

УДК 621.371.361.1.523.532

РАСЧЕТ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА ПРИ НАКЛОННОМ РАССЕЯНИИ НА МЕТЕОРНОМ СЛЕДЕ

P. Г. Хузяшев

Рассмотрена задача дифракции наклонно падающих радиоволн на неоднородном метеорном следе. Полученные амплитудные и фазовые характеристики анализируются в сравнении с приближенной формулой мощности метеорного сигнала.

Рассеяние электромагнитных волн, нормально падающих на метеорный след, неоднократно рассматривалось в литературе на основе численного решения задачи [1-3]. Для наклонного рассеяния обычно используют приближенные формулы [4]. В более строгой электродинамической постановке наклонное рассеяние на метеорных следах изучено недостаточно. В настоящей работе исследуются процессы дифракции при наклонном падении плоской радиоволны на неоднородный по радиусу цилиндр, применительно к распадающейся плазме метеорного следа, с помощью методики численного решения задачи, изложенной в [5].

Предположим, что бесконечный плазменный цилиндр, являющийся моделью метеорного следа, имеет объемную электронную плотность

$$N_e(r) = \frac{\alpha}{\pi r_t^2} \exp\left(-\frac{r^2}{r_t^2}\right), \quad (1)$$

где α — линейная электронная плотность на единицу длины цилиндра, r — расстояние от оси цилиндра, $r_t = \sqrt{r_0^2 + 4Dt}$ — радиус цилиндра, t — время, r_0 и D — параметры метеорного следа [4].

Поместим цилиндр в прямоугольную систему координат с осью Z , направленной вдоль оси цилиндра. Волновой вектор наклонно падающей плоской волны с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ лежит в плоскости YZ , составляя угол θ с положительным направлением оси Z . Угол φ цилиндрической системы координат отсчитывается от оси Y и лежит в плоскости XY . Тогда аксиальные компоненты падающей волны, записанные в виде разложения по функциям Бесселя, будут иметь вид

$$E_z^i = E_0 \sin \gamma \sin \theta \exp(i k z \cos \theta) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(kr \sin \theta) \exp(in\varphi), \quad (2)$$

$$H_z^i = H_0 \cos \gamma \sin \theta \exp(i k z \cos \theta) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(kr \sin \theta) \exp(in\varphi),$$

где γ — угол между вектором \vec{E}^i и осью X , $J_n(\rho)$ — функция Бесселя, k — волновое число.

Отраженную волну запишем в виде разложения по функциям Ганкеля первого рода с неопределенными коэффициентами A_n и B_n , а внутреннюю волну запишем в виде разложения по функциям радиальной координаты, которые должны удовлетворять следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \begin{vmatrix} E_{zn}(\rho) \\ \rho E_{\varphi n}(\rho) \\ H_{zn}(\rho) \\ \rho H_{\varphi n}(\rho) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{in \cos \theta}{\rho \epsilon} & \frac{i}{\rho} \left(\frac{\cos^3 \theta}{\epsilon} - 1 \right) \\ 0 & 0 & i \left(\rho - \frac{n^2}{\rho \epsilon} \right) & \frac{in}{\rho} \cos \theta \\ \frac{in \cos \theta}{\rho} & \frac{i}{\rho} (\epsilon - \cos^2 \theta) & 0 & 0 \\ i \left(\frac{n^2}{\rho} - \rho \epsilon \right) - \frac{in}{\rho} \cos \theta & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \times \quad (3)$$

$$\times \begin{vmatrix} E_{zn}(\rho) \\ \rho E_{\varphi n}(\rho) \\ H_{zn}(\rho) \\ \rho H_{\varphi n}(\rho) \end{vmatrix},$$

где $\rho = kr$, $\epsilon = \epsilon(r) = 1 - \frac{4r_e \alpha}{(kr_t)^2(1 + i\nu)} \exp\left(-\frac{r^2}{r_t^2}\right)$, r_e — классический радиус электрона, ν — нормализованная частота соударений электронов.

