ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 8 *РАДИОФИЗИКА* *1984*

УДК 621.371.162

ТЕНЗОР ЭФФЕКТИВНОГО ИМПЕДАНСА СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТОЙ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. С. Брюховецкий, В. М. Тигров, И. М. Фукс

В приближении теории малых возмущений получен тензор эффективного импеданса и установлена связь его элементов с коэффициентами отражения и сечениями рассеяния электромагнитных волн на статистически шероховатой идеально проводящей поверхности.

При исследовании рассеяния электромагнитных волн на статистически неровной поверхности волновое поле удобно представлять в виде суммы среднего (когерентного) поля и его флуктуаций. Отражение когерентной составляющей поля от идеально проводящей поверхности с достаточно низкими шероховатостями, когда для решения задачи дифракции можно применять методы теории возмущений (см., например, [1,2]), происходит так, как от плоскости с некоторым «эффективным импедансом». Этот факт известен довольно давно [3], однако проведенные до сих пор исследования относились только к частным случаям либо статистически изотропной поверхности [4,5], либо двумерных шероховатостей с образующими, перпендикулярными к плоскости падения [6]. Для этих частных случаев характерно отсутствие деполяризации когерентного поля, если падающая волна имеет вертикальную либо горизонтальную поляризации (см., например, [2], § 7).

В данной работе показано, что в общем случае шероховатая поверхность с произвольным пространственно-угловым спектром неровностей описывается тензором эффективного импеданса, недиагональные элементы которого ответственны за появление деполяризованной компоненты в отраженном когерентном сигнале. Фазовая скорость слабозатухающей поверхностной собственной волны, захваченной такой поверхностью, является функцией направления ее распространения, а поляризация ее, вообще говоря, является эллиптической (а не линейной в вертикальной плоскости, как в указанных выше частных случаях). В заключение приведена связь диагональных элементов тензора импеданса (определяющих коэффициенты когерентного отражения вертикально и горизонтально поляризованных волн) с интегралами от индикатрисы рассеяния флуктуационного поля, аналитически продолженной в область комплексных углов рассеяния.

1. Граничные условия, требующие обращения в нуль тангенциальных компонент электрического поля на идеально проводящей случайной поверхности $z=\zeta(\boldsymbol{r})$ ($\boldsymbol{r}=\{x,y\}$ — радиус-вектор в плоскости $z=0$), в первом порядке теории возмущений по малым параметрам — высотам неровностей $\zeta(\boldsymbol{r})$ и их наклонам $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{r})=\nabla_r\zeta(\boldsymbol{r})$ — эквивалентны системе связанных граничных условий для среднего $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ и флуктуационного поля $\boldsymbol{e}$ (см., например, [1], § 51, [2], § 7, с. 81) на плоскости $z=0$:

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_\perp=-\langle\boldsymbol{\gamma}e_z\rangle-(\partial/\partial z)\langle\zeta\boldsymbol{e}_\perp\rangle; \tag{1a}$$

$$e_\perp = -\gamma\mathcal{E}_z - (\partial/\partial z)\zeta\mathcal{E}_\perp. \qquad (1\,б)$$

Здесь и в дальнейшем $\boldsymbol{a}_\perp$ означает проекцию вектора $\boldsymbol{a}$ на плоскость $z=0$: $\boldsymbol{a}_\perp = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{n}(\boldsymbol{an}) = [\boldsymbol{n}\,[\boldsymbol{an}]]$, где $\boldsymbol{n} = \{0, 0, 1\}$ — единичный вектор, направленный по оси z. Косые скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение по ансамблю реализаций случайной функции $z = \zeta(\boldsymbol{r})$. Будем рассматривать только монохроматические волновые поля, предполагая зависимость от времени в виде $\exp(-i\omega t)$, и перейдем к пространственным фурье-компонентам:

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{r}, z) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, z)\,e^{i\boldsymbol{kr}}, \quad \mathrm{H}(\boldsymbol{r}, z) = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{k}, z)\,e^{i\boldsymbol{kr}}; \qquad (2\,а)$$

$$\zeta(\boldsymbol{r}) = \int d^2\varkappa\,\tilde{\zeta}(\varkappa)\,e^{i\varkappa\boldsymbol{r}}; \qquad (2\,б)$$

$$\boldsymbol{e}(\boldsymbol{r}, z) = \int d^2\varkappa\,\tilde{\boldsymbol{e}}(\varkappa)\exp\left[i(\varkappa\boldsymbol{r} + \varkappa_z z)\right], \qquad (2\,в)$$

