

УДК 538.566

О ВЛИЯНИИ ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ИОНОСФЕРЫ НА ПОЛЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ

О. В. Соловьев

Исследована задача о поле вертикального электрического диполя в локально-неоднородном плоском волноводе; неоднородность верхней стенки волновода задается введением неоднородного по площади импеданса. В скалярном приближении задача сведена к двумерному интегральному уравнению, решение которого строится методом последовательных приближений, в качестве начального приближения используется решение задачи для регулярного импедансного волновода. Оценено влияние на поле в волноводе неоднородности типа пятна, создаваемой путем искусственного СВЧ-нагрева ионосферы.

Работа посвящена оценке влияния локальных неоднородностей ионосферы на распространение электромагнитных волн в приземном волноводе. Значительные локальные неоднородности в нижней ионосфере связаны с образованием слоев E_s , выпадением протонов из радиационных поясов и т. п. К возникновению в ионосфере областей с пониженной концентрацией заряженных частиц, так называемых дыр, приводят выбросы химически активных продуктов сгорания двигателей ракет при их запуске [1]. Локальными изменениями параметров ионосферной плазмы сопровождаются и активные эксперименты по нагреву ионосферы, проводимые в настоящее время [2].

В последние годы в печати появился ряд работ, посвященных исследованию влияния локальных неоднородностей ионосферы на распространение СНЧ-полей. Авторы этих работ исходят из предположения, что локальные изменения свойств ионосферной стенки волновода могут быть в полной мере учтены введением некоторой постоянной распространения СНЧ, значения которой меняются как вдоль, так и поперек трассы распространения радиоволн. Поскольку в области, занятой неоднородностями естественного типа (E_s , выпадение протонов), затухание СНЧ может возрастать в несколько раз, то изменения такой постоянной распространения СНЧ в волноводе Земли—ионосфера также весьма существенны. Задача сводится к двумерному интегральному уравнению, ядро которого содержит разность $(S^2 - S_0^2)$ постоянных распространения в регулярном волноводе и в волноводе со свойствами локальной неоднородности ионосферы. Это уравнение решается либо в первом приближении теории возмущений [3-5], либо методом моментов [6]. Фактически решается скалярная волновая задача в неоднородном плоском промежутке Земля—ионосфера, для учета сферической геометрии вводится множитель вида $\sqrt{\theta/\sin\theta}$, $\theta = d/a_e$ [3, 6], где d —расстояние источник—точка наблюдения, a_e —радиус Земли.

В данной работе мы не будем ограничиваться диапазоном СНЧ и применим подход, развиваемый в задачах распространения радиоволн над неоднородной в электрическом отношении земной поверхностью [7-9], где неоднородность поверхности, над которой происходит распространение радиоволн, учитывается введением неоднородно-

то по площади импеданса, который может изменяться как в направлении трассы распространения радиоволн, так и поперек нее.

Рассматривается задача о поле вертикального электрического диполя в плоском волноводе, границы которого в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , связанной с источником, определяются уравнениями: $z=0$, $z=h$, а свойства заполнения совпадают со свойствами вакуума. Считаем, что свойства нижней стенки волновода описываются приведенным поверхностным импедансом δ_3 , а свойства верхней стенки — импедансом $\delta_{\text{н}}(r, \varphi)$, который считается функцией координат r и φ . Источник располагается в точке с координатами $(0, 0, z_0)$.

Введение поперечной зависимости импеданса (от координаты φ) наоборот приводит к тому, что наряду с ТМ-компонентами поля, возбуждаемыми источником, при отражении от поперечно-неоднородной ионосферной стенки должна наблюдаться деполяризация поля. Однако, как показано в [7], при некоторых условиях на $\delta_{\text{н}}$ и размеры области неоднородности, поле, возникающей при отражении поляризации, будет значительно меньше поля основной поляризации. Это позволяет нам рассматривать модельную задачу, в которой поле, возбуждаемое вертикальным электрическим диполем, определяется однокомпонентным вектором Герца $\Pi = \Pi e_z$, который удовлетворяет уравнению Гельмгольца внутри волновода и импедансным граничным условиям

$$\partial \Pi / \partial z = -ik\delta_3 \Pi \quad \text{при } z=0, \quad (1)$$

$$\partial \Pi / \partial z = ik\delta_{\text{н}}(r, \varphi) \Pi \quad \text{при } z=h$$

на стенках волновода.

