

УДК 538.566 2

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ГРАНИЦЕ ПОКОЯЩЕЙСЯ И ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕД

С. Я. Некрестьянова

Рассмотрено излучение, возникающее в том случае, когда равномерно движущийся заряд пересекает плоскую границу раздела между двумя средами, одна из которых покоится, а другая движется с постоянной скоростью параллельно границе раздела. Показатели преломления обеих сред в системах, где среды покоятся, равны. Получены выражения для полей движущегося заряда по обе стороны от границы раздела, а также выражение для интенсивности переходного излучения. Приведены численные примеры для различных значений скорости заряда, скорости среды и коэффициента преломления n .

Теория переходного излучения была рассмотрена в работе Гинзбурга и Франка [1]. В [1] было вычислено поле и исследовалось угловое распределение энергии излучения при пролете частицы перпендикулярно к плоской границе раздела двух сред с различными диэлектрическими проницаемостями. В ряде последующих работ (см., например, [2, 3] и цитированную там литературу) теория переходного излучения рассматривалась в различных аспектах.

В настоящей работе рассмотрено переходное излучение заряда, проходящего через границу двух сред, в предположении, что обе среды имеют один и тот же коэффициент преломления, измеренный в состоянии покоя. Пока одна из сред неподвижна по отношению к другой, то на границе между ними излучения не возникает. Однако если одна из сред движется относительно другой, то на границе возникает излучение.

Излучение электромагнитных волн в электрически неоднородных средах равномерно движущейся заряженной частицей является, в отличие от эффекта Черенкова, эффектом нерелятивистским и может наблюдаться при относительно малых скоростях.

Впервые эта задача была рассмотрена в [4], однако в этой работе допущен ряд неточностей и ошибок. Например, допущена ошибка в определении полей (формулы (12а), (13в), (15), (25а), (26в) из [4]), и поэтому, если в формулах (57) и (64) той же работы [4], которые определяют энергию переходного излучения в среде II и среде I, положить скорость движения среды равной нулю, то энергия переходного излучения не обращается в нуль. Это неверно, так как если обе среды неподвижны и имеют один и тот же показатель преломления, то граница исчезает и переходного излучения не будет. Неправильно решена в [4] система уравнений для определения амплитуд полей.

В настоящей работе указано точное решение задачи и приведены графики для некоторых конкретных значений скорости движения среды (β), скорости движения заряженной частицы (β_1) и коэффициента преломления (n).

Рассмотрим следующую постановку задачи. Пусть среда II, занимающая полупространство $y > 0$, движется относительно покоящейся

среды I, занимающей полупространство $y < 0$, с постоянной скоростью u_x . Среды имеют один и тот же коэффициент преломления, измеренный в системе покоя.

Пусть из среды I в среду II вдоль оси y равномерно движется точечная заряженная частица (рис. 1). Заряд частицы обозначим через q . Уравнение движения заряда задается соотношениями $x=0$, $y=v_1 t$, $z=0$, где v_1 — скорость движения заряда. Из этих условий видно, что частица, двигаясь по нормали к границе раздела, подходит к границе, пересекает ее, при этом переходя из покоящейся среды I в движущуюся среду II, и затем уходит от границы, оставаясь в среде II.

Поскольку среды, расположенные по обе стороны от плоскости движутся относительно друг друга, то оптические условия по обе стороны от границы $y=0$ различны. Поэтому при пересечении зарядом границы раздела возникает излучение.

Задача заключается в том, чтобы определить поля по обе стороны от границы раздела.

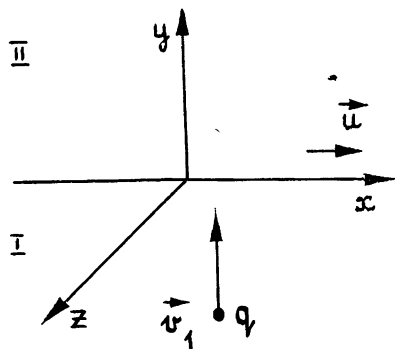


Рис. 1.

1. Поле, создаваемое заряженной частицей, движущейся с постоянной скоростью v_1 , описывается уравнениями Максвелла вида

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} q \mathbf{v}_1 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_1 t); \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -(1/c) (\partial \mathbf{B} / \partial t); \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0; \quad (3)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 4\pi q \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_1 t). \quad (4)$$

В качестве материальных уравнений для полей в области I используются соотношения

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (5)$$

Для полей в области II справедливы соотношения Минковского

$$D_x = \epsilon E_x, \quad B_x = \mu H_x; \quad (6)$$

$$(1 - n^2 \beta^2) D_{y,z} = \epsilon (1 - \beta^2) E_{y,z} + (n^2 - 1) [\beta \times \mathbf{H}]; \quad (7)$$

$$(1 - n^2 \beta^2) B_{y,z} = \mu (1 - \beta^2) H_{y,z} - (n^2 - 1) [\beta \times \mathbf{E}], \quad (8)$$

где $\beta = u_x c^{-1}$.