Чтобы (3) можно было интегрировать численно, необходимо задать краевые условия. Заменим центральную область неоднородного цилиндра тонким однородным цилиндром с радиусом $r_0 \ll r_t$ и диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = \epsilon(r_0)$. Внешний радиус цилиндра r_a выберем из условия $\epsilon(r_a) = 1 - \delta$, где δ — достаточно малая величина. Записав граничные условия и освобождаясь от неопределенных коэффициентов A_n и B_n в отраженной волне, получим краевую задачу для дифференциального уравнения (3), которая решается сведением к задаче Коши [5]. Амплитуды и фазы отраженных H - и E -волн соответственно определяются в цилиндрической системе координат следующими выражениями:

$$A_E \exp(i\varphi_E) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n A_n \exp(in\varphi),$$

$$A_H \exp(i\varphi_H) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n B_n \exp(in\varphi).$$

Нами изучалось поведение амплитуды и фазы отраженных волн обеих поляризаций в зависимости от углов θ , φ и нормированного радиуса kr_t для двух поляризаций падающей волны — $\gamma = 0^\circ$ (H -волна) и $\gamma = 90^\circ$ (E -волна). Расчеты производились для переходного случая линейной электронной плотности $\alpha = 10^{12}$ эл/см, $\nu = 0,1$, $r_0 = r_t/10$, $\delta = 0,01$.

На рис. 1, 2 изображено поведение амплитуды и фазы отраженной H -волны при падающей E -волне для угла $\varphi = 30^\circ$. Амплитуда и дли-

тельность отраженной волны увеличивается с ростом угла θ (рис. 1), а фаза отраженной волны при всех углах θ носит резонансный характер [3], что соответствует быстрому росту фазы в начале отражения и небольшим смещениям при изменении угла θ . Рис. 1, 2 отражают характерные черты поведения амплитуды и фазы отраженной волны (монотонное изменение длительности отражения с ростом угла θ —аналогичная зависимость отмечается для угла φ и резонансный характер поведения фазы) для трех случаев комбинации поляризаций падающей и отраженной волн. Условно обозначим эти комбинации следующим образом: $H-H$, $H-E$, $E-H$, где первый символ обозначает поляризацию падающей волны, а второй — поляризацию отраженной волны. Необходимо отметить, что при наклонном падении фаза отраженного сигнала для всех углов θ и φ носит резонансный характер вследствие упругого воздействия ионного цилиндрического ядра на вынужденные колебания электронов [6].

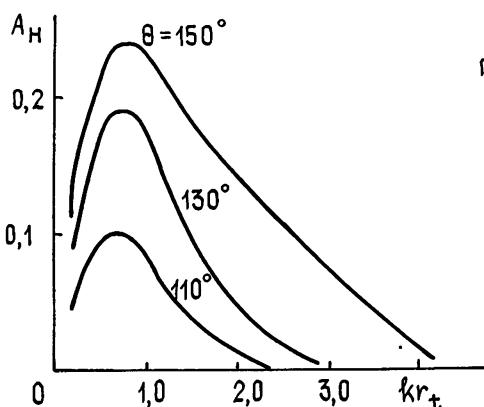


Рис. 1.

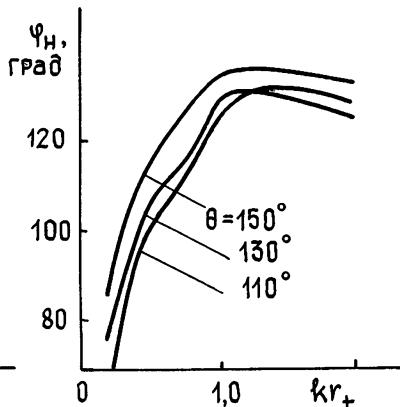


Рис. 2.

Несколько отличающимся является четвертый случай — $E-E$, отображенный на рис. 3, 4 для угла $\varphi=30^\circ$. Изменение длительности отраженного сигнала носит экстремальный характер с ростом угла θ и в данном случае, при угле $\theta \approx 135^\circ$, имеет минимальную величину.