Используя скалярную теорему Грина, такую задачу можно свести к интегральному уравнению

$$\begin{aligned} \Pi(\mathbf{R}) = \Pi_0(\mathbf{R}) + \frac{ik\epsilon_0}{P_0} \int_{S_3} \Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Pi(\mathbf{R}') (\delta_3 - \delta_3^{(0)}) dS' + \\ + \frac{ik\epsilon_0}{P_0} \int_{S_{\text{н}}} \Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Pi(\mathbf{R}') (\delta_{\text{н}}(\mathbf{R}') - \delta_{\text{н}}^{(0)}) dS', \end{aligned} \quad (2)$$

где в качестве функции Грина $\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ использован вектор Герца задачи о возбуждении вертикальным электрическим диполем P_0 регулярного импедансного волновода, свойства стенок которого описываются постоянными импедансами $\delta_3^{(0)}$ и $\delta_{\text{н}}^{(0)}$. В формуле (2) использованы следующие обозначения: P_0 — полный дипольный момент источника, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ — волновое число в вакууме, \mathbf{R} — радиус-вектор точки наблюдения, \mathbf{R}' — радиус-вектор точки интегрирования, S_3 — поверхность Земли, а $S_{\text{н}}$ — поверхность ионосферы. Чтобы исключить в (2) интеграл по поверхности Земли, достаточно $\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ определить из такой регулярной задачи, в которой $\delta_3^{(0)} = \delta_3$, т. е. импеданс нижней стенки волновода совпадает с постоянным импедансом Земли исходной задачи (1). Выбирая $\delta_{\text{н}}^{(0)}$ равным поверхностному импедансу невозмущенной части ионосферы, можно сократить область интегрирования до размеров локальной неоднородности S_v верхней стенки волновода.

Здесь необходимо отметить, что задача о поле вертикального электрического диполя в сферическом или цилиндрическом волноводе, на

стенках которого поле и, следовательно, однокомпонентный вектор Герца удовлетворяют импедансному граничному условию

$$\partial \Pi(M) / \partial n = ik \delta(M) \Pi(M),$$

где $\delta(M)$ — импеданс Земли или ионосферы, n — внешняя нормаль к поверхностям, ограничивающим волновод, приводится к тому же уравнению (2):

$$\Pi(R) = \Pi_0(R) + \frac{ik\epsilon_0}{P_0} \int_{S_0} \Pi_0(R, R') \Pi(R') (\delta_n(R') - \delta_n^{(0)}) dS', \quad (3)$$

где S_0 будет соответственно частью сферы или цилиндрической поверхности, а $\Pi_0(R)$ есть вектор Герца в регулярном сферическом или цилиндрическом волноводе, свойства нижней стенки которого совпадают со свойствами нижней стенки исходного волновода.

Вернемся к задаче в плоском волноводе. Тогда для $\Pi_0(R)$ возможны различные представления либо в виде обратного преобразования Фурье—Бесселя, либо в виде ряда нормальных волн [10], либо в виде разложения по скачкам [11]. Мы воспользуемся рядом нормальных волн — разложением по спектру поперечного оператора задачи:

$$\Pi_0(R) = \frac{iP_0}{k\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n H_0^{(1)}(\mu_n r) f_n(z) f_n(z_0),$$

где

$$\Lambda_n = \frac{k}{2h} \left\{ 1 - i \frac{k(\delta_n^{(0)} + \delta_3)}{\alpha_n h} - \frac{k^2 \delta_3^2}{\alpha_n} + \frac{k^3 \delta_n^{(0)} \delta_3 (kh \delta_n^{(0)} \delta_3 + i \delta_n^{(0)} + i \delta_3)}{\lambda_n^2 \alpha_n h} \right\}^{-1}, \quad (4)$$

$\alpha_n = \lambda_n^2 - k^2 \delta_n^{(0)2}$, $\lambda_n = \sqrt{k^2 - \mu_n^2}$, $\text{Im} \sqrt{k^2 - \mu_n^2} \geq 0$, $f_n(x) = \cos \lambda_n x - (ik\delta_3/\lambda_n) \sin \lambda_n x$ — высотные множители, $H_0^{(1)}(\mu_n r)$ — функция Ханкеля первого рода. В данном случае спектр поперечного оператора задачи чисто дискретный и состоит из бесконечного счетного числа точек μ_n , $n=1, 2, \dots$, которые определяются корнями следующего трансцендентного уравнения:

$$k(\delta_n^{(0)} + \delta_3) \lambda^{-1} \cos \lambda h - i(1 + k^2 \delta_n^{(0)} \delta_3 / \lambda^2) \sin \lambda h = 0, \quad (5)$$

расположенными в верхней полуплоскости (μ). Будем считать, что свойства волновода таковы, что уравнение (5) кратных корней не имеет.