Соотношения Минковского для движущейся среды можно свести к соотношениям $\mathbf{D} = \hat{\epsilon} \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H}$, где $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ заданы в виде пропорциональных матриц $\hat{\mu} = \alpha \hat{\epsilon}$. Пропорциональность матриц $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ приводит к вырождению по поляризации.

Частные решения неоднородных уравнений Максвелла. Чтобы решить уравнения Максвелла, разложим поля \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{E} , \mathbf{H} в интегралы Фурье по всем переменным:

$$[\mathbf{D}(\mathbf{r}, t), \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)] =$$

$$= \int [D, B, E, H] \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] d^3k d\omega. \quad (9a)$$

Аналогичным образом представим и дельта-функции, входящие в правые части системы:

$$\delta(y - v_1 t) \delta(x) \delta(z) = (2\pi)^{-3} \int d^3k d\omega \delta(\omega - k_y v_1) \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]. \quad (9b)$$

Используя уравнения (1)–(4) и (5), можно показать, что частные решения в покоящейся среде I имеют вид

$$H_{\rho 1} = -\Phi [\mathbf{k} \times \beta_1] (k^2 - \omega^2 n^2 c^{-2})^{-1}; \quad (10a)$$

$$E_{\rho 1} = \Phi \varepsilon^{-1} (\mathbf{k} - \omega n^2 c^{-1} \beta_1) (k^2 - \omega^2 n^2 c^{-2})^{-1}, \quad (10b)$$

где

$$\Phi = -i 4\pi q (2\pi)^{-3} \delta(\omega - k_y v_1).$$

Эти выражения описывают поле заряда в неограниченной покоящейся среде и являются решениями неоднородных уравнений Максвелла.

Так как электромагнитное поле в движущихся средах формально описывается теми же уравнениями Максвелла, что и в покоящейся среде, то можно показать, что частные решения в движущейся среде II имеют вид

$$E_{x_{\text{пл}}} F = -c (\omega \varepsilon)^{-1} \Phi (1 - n^2 \beta^2) [\beta (n^2 - 1) + c k_x \omega^{-1} (1 - n^2 \beta^2)]; \quad (11a)$$

$$E_{z_{\text{пл}}} F = (\varepsilon k_z)^{-1} \Phi (1 - \beta^2) (1 - n^2 \beta^2) [n^2 - c^2 k_z^2 \omega^{-2} \gamma^2 \times \\ \times (1 - n^2 \beta^2) - c k_y n^2 \beta_1 \omega^{-1}]; \quad (11b)$$

$$E_{y_{\text{пл}}} F = (\omega \gamma^2)^{-1} c \mu \Phi (1 - n^2 \beta^2) [\beta_1 - c k_y (\omega n^2)^{-1} \gamma^2 (1 - n^2 \beta^2)], \quad (11b)$$

где $\gamma^2 = (1 - \beta^2)^{-1}$,

$$F = n^2 \gamma^{-4} - c^2 (1 - n^2 \beta^2) (\omega \gamma)^{-2} (k_y^2 + k_z^2) - \\ - [\beta (n^2 - 1) + c k_x \omega^{-1} (1 - n^2 \beta^2)]^2. \quad (12)$$

Решения для H -, B - и D -компонент можно получить, используя уравнения (6)–(8) и (11), (12).

Эти выражения описывают поле заряда в неограниченной среде, движущейся со скоростью u_x , и являются решениями неоднородных уравнений Максвелла, описывающих электромагнитное поле в движущихся средах.

Решение однородных уравнений. Чтобы получить полное решение, к приведенным выше частным решениям необходимо добавить решение однородных уравнений Максвелла с произвольными константами, которые находят из условий непрерывности тангенциальных составляющих полей.

Из дисперсионного уравнения для покоящейся среды I

$$k^2 - n^2 \omega^2 c^{-2} = 0 \quad (13)$$

получим

$$k_1 = [\omega^2 n^2 c^{-2} - (k_x^2 + k_z^2)]^{1/2}, \quad k_2 = -k_1, \quad (14)$$

соотношение (13) дает два значения k_y , которые обозначим k_1 и k_2 . Тогда решения однородных уравнений Максвелла можно записать в виде

$$E_{h1} = [E_1 \exp(ik_1 y) + E_2 \exp(-ik_1 y)] \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)], \quad (15)$$

$$H_{h1} = c(\omega\mu)^{-1} [k \times E_{h1}], \quad D_{h1} = \epsilon E_{h1}, \quad B_{h1} = \mu H_{h1},$$

так как $\operatorname{div} D_{h1} = 0$, то не все компоненты E_1 и E_2 независимы. Дисперсионное уравнение для движущейся среды II имеет вид

$$k^2 - \omega^2/c^2 - (n^2 - 1) \gamma^2 c^{-2} (\omega - k u)^2 = 0. \quad (16)$$