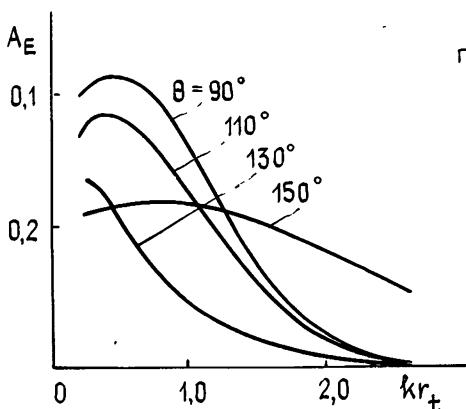


Рис. 3.

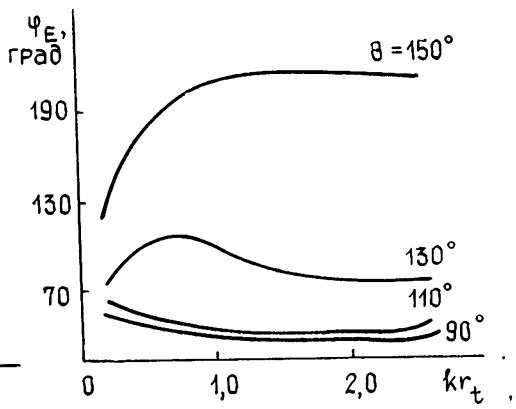


Рис. 4.

Этому углу θ соответствует значение $\mu \approx 90^\circ$, где μ — угол между векторами поляризаций падающей и отраженной волн [6]; зависимость μ от углов θ и φ различна:

$$E - E - \cos \mu = \cos^2 \theta \cos \varphi - \sin^2 \theta,$$

$$E - H, \quad H - E - \cos \mu = \cos \theta \sin \varphi, \quad (4)$$

$$H - H - \cos \mu = \cos \varphi.$$

Поведение фазы отраженного сигнала (рис. 4) изменяется от диффузионного расширения для $\theta=90^\circ$ до резонансного при $\theta>130^\circ$, когда становится существенным влияние ионного ядра на движение возбужденных электронов в плазме.

С увеличением угла между падающим и отраженным лучами увеличивается длительность отраженного сигнала (рис. 1, 3) по закону $\sec^m \Phi$ [4], где Φ — половина угла между лучами, падающим и отраженным. С целью определения показателя m из численного решения задачи, было проведено сравнение изменения длительностей отраженных сигналов на уровне $1/e$ (e — основание натурального логарифма) относительно максимума коэффициента отражения, в зависимости от углов θ и φ .

Используя формулы аналитической геометрии [7], получим $\cos(2\Phi) = \sin^2 \theta \sin \varphi - \cos^2 \theta$ (4). Закон $\sec^m \Phi$ определяет отношение длительностей отраженного сигнала при наклонном падении и в локационном случае. Пусть kr_{t1} — координата максимума амплитуды отраженного сигнала, kr_{t2} — координата точки, соответствующей амплитуде отраженного сигнала, в e раз меньшей максимальной амплитуды, и им соответствуют времена t_1 и t_2 .

Тогда

$$\sec^m \Phi = \frac{(t_2 - t_1)_{\text{накл}}}{(t_2 - t_1)_{\text{лок}}} = \frac{[(kr_{t2})^2 - (kr_{t1})^2]_{\text{накл}}}{[(kr_{t2})^2 - (kr_{t1})^2]_{\text{лок}}}. \quad (5)$$

В результате расчета с помощью (4), (5) и анализа поведения поперечника рассеяния в зависимости от kr_t была построена табл. 1 значений показателя m для разных углов θ и φ , для четырех комбинаций поляризации падающей и отраженной волн. В $E-E$ -случае величина m принимает отрицательные значения для углов $\mu \approx 90^\circ$, что соответствует быстрому затуханию отраженного сигнала (рис. 3). Теоретическое рассмотрение вопроса о величине показателя m , выполненное в [8] с позиций геометрической оптики и не рассматривающее поляризации радиоволны, плохо согласуется с табл. 1. Экспериментальное определение показателя m [9] не противоречит нашим данным, если учесть поляризацию радиоволны, используемых в эксперименте.