Чтобы получить $\Pi_0(R, R')$, в выражении (4) произведем следующие замены: $r \rightarrow r_1 = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \varphi}$, $z_0 \rightarrow z' = h$.

Будем рассматривать только такие локальные неоднородности, размеры которых малы в масштабе длины трассы распространения. Тогда, учитывая, что для большинства практически значимых случаев выполняется условие $|\delta_n^{(0)} - \delta_n| \ll 1$, оказывается возможным решать уравнение (3) методом последовательных приближений. В первом приближении получаем

$$\begin{aligned} \Pi(r, \varphi, z, z_0) &= \frac{iP_0}{k\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n f_n(z) f_n(z_0) \times \\ &\times \{H_0^{(1)}(\mu_n r) - (f_n(h)/f_n(z_0)) W_n(r, \varphi)\}, \end{aligned} \quad (6)$$

Где

$$W_n(r, \varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} \Lambda_l f_l(h) f_l(z_0) \int_{S_v} H_0^{(1)}(\mu_n r_1) H_0^{(1)}(\mu_l r') (\delta_n(r', \varphi') - \delta_n^{(0)}) dS'$$

Произведем оценку поверхностного интеграла в формуле (6). Если область возмущения S_v расположена достаточно далеко от источника и от приемника, так что выполняются неравенства

$$kr' |v_n| \gg 1 \text{ и } kr_1 |v_n| \gg 1 \text{ для всех } v_n = \mu_n/k, \quad (7)$$

то для функций Ханкеля можно использовать их асимптотические представления. Будем также считать, что $\delta_n^{(0)} - \delta_n = \text{const}$, и вынесем эту разность из-под знака интеграла. Тогда останется оценить интеграл вида

$$p_{nl} = \frac{-2i}{\pi k \sqrt{v_n v_l}} \int_{S_v} \exp[ik(v_n r_1 + v_l r')] \frac{dS'}{\sqrt{r_1 r'}}$$

Следуя работам [8, 9], введем эллиптические координаты (u, v) с помощью формул $r' = (r/2)(\text{ch } u + \cos v)$, $r_1 = (r/2)(\text{ch } u - \cos v)$, в результате

$$p_{nl} = \frac{-2i}{\pi k \sqrt{v_n v_l}} \iint_{S_v} \sqrt{r_1 r'} \exp\left[i \frac{kr}{2} (\text{ch } u (v_n + v_l) + (v_l - v_n) \cos v)\right] du dv$$

Для начала рассмотрим случай, когда S_v мала настолько, что поведение подынтегральной функции в пределах S_v можно определить, разлагая $\sqrt{r_1 r'}$ и функцию из показателя экспоненты в ряды относительно некоторой средней точки возмущенной области (u_0, v_0) . Если в качестве S_v взять $u_1 \leq u \leq u_2$, $v_1 \leq v \leq v_2$, где u_1, u_2 и v_1, v_2 — некоторые константы, и ограничиться в разложении $\sqrt{r_1 r'}$ — нулевым, а в разложении функции $\text{ch } u (v_l + v_n) + (v_l - v_n) \cos v$ — квадратичными членами разложения по степеням $(u - u_0)$ и $(v - v_0)$, то можно получить

$$p_{nl} = \frac{-ir}{\pi k \sqrt{v_n v_l}} \sqrt{\text{ch}^2 u_0 - \cos^2 v_0} I_u(v_l, v_n) I_v(v_l, v_n), \quad (8)$$

$$I_u(v_l, v_n) = (\pi/k r \text{ch } u_0)^{1/2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{v_l + v_n}} \times$$

$$\times \left\{ \psi(B_1) \exp\left[i \frac{kr}{2} (v_l + v_n) \text{ch } u_1\right] - \psi(B_2) \exp\left[i \frac{kr}{2} (v_l + v_n) \text{ch } u_2\right] \right\},$$

$\psi(x) = e^{-x^2} \text{erfc}(-ix)$ — интеграл вероятностей комплексного аргумента, где $2B_j = e^{i\pi/4} (kr \text{ch } u_0)^{1/2} (u_j - u_0 + \text{th } u_0) \sqrt{v_l + v_n}$, $j=1, 2$,

$$I_v(v_l, v_n) = \left(\frac{\pi}{kr \cos v_0}\right)^{1/2} \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{v_l - v_n}} \left\{ \psi(D_1) \exp\left[i \frac{kr}{2} (v_l - v_n) \cos v_1\right] - \psi(D_2) \exp\left[i \frac{kr}{2} (v_l - v_n) \cos v_2\right] \right\}, \quad (9)$$

где $2D_j = e^{i3\pi/4} (kr \cos v_0)^{1/2} (v_j - v_0 + \text{tg } v_0) \sqrt{v_l - v_n}$, $j=1, 2$.