Это уравнение определяет закон распространения свободных электромагнитных волн в движущейся среде и может быть получено, например, с помощью преобразования Лоренца из дисперсионного уравнения (13) для покоящейся среды. Соотношение (16) дает два значения k_y :

$$k_3 = \{n^2 \gamma^{-4} - [\beta(n^2 - 1) + ck_x \omega^{-1} (1 - n^2 \beta^2)]^2 (\omega \gamma)^2 c^{-2} \times \\ \times (1 - n^2 \beta^2)^{-1} - k_z^2\}^{1/2}, \quad k_4 = -k_3.$$

Решения однородных уравнений в области II запишутся так:

$$E_{hII} = [E_3 \exp(ik_3 y) + E_4 \exp(-ik_3 y)] \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)], \\ B_{hII} = c\omega^{-1} [k \times E_{hII}], \quad H_{x_{hII}} = \mu^{-1} B_{x_{hII}}, \quad D_{x_{hII}} = \epsilon E_{x_{hII}}, \quad (17) \\ H_{y,z_{hII}} = \mu^{-1} \gamma^2 \{(1 - n^2 \beta^2) B_{y,z_{hII}} + (n^2 - 1) [\beta \times E_{hII}]\}, \\ D_{y,z_{hII}} = (1 - n^2 \beta^2)^{-1} \{\epsilon \gamma^{-2} E_{y,z_{hII}} + (n^2 - 1) [\beta \times H_{hII}]\}.$$

Так как $\operatorname{div} D_{hII} = 0$, то и в этом случае не все компоненты E_3 и E_4 независимы.

2. Рассмотрим граничные условия. Волны, описывающие однородные решения, выберем так, чтобы они расходились от границы раздела $y=0$. Это означает, что в области I ($y < 0$) выбираем такие волны, у которых $k_y < 0$, а в области II ($y > 0$) — волны с $k_y > 0$. Тогда

$$E_{hII} = E_3 \exp[i(k_3 y + k_x x + k_z z - \omega t)], \quad (18) \\ E_{hI} = E_2 \exp[i(-k_1 y + k_x x + k_z z - \omega t)].$$

Граничные условия при $y=0$ имеют вид

$$B_{yII} - B_{yI} = 0, \quad D_{yII} - D_{yI} = 0, \quad E_{xII} - E_{xI} = 0, \\ E_{zII} - E_{zI} = 0, \quad H_{xII} - H_{xI} = 0, \quad H_{zII} - H_{zI} = 0. \quad (19)$$

Для определения амплитуд E_2 и E_3 из этих соотношений достаточно выбрать четыре линейно-независимых.

Поскольку уравнения (19) выполняются для всех значений x, z, t , то ω, k_x, k_z у всех шиваемых волн одинаковы. Поэтому мы можем считать уравнения (13) и (16) квадратными уравнениями относительно k_y с фиксированными значениями ω, k_x, k_z .

Используем преобразование Фурье

$$B_y(k_x, k_z, \omega, y) = \int dk_y B_y(k, \omega) \exp(ik_y y). \quad (20)$$

Тогда частные решения можно записать в следующем виде:

область I ($y < 0$) —

$$H_{\rho I}(k_x, k_z, \omega, y) = -\Psi v_1^{-1} [\boldsymbol{\kappa} \times \boldsymbol{\beta}_1] (k^2 - \omega^2 n^2 c^{-2})^{-1} \exp(i\omega y v_1^{-1}), \quad (21)$$

$$E_{\rho I}(k_x, k_z, \omega, y) = \Psi (\epsilon v_1)^{-1} (\boldsymbol{\kappa} - \omega n^2 \boldsymbol{\beta}_1 c^{-1}) (k^2 - \omega^2 n^2 c^{-2})^{-1} \exp(i\omega y v_1^{-1}),$$

где

$$\Psi = -iq/2\pi^2, \quad \boldsymbol{\kappa} = \{k_x, \omega v_1^{-1}, k_z\};$$

область II ($y > 0$) —

$$E_{x_{\rho II}} f = -c (\omega v_1 \epsilon)^{-1} \Psi (1 - n^2 \beta^2) \exp(i\omega y v_1^{-1}) [\beta (n^2 - 1) + ck_x \omega^{-1} (1 - n^2 \beta^2)],$$

$$E_{z_{\rho II}} f = -c^2 k_z (\omega^2 v_1 \epsilon)^{-1} \Psi (1 - n^2 \beta^2)^2 \exp(i\omega y v_1^{-1}), \quad (22)$$

$$E_{y_{\rho II}} f = n^2 \Psi (\epsilon \omega \gamma^2 \beta_1)^{-1} (1 - n^2 \beta^2) [\beta_1 - \gamma^2 (\beta_1 n^2)^{-1} \times \\ \times (1 - n^2 \beta^2)] \exp(i\omega y v_1^{-1}),$$