Сравним данные о поперечнике рассеяния метеорного следа, полученные численным решением и по классической формуле мощности, применяемой в метеорной радиосвязи [4] и упрощенно записанной в виде

$$\sigma = \cos^2 \mu \exp [-2(kr_t / \sec \Phi)'].$$

Классическая формула мощности имеет экспоненциальную зависимость от радиуса цилиндра, в отличие от экстремальной зависимости, полученной при численном решении, поэтому сравним поведение поперечников рассеяния в зависимости от углов θ и φ при фиксированных радиусах метеорного следа. При $\mu=90^\circ$ σ обращается в нуль, что скрывается на длительности отраженного сигнала, амплитуда которого при малых объемных электронных плотностях в следе пропорциональна $\cos \mu$.

Таблица 1

φ	$H - H$							$H - E$						
	θ							θ						
	90°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	
0°		2,3	2,7	2,5	2,4	2,5	2,3							
30°	2,0	2,2	2,4	2,3	2,5	2,6	2,4	4,3	3,0	2,8	2,0	2,6	2,5	2,5
60°	1,9	1,9	2,0	2,2	2,4	2,5	2,4	2,6	2,4	2,3	2,4	2,5	2,5	2,4
90°	3,3	2,0	3,1	2,9	3,0	3,0		2,3	2,4	2,1	2,2	2,4		
120°	1,5	1,7	1,9	1,9	2,1	2,1		1,8	2,0	2,0	2,2	2,2		
150°	1,6	1,7	1,9	1,9				2,0	2,0	2,0				

φ	$E - E$							$E - H$						
	θ							θ						
	90°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	90°	110°	120°	130°	140°	150°	160°
0°		0,6	-1,7	-3,6	0,8	2,0	2,1							
30°	0,9	0,8	0,2	-2,7	-0,2	1,9	2,1	1,9	2,0	1,2	1,5	1,8	2,1	
60°	1,5	0,6	1,4	0,4	-1,4	0,9	2,2	0,3	0,3	1,1	1,4	1,8	2,1	
90°	1,3	1,4	1,5	1,7	1,7	1,9	1,6	0,8	2,1	1,3	1,2	1,8	2,1	
120°	1,6	1,5	1,7	1,7	1,7	1,9		1,2	0,7	1,7	1,6	1,9		
150°	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7			1,6	1,6	1,7	1,9			

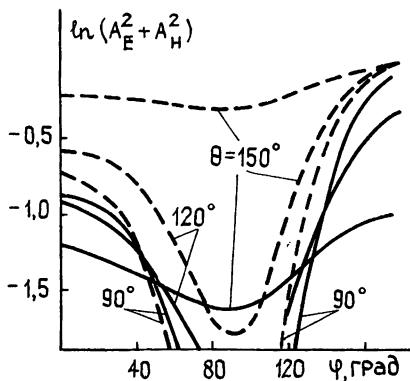


Рис. 5.

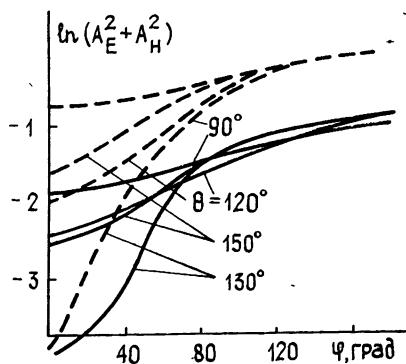


Рис. 6.