В том случае, когда $v_l = v_n$,

$$I_v(v_l, v_n) = v_2 - v_1. \quad (10)$$

Выражение (9) при $\cos v_0 \rightarrow 0$ имеет предел

$$I_v(v_l, v_n) |_{\cos v_0 \rightarrow 0} = \frac{2i}{kr(v_l - v_n)} \{ \exp [(ikr/2)(v_l - v_n) \cos v_2] - \exp [(ikr/2)(v_l - v_n) \cos v_1] \},$$

который при $v_l = v_n$ также переходит в (10).

Область применимости представления (8) определяется следующими неравенствами:

$$(kr/12) |v_l + v_n| (u_j - u_0)^3 |\operatorname{sh} u_\xi| \ll 1,$$

$$(kr/12) |v_l - v_n| (v_j - v_0)^3 |\sin v_\xi| \ll 1,$$

$$\left| \operatorname{sh} u_0 \left(-\operatorname{sh} u_0 + \frac{\exp [(ikr/2)(v_l + v_n) \operatorname{ch} u_2] - \exp [(ikr/2)(v_l + v_n) \operatorname{ch} u_1]}{I_u(v_l, v_n) ikr (v_l + v_n)/2} \right) + \sin v_0 \left(-\sin v_0 + \frac{\exp [(ikr/2)(v_l - v_n) \cos v_1] - \exp [(ikr/2)(v_l - v_n) \cos v_2]}{I_v(v_l, v_n) ikr (v_l - v_n)/2} \right) \right| \ll \ll \operatorname{ch}^2 u_0 - \cos^2 v_0, \quad (11)$$

$n, l = 1, 2, \dots$, где $|\operatorname{sh} u_\xi|$ — максимальное по модулю значение $\operatorname{sh} u$ на промежутке $u_1 \leq u \leq u_2$, а $|\sin v_\xi|$ — максимальное по модулю значение $\sin v$ на промежутке $v_1 \leq v \leq v_2$. Как нетрудно видеть, условия (11) накладывают ограничения на продольные и поперечные размеры возмущенной области S_{v_l} , причем допустимые размеры S_v различны для разных (u_0, v_0) , т. е. зависят от положения этой области относительно линии, соединяющей источник и точку наблюдения. Выполнения условий (11) следует требовать для всех нормальных волн номеров n и l , вклад которых в полное поле оказывается значимым.

Наряду с выражением (8) возможна не зависящая от размеров возмущенной области асимптотическая оценка P_{nl} по большому параметру $\Omega = kr/2$. Вывод приведенных ниже формул мы вынесем в Приложение и запишем окончательный результат:

$$P_{nl} = \frac{r (\exp [i\Omega (v_l - v_n) \cos v_2] - \exp [i\Omega (v_l - v_n) \cos v_1])}{\pi k \sqrt{v_l v_n} (v_l - v_n)} \times \times \frac{\Phi(u_1, u_2)}{\Omega} \quad \text{при } v_l \neq v_n,$$

$$P_{nl} = [ir\Phi(u_1, u_2)/\pi k v_n] (\cos v_2 - \cos v_1) \quad \text{при } v_l = v_n,$$

$$\Phi(u_1, u_2) = 2K_0(-i\Omega(v_l + v_n)) - \exp [i\Omega(v_l + v_n)] \times \quad (12)$$

$$\times \left\{ \frac{\sqrt{2/\Omega}}{a} (Q(\sqrt{\Omega} S_1) + Q(\sqrt{\Omega} S_2)) + \frac{\exp(-\Omega S_1^2)}{\Omega} \frac{(\operatorname{ch}(u_1/2) - 1)}{a^2 \operatorname{sh} u_1} + \right.$$

$$+ \frac{\exp(-\Omega S_2^2)}{\Omega} \frac{(1 - \operatorname{ch}(u_2/2))}{a^2 \operatorname{sh} u_2} + O(\Omega^{-3/2}) \Big\},$$

$$S_1 = -a\sqrt{2} \operatorname{sh}(u_1/2), \quad S_2 = a\sqrt{2} \operatorname{sh}(u_2/2),$$

$$a = \exp(-i\pi/4 + (i/2) \arg(v_l + v_n)) |v_l + v_n|^{1/2}, \quad Q(x) = \int_x^\infty \exp(-y^2) dy.$$

В силу условий (7) для функции $K_0(-i\Omega(v_l + v_n))$ (модифицированная функция Бесселя) достаточно использовать ее асимптотическое разложение для больших значений аргумента.