где

$$f = n^2 \gamma^{-4} - (ck_z \omega^{-1})^2 \gamma^{-2} (1 - n^2 \beta^2) - \gamma^{-2} \beta_1^{-2} (1 - n^2 \beta^2) - \\ - [\beta (n^2 - 1) + ck_x \omega^{-1} (1 - n^2 \beta^2)]^2. \quad (23)$$

Запишем систему уравнений для определения компонент \mathbf{E}_2 и \mathbf{E}_3 . Из непрерывности тангенциальных составляющих E_x и E_z имеем

$$E_{x_2} + E_{x_{\rho I}} = E_{x_{\rho II}} + E_{x_3}; \quad (24)$$

$$E_{z_2} + E_{z_{\rho I}} = E_{z_{\rho II}} + E_{z_3}. \quad (25)$$

Условие непрерывности H_x и H_z дает

$$c (\omega \mu)^{-1} (k_3 E_{z_2} - k_2 E_{y_2} + \omega v_1^{-1} E_{z_{\rho II}} - k_2 E_{y_{\rho II}}) = \\ = H_{x_{\rho I}} - c (\omega \mu)^{-1} (k_1 E_{z_2} + k_2 E_{y_2}); \quad (26)$$

$$H_{z_{\rho I}} + c (\omega \mu)^{-1} (k_1 F_{y_2} + k_1 E_{x_2}) = \mu^{-1} \gamma^2 [(1 - n^2 \beta^2) c \omega^{-1} (k_x F_{y_2} - k_3 E_{x_2}) + \\ + \beta (n^2 - 1) E_{y_2}] + c \gamma^2 (\omega \mu)^{-1} (1 - n^2 \beta^2) (k_x E_{y_{\rho II}} - \omega v_1^{-1} E_{x_{\rho II}}) + \\ + \mu^{-1} \beta \gamma^2 (n^2 - 1) E_{y_{\rho II}}. \quad (27)$$

Из непрерывности нормальных составляющих B_y и D_y вытекает

$$c \omega^{-1} [k_z (E_{x_2} + F_{x_{\rho I}}) - k_x (E_{z_2} + E_{z_{\rho I}})] = \\ = (1 - n^2 \beta^2)^{-1} \mu \gamma^{-2} [H_{y_{\rho II}} + c \gamma^2 (\omega \mu)^{-1} (k_z E_{x_2} - k_x E_{z_2})]; \quad (28)$$

$$\epsilon (E_{y_2} + F_{y_{\rho I}}) = (1 - n^2 \beta^2)^{-1} \{\epsilon \gamma^{-2} (E_{y_{\rho II}} + E_{y_2}) - \beta (n^2 - 1) \times \\ \times [c (\omega \mu)^{-1} \gamma^2 (1 - n^2 \beta^2) (k_x E_{y_{\rho II}} - E_{x_{\rho I}} \omega v_1^{-1}) + \mu^{-1} \beta \gamma^2 (n^2 - 1) E_{y_{\rho II}}] - \quad (29)$$

$$- \beta (n^2 - 1) [c\gamma^2 (\omega\mu)^{-1} (1 - n^2\beta^2) (k_x E_{y_3} - k_3 E_{x_3}) + \mu^{-1} \beta (n^2 - 1) \gamma^2 E_{y_3}].$$

Перейдем к безразмерной форме полей. Введем следующие обозначения:

$$\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2 = 1; \quad (30)$$

$$k_x = \omega K \eta_x c^{-1}, \quad k_y = \omega K \eta_y c^{-1}, \quad k_z = \omega K \eta_z c^{-1}. \quad (31)$$

Из уравнения (16) получим

$$K = [1 - \gamma^2 \beta^2 (n^2 - 1) \gamma_x^2]^{-1} [-\beta \eta_x \gamma^2 (n^2 - 1) + \Lambda \gamma^2 [(n^2 - \beta^2) \gamma^{-2} - \beta^2 \gamma^{-2} \eta_x^2 (n^2 - 1)]^{1/2}], \quad (32)$$

где $\Lambda = \pm 1$, смотря по $1 \cong \gamma^2 \beta^2 (n^2 - 1) \eta_x^2$. Тогда из (21) и (23) имеем

$$f_1 = n^2 - \beta_1^{-2} - K^2 (\eta_x^2 + \eta_z^2); \quad (33a)$$

$$f_2 = |n^2 \gamma^{-4} - \gamma^{-2} K \eta_z^2 (1 - n^2 \beta^2)| - \gamma^{-2} \beta_1^{-2} (1 - n^2 \beta^2) - [\beta (n^2 - 1) + K \eta_x (1 - n^2 \beta^2)]^2. \quad (33b)$$