где $\varkappa_z = \sqrt{k_0^2 - \varkappa^2}$ $(\mathrm{Im}\,\varkappa_z \geqslant 0)$, $k_0 = \omega/c$. Подставляя (2а) — (2в) в (1б), получаем

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_\perp(\varkappa) = -\tilde{\zeta}(\varkappa - \boldsymbol{k})\{i(\varkappa - \boldsymbol{k})\,E_z(\boldsymbol{k}, 0) + (\partial \boldsymbol{E}_\perp/\partial z)(\boldsymbol{k}, z)|_{z=0}\}. \qquad (3)$$

Компоненты электрического поля $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, 0)$ в правой части этой формулы с помощью уравнений Максвелла можно выразить только через тангенциальные компоненты магнитного поля $\boldsymbol{H}$ (аргументы $\boldsymbol{k}$ и z у $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ опускаем):

$$E_z|_{z=0} = (1/k_0)\,(\boldsymbol{k}\,[\boldsymbol{nH}]); \qquad (4\,а)$$

$$\partial \boldsymbol{E}_\perp/\partial z|_{z=0} = -(i/k_0)\,\{(\boldsymbol{kH})\,[\boldsymbol{nk}] + k_z^2\,[\boldsymbol{nH}]\}, \qquad (4\,б)$$

где $k_z^2 = k_0^2 - k^2$. Фурье-компоненты нормальной составляющей флуктуационного поля $\tilde{e}_z(\varkappa)$ определяются из очевидного соотношения $\varkappa_z \tilde{e}_z + \varkappa\tilde{\boldsymbol{e}}_\perp(\varkappa) = 0$, являющегося следствием уравнения $\mathrm{div}\,\boldsymbol{e}(\boldsymbol{r}, z) = 0$, так что для $\tilde{\boldsymbol{e}}(\varkappa)$ имеем

$$\tilde{\boldsymbol{e}}(\varkappa) = -\tilde{\zeta}(\varkappa - \boldsymbol{k})\,\varkappa_z^{-1}\,[\boldsymbol{K}\,[\boldsymbol{An}]], \qquad (4\,в)$$

где $\boldsymbol{K} = \varkappa + \boldsymbol{n}\varkappa_z$, $\boldsymbol{A} = i(\varkappa - \boldsymbol{k})\,E_z(k, 0) + \partial \boldsymbol{E}_\perp(k, z)/\partial z\,|_{z=0}$. Подставляя (4а), (4б), в (3), а (3) — в (1а), приходим к импедансному граничному условию для $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ на плоскости $z=0$:

$$E_\alpha = \eta_{\alpha\beta}\,[\boldsymbol{nH}]_\beta \quad (\alpha, \beta = x, y); \qquad (5)$$

$$\eta_{\alpha\beta} = \frac{1}{k_0}\int \frac{d^2\varkappa}{\varkappa_z}\,S(\varkappa - \boldsymbol{k})\,\{\varkappa_z^2\,[\delta_{\alpha\beta}k_0^2 - k_\alpha k_\beta] + k_0^2\,(k_\alpha - \varkappa_\alpha)(k_\beta - \varkappa_\beta)\}, \qquad (6)$$

где $S(\boldsymbol{q})$ — пространственный спектр шероховатостей, определенный формулами

$$\langle\tilde{\zeta}(\boldsymbol{q})\,\tilde{\zeta}(\boldsymbol{q}')\rangle = \delta(\boldsymbol{q} + \boldsymbol{q}')\,S(\boldsymbol{q}); \qquad (7а)$$

$$S(\boldsymbol{q}) = (2\pi)^{-2}\int \langle\zeta(\boldsymbol{r})\,\zeta(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{\rho})\rangle\,e^{i\boldsymbol{q\rho}}\,d^2\rho. \qquad (7б)$$

2. **Коэффициенты отражения** плоских волн на поверхности, на которой выполняются граничные условия (5), определяются следующим образом. Пусть поверхность облучается плоской волной с волновым вектором $\boldsymbol{k}_0 = \{\boldsymbol{k}_\perp, k_z\}$:

$$\mathcal{E}^i(\boldsymbol{r}, z) = \boldsymbol{p}_0 \exp\{i(\boldsymbol{kr} + k_z z)\}. \tag{8а}$$