Необходимо отметить, что никаких принципиальных трудностей не возникает при асимптотической оценке рассмотренных интегралов и в том случае, когда границы S_v имеют более сложный характер $u_1(v)$ и $u_2(v)$. Однако, интересуясь оценкой эффекта присутствия на трассе возмущенной области S_v , мы не будем приводить здесь выражения P_{nl} для различных геометрий S_v .

Как видно, из-за громоздкости полученных формул (6), (8), (12) конкретные выводы из них могут быть сделаны только на основе численного счета. Поскольку представленные выражения (8), (12) оказываются практически равнозначными, то выбор между этими формулами определяется только удобствами численной реализации конкретной задачи.

В качестве примера оценим влияние неоднородности типа пятна, создаваемой путем искусственного СВЧ-разогрева ионосферы. Для определения $\delta_n^{(0)}$ и δ_n воспользуемся результатами работы [2], где представлены высотные профили электронной концентрации и частоты соударений для дневной ионосферы в спокойном состоянии и ионосферы, подвергнутой СВЧ-нагреву. Выберем возмущенные профили, соответствующие частоте воздействия $F = 2,8 \text{ МГц}$ и мощности $W = 50 \text{ МВт}$. Влиянием магнитного поля Земли в данном случае можно пренебречь.

Интегрируя численно уравнения Максвелла для плоских волн, падающих наклонно на неоднородную среду, получаем на нижней границе интегрирования значение импеданса $\delta_{nk}^{(0)}$, которое затем пересчитывается по вакууму на эффективную высоту $z = h$ [12]. Интегрирование производится сверху вниз таким образом, что область, существенная при отражении, оказывается внутри области интегрирования. Аналогично получается значение δ_n , которое после интегрирования пересчитывается на уже полученную высоту $z = h$. По известным $\delta_n^{(0)}$, h и заданным δ_3 и частоте f из уравнения (5) определяются собственные числа нормальных волн v_n^* . Повторяя описанный процесс, мы добивались того, чтобы полученные в результате импедансы $\delta_n^{(0)}$ и δ_n соответствовали углу падения плоской волны на неоднородный слой, синус которого определялся бы первым собственным числом регулярной волноводной задачи. В результате для $f = 20,5 \text{ кГц}$ и профилей [2] получается: $\delta_n^{(0)} = 0,3711 - 0,0022 i$, $\delta_n = 0,2402 + 0,1269 i$, $h = 62,1 \text{ км}$, $v_1 = 0,9983 + 0,35 \cdot 10^{-3} i$.

Анализ поведения v_n с ростом n показывает, что начиная с $n = 5$ мнимая часть v_n монотонно увеличивается. Это является основным фактором, обеспечивающим быструю сходимость рядов в формулах (6). В зависимости от расстояния r источник — точка наблюдения и требуемой точности вычислений число членов N и L , которое имеет смысл удерживать в рядах, меняется. Для получения результата мы

* Во всех последующих вычислениях, не ограничивая общности, считается $\delta_3 = 0$.

суммировали все нормальные волны, вклад которых (по отношению к первому члену ряда) был не меньше чем 10^{-5} . В рассмотренных случаях число их не превышало восьми.

Расчет проводился для функции ослабления, введенной по формуле

$$\Pi(r, \varphi, z, z_0) = (P_0/2\pi\epsilon_0) (\exp(ikr)/r) V(r, \varphi, z, z_0).$$

Рассматривались следующие величины: $\Delta M = (|V| - |V_0|)/|V_0|$ — относительная разность модулей функций ослабления на данной трассе в условиях невозмущенной ионосферы (V_0) и ионосферы, подвергнутой СВЧ-нагреву в области $S_o(V)$, $\Delta\Phi = \arg V - \arg V_0$ — разность аргументов соответствующих функций ослабления.

На рис. 1 представлена зависимость ΔM и $\Delta\Phi$ от $\Delta y/r$ — поперечных размеров возмущенной области — для следующих геометрических параметров трассы распространения: $kr=500$, полуширина возмущенной области в продольном направлении $\Delta x/r=0,1$, $z=0$, $z_0=0,05h$, область располагается над центром трассы. Буквами b_j ($j=1, 2, \dots, 7$) на рисунке отмечены размеры малых полуосей соответствующих зон Френеля. Осциллирующая зависимость ΔM и $\Delta\Phi$ от $\Delta y/r$ находится в полном соответствии с концепцией зон Френеля.