На рис. 5, 6 построены зависимости натуральных логарифмов полного поперечника рассеяния метеорного следа в зависимости от θ и φ по классической формуле мощности (пунктирная линия) и при численном решении задачи (сплошная линия) при H - и E -поляризациях падающей волны соответственно. Нормализованный радиус следа $kr_t = 0,6$, что соответствует максимуму отраженного сигнала. При H -поляризации падающей волны зависимость полного поперечника рассеяния от угла θ при численном решении противоположна полученной по классической формуле мощности при $\varphi \approx 0, 180^\circ$, и при данных углах разница достигает 4 dB (рис. 5). Для E -поляризации падающей волны наблюдается более слабый минимум коэффициента отражения полученного из численного решения для углов $\cos \mu \approx 0$, чем по классической формуле (рис. 6).

При больших радиусах следа $kr_t = 2,0$ (рис. 7 H -пад., 8 E -пад.) угловые зависимости поперечника рассеяния, вычисленные двумя способами, не противоречат друг другу, что можно объяснить правомочностью применения классической формулы мощности, однако несоответствие между двумя типами кривых по всему интервалу изменения

угла ϕ также достигает 4 δB , что, очевидно, вызвано дифракционными эффектами.

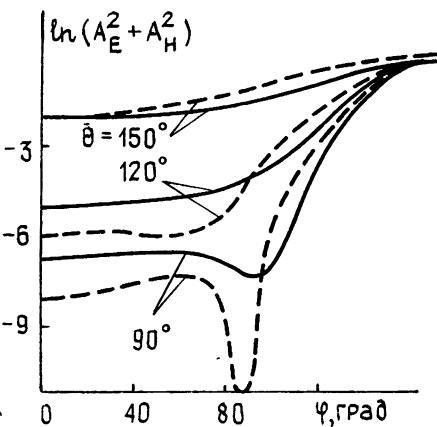


Рис. 7.

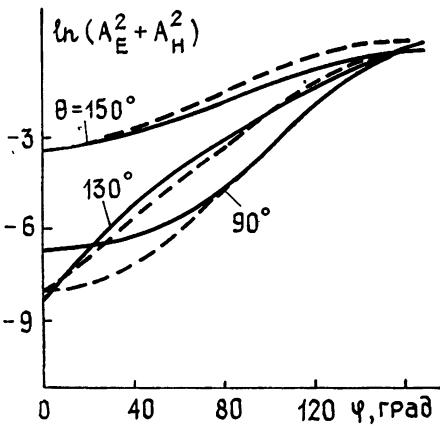


Рис. 8.

Отметим, что рассмотренные характерные особенности отраженного от метеорного следа сигнала сохраняются в диапазоне линейных электронных плотностей от 10^{11} эл./см до 10^{13} эл./см. Таким образом, строгое решение волновых уравнений в случае наклонного падения, примененное к плазме метеорного следа, позволяет более точно рассчитать характеристики отраженного сигнала по сравнению с приближенным решением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kaiser T. R., Closs R. L.—Phil. Mag., 1952, 43, № 336, p. 1.
2. Keitel G. H.—Proc. Inst. Radio Eng., 1955, 43, № 10, p. 1481.
3. Чумак Ю. В., Мойся Р. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 1, с. 51.
4. Мак-Кинли Д. Методы метеорной астрономии. — М.: Мир, 1964.
5. Yeh C, Wang K. C.—J. Appl. Phys., 1972, 43, № 10, p. 3999.
6. Herlofson N.—Arkiv För Fysik, 1951, 3, p. 247.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1978, с. 62.
8. Manning L. A.—J. Atmos. Terr. Phys., 1959, 14, p. 82.
9. McKinley D. W. R., Mc Namara A. G.—Canad. J. Phys., 1956, 34, p. 625.

Казанский государственный
университет

Поступила в редакцию
6 июня 1983 г.

THE CALCULATION OF THE AMPLITUDE AND PHASE CHARACTERISTICS OF THE SIGNAL IN THE OBLIQUE SCATTERING BY THE METEOR TRAIL

R. G. Huzyashev

The task of the diffraction of the oblique incident radiowaves on the radially inhomogeneous meteor trail is considered. The amplitude and phase characteristics of the reflected signal for the different polarization of the incident and the reflected waves are obtained.