Рассмотрим сначала случай горизонтально поляризованного излучения, когда вектор поляризации $\boldsymbol{p}_0$ ортогонален к плоскости падения: $\boldsymbol{p}_0 = [\boldsymbol{n}\boldsymbol{\alpha}]/\sin\theta_0$, здесь $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{k}_0/k_0$, а θ_0 — угол падения: $k_z = -k_0\cos\theta_0$, $k = k_0\sin\theta_0$. Когерентно отраженное поле $\mathcal{E}^r(\boldsymbol{r}, z)$ из-за локальности по $\boldsymbol{k}$ граничных условий (5) представляет собой также плоскую волну, распространяющуюся в направлении $\beta_0 = \boldsymbol{\alpha} - 2\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n\alpha})$, поляризация которой, вообще говоря, не совпадает с $\boldsymbol{p}_0$, так что амплитуды Фурье $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, z)$, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{k}, z)$ среднего поля $\mathcal{E} = \mathcal{E}^i + \mathcal{E}^r$, $\mathrm{H} = \mathrm{H}^i + \mathrm{H}^r$ могут быть записаны в виде

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, z) = \boldsymbol{p}_0 e^{ik_z z} + [\boldsymbol{p}_0 V_{\text{г г}} + \boldsymbol{g} V_{\text{г в}}]\, e^{-ik_z z}; \tag{8б}$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{k}, z) = \boldsymbol{g}_0 e^{ik_z z} + [\boldsymbol{g} V_{\text{г г}} - \boldsymbol{p}_0 V_{\text{г в}}]\, e^{-ik_z z}, \tag{8в}$$

где введены единичные векторы $\boldsymbol{g}$ и $\boldsymbol{g}_0$ в плоскости падения:

$$\boldsymbol{g}_0 = [\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{p}_0], \quad \boldsymbol{g} = [\beta_0 \boldsymbol{p}_0]. \tag{9}$$

Если для определенности координатную плоскость $y=0$ совместить с плоскостью падения (т. е. считать $\boldsymbol{\alpha} = \{\sin\theta_0, 0, -\cos\theta_0\}$, $\beta_0 = \{\sin\theta_0, 0, \cos\theta_0\}$, $\boldsymbol{p}_0 = \{0, 1, 0\}$), то подстановка (8а), (8б) в (5) приводит к следующим формулам для коэффициентов отражения $V_{\text{г.г}}$ и $V_{\text{г в}}$:

$$V_{\text{г.г}} \approx -1 + 2\eta_{yy}\cos\theta_0; \tag{10а}$$

$$V_{\text{г в}} \approx -2\eta_{xy}\cos\theta_0/(\eta_{xx} + \cos\theta_0). \tag{10б}$$

Здесь мы учли, что для однородных плоских волн ($0 \leqslant \theta_0 \leqslant \pi/2$) элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$, найденного методом возмущений, должны быть заведомо малыми величинами ($|\eta_{\alpha\beta}| \ll 1$).

При вертикальной поляризации падающего поля вместо (8а), (8б) имеем

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{p}_0 e^{ik_z z} + [\boldsymbol{p}_0 V_{\text{в в}} + \boldsymbol{g} V_{\text{в г}}]\, e^{-ik_z z}; \tag{11а}$$

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{g}_0 e^{ik_z z} + [-\boldsymbol{g} V_{\text{в в}} + \boldsymbol{p}_0 V_{\text{в г}}]\, e^{-ik_z z}, \tag{11б}$$

а коэффициенты отражения $V_{\text{в в}}$ и $V_{\text{в г}}$ определяются по формулам

$$V_{\text{в в}} = (\cos\theta_0 - \eta_{xx})/(\cos\theta_0 + \eta_{xx}), \quad V_{\text{в г}} = V_{\text{г в}}. \tag{12}$$

Таким образом, в выбранной системе координат диагональные элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$ определяют коэффициенты отражения горизонтально ($V_{\text{г.г}}$) и вертикально ($V_{\text{в в}}$) поляризованного излучения (η_{yy} и η_{xx} — соответственно), а недиагональные элементы η_{xy}, η_{yx} приводят к появлению в когерентно отраженном поле составляющей с поляризацией, ортогональной к падающей, относительная амплитуда которой равна $V_{\text{в г}} = V_{\text{г.в}}$. Отметим, что элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$, определяемые формулой (6), зависят не только от угла падения θ_0, но и от направления φ вектора $\boldsymbol{k}$ в плоскости $z=0$. Это означает, что коэффициенты отражения $V_{\text{в в}}$ и $V_{\text{в.г}}$ и коэффициенты деполяризации $V_{\text{в г}}$ в общем случае неизотропной поверхности также зависят от двух углов: θ_0 и φ.