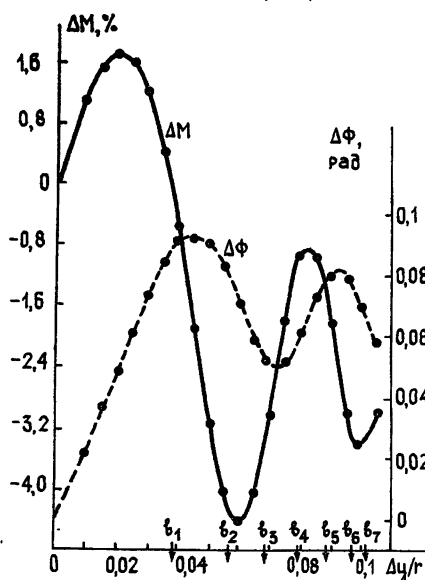


Рис. 1.

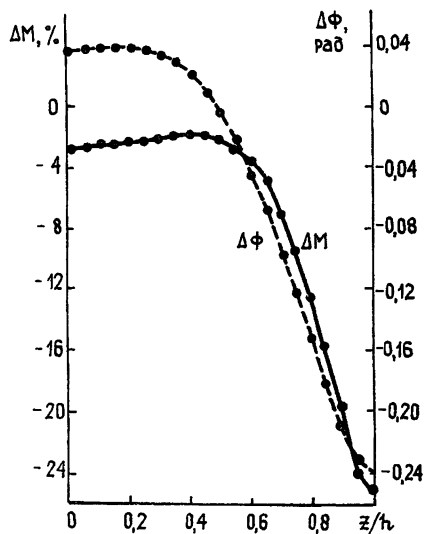


Рис. 2.

Рис. 2 отражает изменения ΔM и $\Delta\Phi$ с подъемом точки наблюдения над плоскостью $z=0$ для трассы $kr=500$, $z_0=0$, $\Delta x/r=\Delta y/r=0,06$, возмущенная область — над центром трассы. Как видно, с подъемом точки наблюдения относительное влияние локальной неоднородности на поле в волноводе может увеличиваться. Однако, как показывают исследования, эффект этот проявляется только на многомодовых трассах и пропадает на одномодовых.

Можно утверждать, что результаты, представленные на рис. 1, полностью согласуются с выводами работы [13] о том, что искусственный локальный нагрев ионосферы не оказывает заметного в эксперименте влияния на поле СДВ в волноводе. Несмотря на то, что использованные нами значения Δx и Δy превосходили значения, достигаемые в эксперименте (~ 20 км), и выбранные возмущенные профили концентрации и частоты соударений электронов в ионосфере отвечали большей

мощности облучающего сигнала, полученные $|\Delta M|$ и $|\Delta \Phi|$ оказались меньше флуктуаций сигнала в эксперименте [13].

Проведенные исследования показывают, что степень влияния локальной неоднородности на поле в волноводе существенно зависит от ее размеров и от величины $(\delta_n^{(0)} - \delta_n)$. Величина $(\delta_n^{(0)} - \delta_n)$ определяется частотой и мощностью сигнала, облучающего ионосферу. При неизменной мощности воздействия, т. е. для данного δ_n наибольшее влияние на поле в волноводе оказывает область, располагающаяся вблизи центра трассы и имеющая поперечные размеры, близкие к длине малой оси первой или второй зон Френеля.

Автор выражает благодарность Е. Л. Тепа за проведение расчетов на ЭВМ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Произведем оценку p_{nl} по методу скорейшего спуска. Чтобы выяснить особенности подынтегральной функции, необходимо вернуться к выражению для p_{nl} , содержащему функции Ханкеля: $H_0^{(1)}(\Omega v_l (\text{ch } u + \cos v))$ и $H_0^{(1)}(\Omega v_n (\text{ch } u - \cos v))$. Это аналитические функции своих аргументов $z_{1,2} = \Omega v_{l,n} (\text{ch } u \pm \cos v)$ во всей комплексной плоскости (z); разрезанной вдоль отрицательной части действительной оси. Причем $z_{1,2} = 0$ — логарифмические точки ветвления $H_0^{(1)}(z_{1,2})$.