Формула (14) преобразуется в

$$K_1 = [n^2 - K^2 (\eta_x^2 + \eta_z^2)]^{1/2}. \quad (34)$$

Для определения амплитуд E_2 и E_3 решаем систему (24), (25), (26), (29). Получим решение сначала в безразмерной форме. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha &= K_1^2 + K^2 \eta_z^2 [1 + K_1 (K \eta_y)^{-1}] + K_1 K \eta_y, \\ \xi &= K \eta_x + (K \eta_y)^{-1} K_1 [K n^2 \eta_x + \beta \gamma^2 K^2 (n^2 - 1) (1 - \eta_x^2)] \times \\ &\quad \times \gamma^{-2} [n^2 - \beta^2 - \beta K \eta_x (n^2 - 1)]^{-1}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\Gamma = K_1^{-1} n^2 + \gamma^2 (K \eta_y)^{-1} [n^2 - \beta^2 - \beta K \eta_x (n^2 - 1)],$$

$$\delta = K n^2 \eta_x (K_1^{-1} + (K \eta_y)^{-1}) + \beta \gamma^2 K \eta_z^2 (n^2 - 1) \eta_y^{-1},$$

$$\rho_1 = -\mu K_1 \Delta h_x - (K_1^2 + K^2 \eta_z^2) \Delta l_z - K^2 \eta_z \eta_x \Delta l_x,$$

$$\rho_2 = \mu \Delta d_y - n^2 K K_1^{-1} (\eta_x \Delta l_x + \eta_z \Delta l_z),$$

где

$$\Delta l_x = l_{x_{pII}} - l_{x_{pI}}, \quad \Delta l_y = l_{y_{pII}} - l_{y_{pI}}, \quad \Delta l_z = l_{z_{pII}} - l_{z_{pI}}, \quad (36)$$

$$\Delta h_x = h_{x_{pII}} - h_{x_{pI}} \equiv \mu^{-1} (\beta_1^{-1} l_{z_{pII}} - K \eta_z l_{y_{pII}}) - n^2 \beta_1 l_{z_{pI}},$$

$$\begin{aligned} \Delta d_y &= d_{y_{pII}} - d_{y_{pI}} \equiv \mu^{-1} \gamma^2 \{l_{y_{pII}} [(n^2 - \beta^2) - \beta K \eta_x (n^2 - 1)] + \\ &\quad + \beta \beta_1^{-1} (n^2 - 1) l_{x_{pII}}\} - n^2 \mu^{-1} l_{y_{pI}}. \end{aligned}$$

Безразмерная форма E_2 и E_3 имеет вид

$$l_{x_3} = (\alpha \rho_2 - \Gamma K \eta_z \rho_1) (\alpha \delta - \xi \Gamma K^2 \eta_z^2)^{-1},$$

$$l_{z_3} = (\delta \rho_1 - \xi K \eta_z \rho_2) (\alpha \delta - \xi \Gamma K^2 \eta_z^2)^{-1},$$

$$l_{y_2} = -(\alpha\delta - \xi\Gamma K^2 \eta_x^2)^{-1} \{K\eta_z \rho_1 [\delta (K\eta_y)^{-1} - \Gamma(\xi - K\eta_x) K_1^{-1}] + \\ + \rho_2 [\alpha(\xi - K\eta_x) K_1^{-1} - K\eta_z^2 \xi \eta_y^{-1}]\}; \quad (37)$$

$$l_{x_2} = l_{x_1} + \Delta l_{x_1}, \quad l_{y_2} = KK_1^{-1} (l_{x_1} \eta_x + l_{z_1} \eta_z), \quad l_{z_2} = l_{z_1} + \Delta l_{z_1}. \quad (38)$$

Связь между безразмерными полями l_2 , l_3 и размерными полями E_2 и E_3 осуществляется следующим образом:

$$E_2 = l_2 \Psi / \varepsilon \omega, \quad E_3 = l_3 \Psi / \varepsilon \omega. \quad (39)$$

Теперь, зная вид решения, можно определить энергию излучаемых волн.

3. Полная энергия излучения определяется по формуле

$$W = c/4\pi \int [E \times H] dS(x, y, z) dt, \quad (40)$$

где dS — элемент плоскости, параллельной плоскости xz и находящейся в среде II.