3. **Поверхностная волна** является собственным слабозатухающим колебанием электромагнитного поля, локализованным вблизи плоскости $z=0$, и определяется как решение уравнений Максвелла вида

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\boldsymbol{r}, z) &= \boldsymbol{p}\exp[ik_0(\boldsymbol{\alpha}_\perp \boldsymbol{r} + \alpha_z z)], \\ \mathrm{H}(\boldsymbol{r}, z) &= [\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{p}]\exp[ik_0(\boldsymbol{\alpha}_\perp \boldsymbol{r} + \alpha_z z)], \end{aligned} \tag{13}$$

при $\operatorname{Im} \alpha_z > 0$, $\operatorname{Im} \alpha_\perp \ll 1$ $(\alpha_z^2 + \alpha_\perp^2 = 1)$.

Подставляя (13) в (5) и учитывая условия $(p\alpha) = 0$ $(\alpha = \alpha_\perp + n\alpha_z)$, приходим к системе трех линейных однородных уравнений относительно компонент вектора p, условие разрешимости которой в введенной ранее системе координат $(\alpha_y = 0)$ имеет вид

$$\alpha_z \approx -\eta_{xx} (\theta_0 = \pi/2), \qquad \alpha_x \approx 1 - \alpha_z^2/2, \tag{14}$$

а проекции вектора поляризации связаны соотношениями

$$p_x = -p_z \alpha_z, \quad p_y = p_z \eta_{yx}. \tag{15}$$

Из (14) следует, что для существования поверхностной волны необходимо, чтобы $\operatorname{Im} \eta_{xx} (\theta_0 = \pi/2) < 0$; это неравенство заведомо выполняется, например, для мелкомасштабных шероховатостей (см. ниже формулу (П.8)), когда $\eta_{xx} = -iB(\varphi)$ $(B \approx (k_0 \sigma^2/l)\, \overline{\cos^2 \varphi})$. Эта поверхностная волна является замедленной, и ее фазовая скорость

$$V_\Phi = c\,(1 + (1/2)\,\alpha_z^2) \approx c\,(1 - (1/2)\,B(\varphi)),$$

вообще говоря, зависит от направления ее распространения (φ). Согласно (15) эта волна является эллиптически поляризованной $(p_y = -ip_z B(\varphi))$, причем направление вращения вектора p и соотношение между полуосями эллипса поляризации также зависят от угла φ. В частных случаях изотропных неровностей (либо анизотропных, но симметричных относительно плоскости падения, когда $\eta_{xy} = 0$) поверхностная волна поляризована в вертикальной плоскости и имеет отличную от нуля продольную компоненту $p_x = -p_z \alpha_z$.

4. **Сечение рассеяния** флуктуационного поля при облучении поверхности плоской волной (8а) может быть получено из (4в), если фурье-компоненты среднего поля E выразить через напряженность падающего поля и найденные выше коэффициенты отражения $V_{\text{в в}}$, $V_{\text{г г}}$ и $V_{\text{в г}}$. При достаточно крутых углах облучения $(|\cos\theta_0| \gg |\eta_{xx}|)$ можно ограничиться борновским приближением $(V_{\text{в в}} = 1$, $V_{\text{г г}} = -1$, $V_{\text{в г}} = 0)$:

$$E_z = 2\,(p_0 n), \quad H_\perp = 2\,[\alpha\, p_0]_\perp. \tag{16}$$

Для напряженности флуктуационного поля $e(R)$ в дальней зоне относительно рассеивающей поверхности (часть шероховатой плоскости с линейным размером $L \ll \sqrt{\lambda R}$ и площадью $S \sim L^2$) имеем (ср. [2], § 9)

$$e(R) \approx -2\pi i \varkappa_z e^{ik_0 R} R^{-1} \tilde{e}(\varkappa), \qquad K = k_0 \beta = k_0\,(R/R) \tag{17}$$

и для матрицы удельного сечения рассеяния $\sigma^{p_0}_{p_1 p_2}$ получаем (ср. [2])

$$\sigma^{p_0}_{p_1 p_2} = R^2 S^{-1} \langle (p_1 e\,(R))\,(p_2 e^*\,(R)) \rangle = 4k_0^4 S\,(\varkappa - k)\, F^{p_0}_{p_1} F^{p_0 *}_{p_2}, \tag{18}$$

где

$$F^{p_0}_{p} = \alpha_z p_z\,(p_0 \beta) + \beta_z p_{0z}\,(p\alpha) + p_z p_{0z}\,(1 - \alpha\beta) - \alpha_z \beta_z\,(p\, p_0) \tag{19}$$

(при этом учтено, что $p_0 \varkappa = p\beta = 0$ и $|p_1|^2 = |p_2|^2 = 1$).

