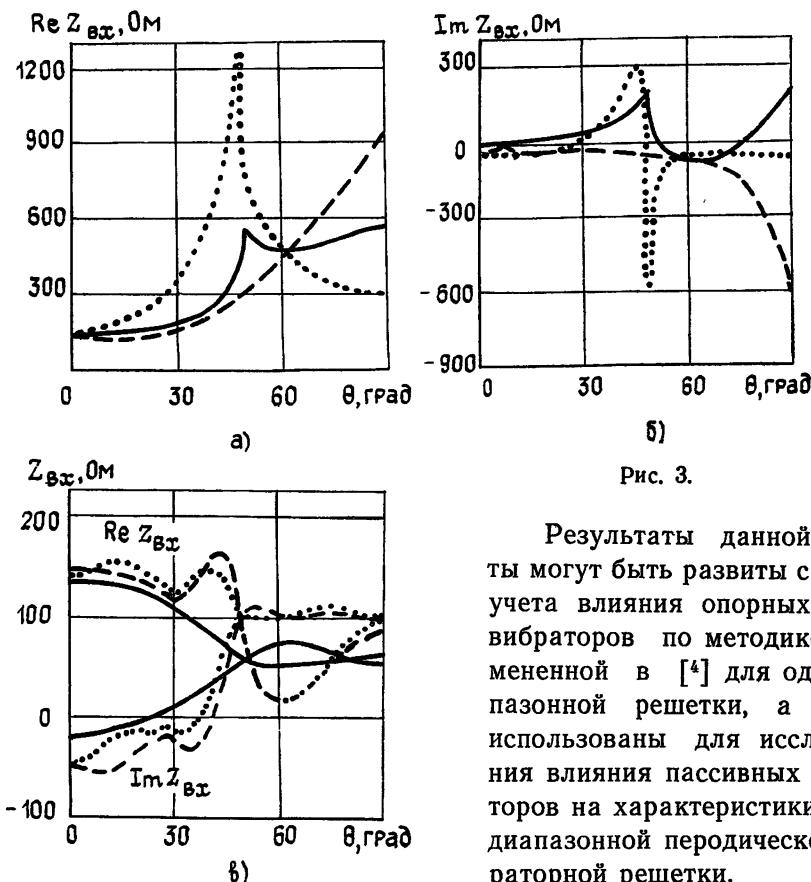


Рис. 3.

Результаты данной работы могут быть развиты с целью учета влияния опорных стоек вибраторов по методике, примененной в [4] для однодиапазонной решетки, а также использованы для исследования влияния пассивных вибраторов на характеристики однодиапазонной периодической вибраторной решетки.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амйтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. — М.: Мир, 1974.
2. Chang V. W. H. — Proc. IEEE, 1968, 56, № 11, р. 1892.
3. Бодров В. В., Марков Г. Т. — Сб. научно-методич. статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1977, вып. 1, с. 129.
4. Богомягков А. И., Бодров В. В., Марков Г. Т., Старостенко Б. А. — Сб. научно-методич. статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1980, вып. 4, с. 164.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1974.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматиз, 1963.
7. Тихонов А. Н., Дмитриев В. И. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. — М.: Гос. ун-т, 1968, вып. 10, с. 3.
8. Пономарев Л. И. — Сб. научн. трудов МАИ. — М., 1981, с. 8.
9. Ropovic B. D. — Proc. IEE, 1970, 117, № 5, р. 873.
10. Ropovic B. D. — Proc. IEE, 1970, 117, № 9, р. 1735.
11. Ropovic B. D. — IEEE Trans., 1971, AP-19, № 1, р. 117.
12. Марков Г. Т., Богомягков А. И. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1975, 18, № 7, с. 11.
13. King R. W. P., Harrison C. W. Antennas and Waves: A Modern Approach. — Cambridge, Mass., MIT Press, 1969.

Поступила в редакцию
15 сентября 1983 г.,
после переработки
22 июня 1984 г.

INPUT IMPEDANCE OF DIPOLES IN TWO-BAND COINCIDENT PERIODIC ARRAY

I. A. Bolsunov, A. M. Zarubij

Two-band coincident periodic array of cylindrical dipoles with thin walls, located above a ground plane, is investigated. The system of integral equations by Hallen type for dipole currents of a single cell are formulated. The input impedance of dipoles of two-band array in wavelength relations equal to 2 is determined.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В статье Г. Н. Бойко и др. «Динамические характеристики стимулированного радиоизлучения ионосферной плазмы» («Радиофизика», 1985, № 4, с. 395—405) в списке авторов ошибочно опущена фамилия одного из авторов работы — М. А. Юрищева.

Авторы