Используя условия (7), заменим функции Ханкеля их асимптотическими представлениями и оценим интеграл

$$J(v) = \int_{u_1(v)}^{u_2(v)} \sqrt{\text{ch}^2 u - \cos^2 v} \exp [i\Omega (v_l + v_n) \text{ch } u] du, \quad (\text{П.1})$$

$$\Omega = kr/2 \gg 1,$$

на комплексной плоскости (u), считая v вещественным параметром. Подынтегральная функция имеет точки ветвления в нулях уравнения $\text{ch}^2 u - \cos^2 v = 0$, т. е. в точках

$$\text{Re } u = 0, \quad \text{Im } u = \pm v, \quad \text{Im } u = \pm (\pi \mp v) \quad (\text{П.2})$$

(мы ограничиваемся полосой: $-\pi \leq \text{Im } u \leq \pi$, $0 \leq |\text{Re } u| < \infty$), через которые должны быть проведены разрезы, уравнения которых выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \text{Im } v_l (\text{ch } u + \cos v) = 0, \\ \text{Re } v_l (\text{ch } u + \cos v) \leq 0, \end{cases} \quad (\text{П.3})$$

$$\begin{cases} \text{Im } v_n (\text{ch } u - \cos v) = 0, \\ \text{Re } v_n (\text{ch } u - \cos v) \leq 0. \end{cases}$$

Седловая точка подынтегральной функции (П.1) лежит в начале координат плоскости (u), что достаточно ясно из физических соображений, поскольку малые u соответствуют первым зонам Френеля. Как видно из (П.2), точки ветвления могут приближаться к седловой точке только при $v \rightarrow 0$ или $v \rightarrow \pi$, но поскольку мы считаем выполненными условия (7), то учитывать этот факт смысла не имеет. Интеграл (П.1) запишем следующим образом:

$$\int_{u_1(v)}^{u_2(v)} f(u, v) du = \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) du + \int_{u_1(v)}^{-\infty} f du - \int_{u_2(v)}^{\infty} f du, \quad (\text{П.4})$$

где $u_1(v)$ и $u_2(v)$ описывают границы возмущенной области S_v . Контуры интегрирования в (П.4) деформируем таким образом, чтобы они проходили через седловую точку и совпадали с контуром наибоыстрейшего спуска для функции $\varphi(u) = i(v_l + v_n) \operatorname{ch} u$. Как можно показать, при такой деформации особенности подынтегральной функции (П.4), а именно разрезы (П.3), не пересекаются. В результате, с учетом того, что концевые точки интегрирования в (П.4) могут совпадать с седловой точкой $u_s = 0$, получаем асимптотическое разложение (П.1) по большому параметру $\Omega = kr/2$:

$$J(v) = \sqrt{1 - \cos^2 v} \Phi(u_1, u_2),$$

$$\begin{aligned} \Phi(u_1(v), u_2(v)) = & 2K_0(-i\Omega(v_l + v_n)) - \exp(i\Omega(v_l + v_n)) \times \\ & \times \left\{ \frac{\sqrt{2/\Omega}}{a} (Q(\sqrt{\Omega}S_1) + Q(\sqrt{\Omega}S_2)) + \frac{\exp(-\Omega S_1^2)}{\Omega} \frac{(\operatorname{ch}(u_1(v)/2) - 1)}{a^2 \operatorname{sh} u_1(v)} + \right. \\ & \left. + \frac{\exp(-\Omega S_2^2)}{\Omega} \frac{(1 - \operatorname{ch}(u_2(v)/2))}{a^2 \operatorname{sh} u_2(v)} + O(\Omega^{-3/2}) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$S_1 = -a\sqrt{2} \operatorname{sh}(u_1(v)/2), \quad S_2 = a\sqrt{2} \operatorname{sh}(u_2(v)/2),$$

$$a = \exp[-i\pi/4 + (i/2) \arg(v_l + v_n)] |v_l + v_n|^{1/2},$$

$Q(x) = \int_x^\infty \exp(-y^2) dy$ — дополнение функции ошибок. В результате остается оценить интеграл

$$\begin{aligned} p_{nl} = & \frac{-ir}{\pi k \sqrt{v_l v_n}} \int_{v_1}^{v_2} \sqrt{1 - \cos^2 v} \Phi(u_1(v), u_2(v)) \times \\ & \times \exp[i\Omega(v_l - v_n) \cos v] dv, \end{aligned}$$

где функцию $\sqrt{1 - \cos^2 v}$ можно внести под знак дифференциала:

$$p_{nl} = \frac{ir}{\pi k \sqrt{v_l v_n}} \int_{v_1}^{v_2} \Phi(u_1(v), u_2(v)) \exp[i\Omega(v_l - v_n) \cos v] d \cos v. \quad (\text{П. 5})$$