Рассмотрим сначала область II ($y > 0$):

$$E(y > 0) = \int dk_x dk_z d\omega \exp [i(k_x x + k_z z + \omega t)] \times \\ \times \{E_3(k_x, k_z, \omega) \exp(iK\eta_y \omega y c^{-1}) + E_{pII} \exp(i\omega y v_1^{-1})\}; \quad (41a)$$

$$H(y > 0) = \int dk'_x dk'_z d\omega' \exp [i(k'_x x + k'_z z + \omega' t)] \times \\ \times \{H_3(k'_x, k'_z, \omega') \exp(iK\eta_y \omega' y c^{-1}) + H_{pII} \exp(i\omega' y v_1^{-1})\}. \quad (41b)$$

Если выражения (41a) и (41b) подставить в формулу (40), то получим в подынтегральном выражении два слагаемых: одно из которых определяет перенос энергии собственного поля движущейся частицы, а второе — энергию, которая излучается, когда частица пересекает границу $y=0$. Нам будет интересовать только энергия переходного излучения:

$$P = 2\pi^2 c \int [E_3 \times H_3^*] dk_x dk_z d\omega. \quad (42)$$

Определим энергию, излучаемую в интервале значений dk_x , dk_z и $d\omega$:

$$\frac{d^3 P_y}{dk_x dk_z d\omega} = 2\pi^2 c (E_z H_{x_3}^* - E_x H_{z_3}^*) = \frac{q^2}{2\pi^2} c \mu^{-1} (\varepsilon \omega)^{-2} \gamma^2 \times \\ \times \{K\eta_y l_{z_3}^2 \gamma^{-2} - \gamma^{-2} K\eta_z l_{z_3} l_{y_3} - K\eta_x (1 - n^2 \beta^2) l_{x_3} l_{y_3} + \\ + (1 - n^2 \beta^2) K\eta_y l_{x_3}^2 - (n^2 - 1) \beta l_{y_3} l_{x_3}\}. \quad (43)$$

Перейдем от переменных k_x , k_z , ω к переменным φ , θ , ω , где θ и φ — полярные углы, тогда элемент объема заменяется следующим образом:

$$dk_x dk_z d\omega = \left| \frac{\partial k_x}{\partial \theta} \frac{\partial k_x}{\partial \varphi} \right| d\theta d\varphi d\omega = \frac{\omega^2 K^3 \sin \theta \eta_y d\theta d\varphi d\omega}{c^2 [(n^2 - \beta^2) \gamma^2 - \gamma^2 \beta^2 \eta_x^2 (n^2 - 1)]^{1/2}}, \quad (44)$$

где $\eta_y = \cos \theta$, $\eta_x = \sin \theta \sin \varphi$, $\eta_z = \sin \theta \cos \varphi$.

Подставим (44) в (43) и получим (для $y > 0$) величину энергии, испускаемой в единицу частотного интервала и в единицу телесного угла в виде

$$\frac{d^2 P_{y+}}{d\Omega d\omega} = \frac{q^2 \gamma^2 K^3 \eta_y}{2\pi^2 c \mu \epsilon^2} \{ (n^2 - \beta^2) \gamma^3 - \gamma^2 \beta^2 \eta_x^2 (n^2 - 1) \}^{-1/2} \times \quad (45)$$

$$\times \{ K \eta_y \gamma^{-2} l_{z_3}^2 - \gamma^{-2} K \eta_z l_{y_3} l_{z_3} - K \eta_x (1 - n^2 \beta^2) l_{x_3} l_{y_3} +$$

$$+ (1 - n^2 \beta^2) K \eta_y l_{x_3}^2 - (n^2 - 1) \beta l_{x_3} l_{y_3} \} \equiv (q^2 / \pi^2 c) G_+(n, \beta, \beta_1, \theta, \varphi).$$

Если пренебречь дисперсией, т. е. считать, что n не зависит от ω , то выражение для излучаемой энергии расходится.

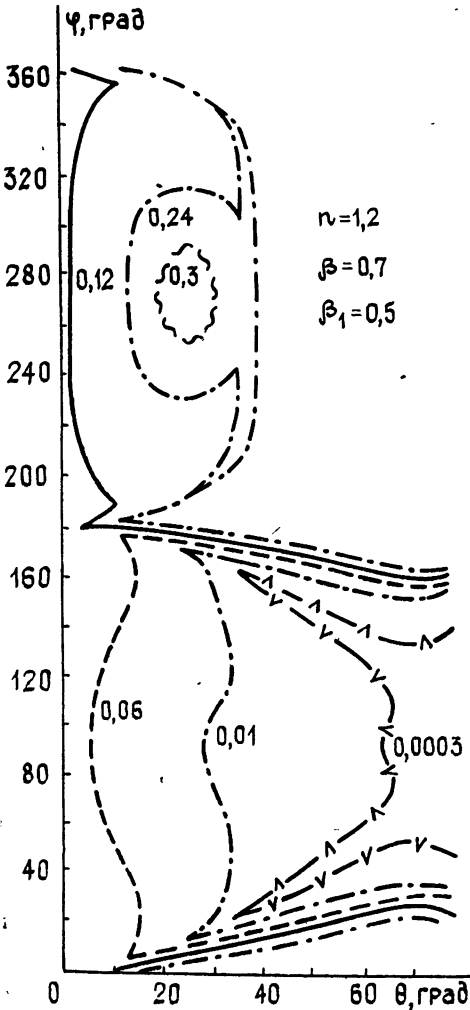


Рис. 2.

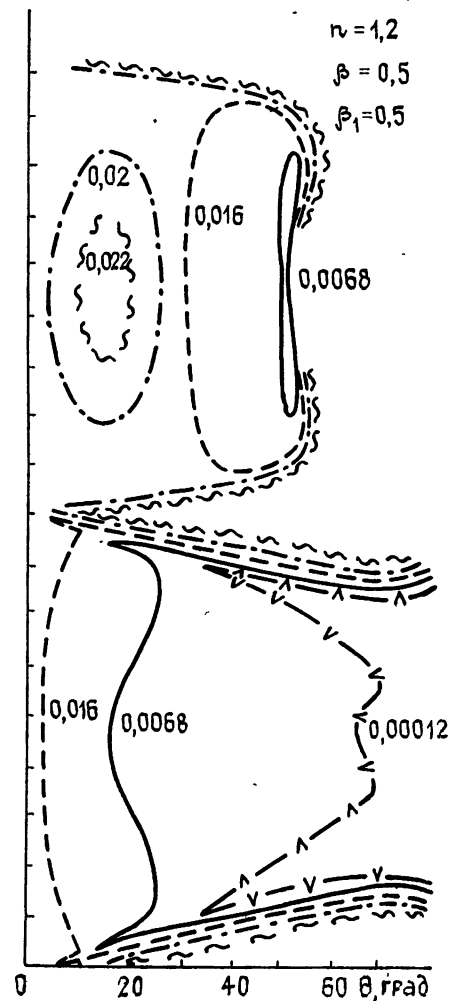


Рис. 3.

В области I ($y < 0$) также есть поле излучения, как видно из формул (38) и (40). Наличие излучения в области I можно объяснить тем, что, когда заряд проходит через границу $y=0$, часть энергии «отражается». Поток этого поля равен

$$P = 2\pi^2 c \int [E_2 \times H_2] dk_x dk_z d\omega, \quad (46)$$

Энергия излучения в среде I, испускаемая в единицу частотного интервала и в единицу телесного угла,

$$\frac{d^2 P_{y-}}{d\Omega d\omega} = \frac{q^2 K^3 \eta_y}{2\pi^2 c \mu \varepsilon^2} (\eta_y l_{z_2}^2 - \eta_z l_{y_2} l_{z_2} - \eta_x l_{x_2} l_{y_2} + \eta_y l_{x_2}^2) = \quad (47)$$

$$= \frac{q^2 K_1}{2\pi^2 n^2} (\eta_y l_{z_2}^2 - \eta_z l_{y_2} l_{z_2} - \eta_x l_{x_2} l_{y_2} + \eta_y l_{x_2}^2) \equiv \frac{q^2}{\pi^2 c} G_-(n, \beta, \beta_1, \theta, \varphi).$$