Наиболее простое выражение для (П.5) получается в случае, когда границами S_v являются $u_1(v) = \operatorname{const}$ и $u_2(v) = \operatorname{const}$:

$$\begin{aligned} p_{nl} = & \frac{r [\exp[i\Omega(v_l - v_n) \cos v_2] - \exp[i\Omega(v_l - v_n) \cos v_1]]}{\pi k \sqrt{v_l v_n} (v_l - v_n)} \times \\ & \times \Phi(u_1, u_2) / \Omega, \quad v_l \neq v_n, \end{aligned} \quad (\text{П. 6})$$

$$p_{nl} = ir \Phi(u_1, u_2) (\cos v_2 - \cos v_1) / \pi k v_n, \quad v_l = v_n.$$

Здесь необходимо отметить, что при получении (П.6) никаких ограничений на размеры области S_v , кроме (7), не накладывалось.

В зависимости от конкретного положения и размеров возмущенной области для функции $Q(\sqrt{\Omega} S_j)$ можно использовать различные приближенные представления. Так при $|\sqrt{\Omega} S_j| < 1$ надо воспользоваться разложением в ряд

$$Q(\sqrt{\Omega} S_j) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \exp(-\Omega S_j^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (\sqrt{\Omega} S_j)^{2n+1}}{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n+1)}, \quad j = 1, 2.$$

В случае $|(\sqrt{\Omega} S_j)| \gg 1$ хорошо известно [14] следующее асимптотическое представление: $Q(\sqrt{\Omega} S_j) \sim \sqrt{\pi} U(-\text{Re } S_j) + \exp(-\Omega S_j^2)/2\sqrt{\Omega} S_j - \exp(-\Omega S_j^2)/4(\sqrt{\Omega} S_j)^3$, где $U(\alpha) = 1$ при $\alpha > 0$ и $U(\alpha) = 0$ при $\alpha < 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mendillo M. — Adv. Space. Res., 1982, 2, № 3, p. 150.
2. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н., Поляков С. В., Рапорт В. О. Препринт НИРФИ № 162. — Горький, 1983.
3. Wait J. R. — J. Geophys. Res., 1964, 69, № 3, p. 441.
4. Field E. C., Joiner R. G. — Radio Sci., 1979, 14, № 6, p. 1057.
5. Field E. C., Joiner R. G. — Radio Sci., 1982, 17, № 3, p. 693.
6. Rappert R. A. — J. Atm. Terr. Phys., 1980, 42, № 5, p. 417.
7. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Наука, 1961. — 546 с.
8. King R. J., Tsukamoto W. F. — Radio Sci., 1966, 1, № 7, p. 775.
9. Пылаев А. А., Тихомиров Н. П. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т, 1981, вып. 18, с. 155.
10. Макаров Г. И., Новиков В. В. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. — Л.: Гос. ун-т, 1968, вып. 7, с. 19.
11. Макаров Г. И., Федорова Л. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 12, с. 1384.
12. Кприлов В. В. Диссертация, ЛГУ, 1972.
13. Rush C. M., Violette E. J., Espeland R. H., Caroli J. C. — Radio Sci., 1981, 16, № 2, p. 219.
14. Фелсен Л., Маркувиз Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. — М.: Мир, 1978. — 547 с.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
24 мая 1984 г.

AN EFFECT OF AN IONOSPHERIC LOCAL INHOMOGENEITY ON THE FIELD OF VERTICAL ELECTRIC DIPOLE

O. V. Solov'ev

The propagation of electromagnetic waves transmitted by a vertical electric dipole in a flat waveguide with a local inhomogeneity is investigated. The inhomogeneity of an upper bound of the waveguide is described by the non-uniform surface impedance. In the scalar approximation the problem is reduced to a two-dimensional integral equation formulation, the solution of which is constructed by the method of successive approximations. The solution for the homogeneous flat waveguide is used as an initial approach. The influence of inhomogeneous patch of the ionosphere, created by artificial highfrequency heating, on the waveguide field is evaluated.

Примечание при корректуре. Основное отличие нашей работы от статьи А. П. Николаенко «О влиянии локальной неоднородности ионосферы на распространение СВЧ радиоволн» («Радиофизика», 1984, 27, № 10, с. 1227) состоит в том, что возмущение ионосферы учитывается введением неоднородного по площади импеданса, а не моделируется с помощью зависимости постоянной распространения основной моды координат, что автоматически ограничивает круг рассматриваемых задач, когда для описания поля в волноводе Земля—ионосфера возможно ограничиться одной модой. Используемая нами модель и полученное на ее основе уравнение (3) могут применяться для значительно более высоких частот (до десятков килогерц).