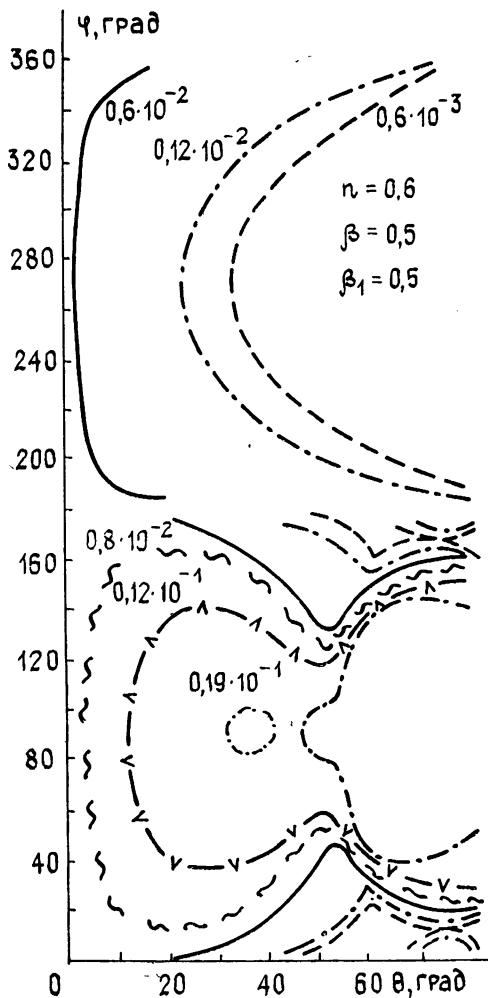


Рис. 4

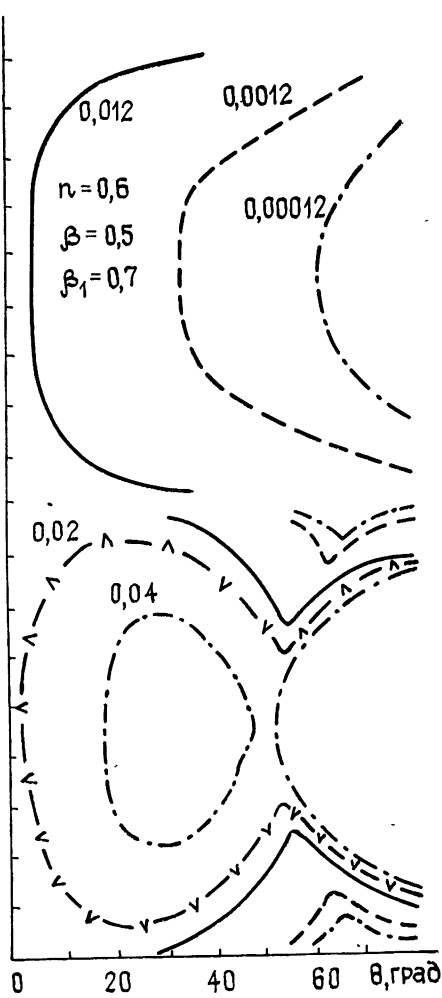


Рис. 5.

Заметим, что геометрический фактор G_- также не зависит от ω , а выражение для энергии, излучаемой в области I ($y < 0$), расходится, если не учитывать дисперсию.

4. Численно исследована формула (45) для энергии переходного излучения в области II. Определена зависимость G_+ от θ и φ для конкретных значений n , β и β_1 . На рисунках приведены изофоты фиксированных G_+ для $n=1, 2$, $\beta=0,5$ и $\beta=0,7$ и $0,5$, а также для $n=0,6$, $\beta=0,5$ и $\beta_1=0,5$ и $0,7$ на плоскости θ, φ . Изофоты нанесены на плоскости, где введена декартова система координат, по осям которой отложены значения θ и φ .

Мы исследовали зависимость \hat{G}_+ , определяющую переходное излучение в среде II.

Из рисунков видно, что излучение не имеет симметрии в направлении оси θ . Но наблюдается симметрия в направлении оси φ относительно $\varphi=90^\circ$ и $\varphi=270^\circ$. Изофоты максимальной интенсивности перемещаются, когда n изменяется от 1,2 до 0,6 с $\theta \approx 15^\circ$, $\varphi \approx 270^\circ$ для $n=1,2$ к $\theta \approx 50^\circ$, $\varphi \approx 90^\circ$ для $n=0,6$ для одних и тех же скоростей частицы и среды. Движение изофот для фиксированных n происходит благодаря изменениям значений β_1 и β , представляющих собой разные скорости частицы и среды соответственно. Заметим, что для $n=1,2$ изофоты излучения с минимальной энергией находятся в промежутке $0 < \varphi < \pi$, в то время как для $n=0,6$ в этом промежутке находятся изофоты излучения с максимальной энергией.

Для $n=0,6$ из рис. 4 и 5 видно, что при фиксированной скорости среды увеличение скорости частицы приводит к увеличению энергии излучения и изофоты максимальной интенсивности расположены ближе к $\theta=0$ при $\beta_1=0,7$, чем при $\beta_1=0,5$. Это иллюстрирует тот факт, что электромагнитное поле, окружающее частицу, сжимается в направлении движения заряда тем сильнее, чем больше скорость заряда, т. е. переходное излучение при прохождении границы $y=0$ увеличивается с увеличением скорости заряда. При таком релятивистском сжатии поля угол θ уменьшается.

Для $n=1,2$ из рис. 2 и 3 видно также, что при фиксированной скорости частицы энергия переходного излучения увеличивается, когда скорость среды увеличивается, и уменьшается при уменьшении скорости среды, достигая нуля при $\beta=0$.

Заметим, что если в формулах (45) и (47) положить скорость движения среды равной нулю, то энергия переходного излучения обращается в нуль, что и должно быть, так как если обе среды неподвижны и имеют один и тот же показатель преломления, то граница исчезает и переходного излучения не будет.

Автор благодарит Б. М. Болотовского, В. Л. Гинзбурга и С. Н. Столярова за полезные советы, обсуждения и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М. — ЖЭТФ, 1946, 16, с. 15.
2. Басс Ф. Г., Яковенко В. М. — УФН, 1965, 86, вып. 2, с. 189.
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. — УФН, 1974, 114, вып. 4, с. 569.
4. Legsch I. — Astrophys. Space Science, 1976, 41, p. 387.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М. Наука, 1982.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
5 августа 1983 г

TRANSIENT RADIATION AT THE BOUNDARY OF MOVABLE AND IMMOVABLE MEDIUM

S. Ya. Nekrest'yanova

Radiation arising when uniformly moving charge traverses plane boundary between two media is considered. One medium is immovable and the other moves uniformly, its velocity being parallel to the plane of boundary. Indexes of refraction in two media are equal. Expressions are obtained for fields on both sides of boundary and for the intensity of transient radiation. Some numerical examples are given for different of refraction index, charge velocity, and that of the moving medium.