5. **Плотность потока** энергии P_i падающего поля (8) через плоскость $z = \text{const}$ при идеальной проводимости поверхности должна полностью компенсироваться суммарной плотностью потока энергии когерентно отраженного поля P_r и рассеянного поля P_s, т. е. в любом порядке теории возмущений должно выполняться условие

$$P_i - P_r = P_s, \tag{20}$$

где

$$P_s = \frac{c}{4\pi} \int \sigma^{(p_0)}_{(\boldsymbol{k},\boldsymbol{\varkappa})} d\Omega,$$

$$P_i = (c/4\pi)\,|\mathcal{E}^i|^2 \cos\theta_0, \qquad P_r = (c/4\pi)\,|\mathcal{E}^r|^2 \cos\theta_0, \tag{21}$$

здесь $\sigma^{(p_0)}_{(\boldsymbol{k},\boldsymbol{\varkappa})} = \sum_{i=1,2} \sigma^{p_0}_{p_i p_i} = R^2\,|e(\boldsymbol{R})|^2/S$ — полное сечение некогерентного рассеяния в две ортогональные поляризации p_i $(i=1,2)$, а интегрирование $d\Omega$ проводится по всей верхней полусфере.

а) Горизонтальная поляризация ($\boldsymbol{p}_0 = \{0, 1, 0\}$). Из (8б) получаем

$$P_r = (|V_{\text{г.г}}|^2 + |V_{\text{г.в}}|^2) \cos\theta_0 \approx (1 - 4\cos\theta_0 \operatorname{Re}\eta_{yy}) \cos\theta_0. \tag{22}$$

Следовательно, требование полной компенсации потоков энергии (20) приводит к формуле

$$\operatorname{Re}\eta_{yy} = \frac{1}{4\cos^2\theta_0 k_0} \int\limits_{\varkappa \ll k_0} \frac{d^2\varkappa}{\varkappa_z}\, \sigma^{\text{г}}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}). \tag{23}$$

При этом мы воспользовались очевидным соотношением $d\Omega = d^2\varkappa \times \times (k_0\varkappa_z)^{-1}$ и обозначили через $\sigma^{\text{г}}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{\varkappa})$ полное удельное сечение рассеяния горизонтально поляризованного излучения:

$$\sigma^{\text{г}}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}) = 4\cos^2\theta_0 k_0^2 (\varkappa_z^2 + \varkappa_y^2)\, S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}). \tag{24}$$

Видно, что формула (23) полностью согласуется с (6). Более того, если $\sigma^{\text{г}}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa})$ аналитически продолжить в область комплексных углов рассеяния ($\varkappa > k_0$), то формула (6) для η_{yy} может быть записана в виде (23) с интегрированием по всей плоскости переменной $\boldsymbol{\varkappa}$.

б) Вертикальная поляризация. Из (8в) и (18) следует:

$$P^i - P^r \approx 4\operatorname{Re}\eta_{xx} = \frac{1}{k_0} \int\limits_{\varkappa \ll k_0} \frac{d^2\varkappa}{\varkappa_z}\, \sigma^{\text{в}}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}); \tag{25}$$

$$\sigma^{\text{в}}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\varkappa}) = 4\,\{\varkappa_z^2 (k_0^2 - k_x^2) + k_0^2 (k_x - \varkappa_x)^2\}\, S(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}). \tag{26}$$

Таким образом, формулы (23) и (25) позволяют вычислять диагональные элементы тензора эффективного импеданса путем интегрирования по всем углам рассеяния (включая и комплексные углы) сечений рассеяния $\sigma^{\text{в}}$ и $\sigma^{\text{г}}$, вычисленных в борновском приближении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим для нескольких предельных случаев элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$, определенные формулой (6), в системе координат (x, y, z), в которой $k_y = 0$, $k_x = k_0 \sin\theta_0$, (плоскость $y = 0$ совпадает с плоскостью падения). Перейдем в (6) к интегрированию по новой переменной $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{k}$ ($\boldsymbol{q}$ — проекция вектора рассеяния на плоскость $z = 0$), а функцию $S(\boldsymbol{q})$ будем рассматривать как функцию двух переменных — модуля q и угла φ между $\boldsymbol{q}$ и осью $0x$: $S(\boldsymbol{q}) = S(q, \varphi)$.

Пространственно-угловой спектр нормирован условием

$$\int\limits_0^\infty q\,dq \int\limits_0^{2\pi} d\varphi\, S(q, \varphi) = \sigma^2, \tag{П.1}$$

где $\sigma^2 = \langle\zeta^2\rangle$ — дисперсия высот шероховатостей поверхности. Введем характерный линейный размер l шероховатостей в горизонтальной плоскости и определим моменты спектра соотношением

$$\int_0^\infty q^{n+1}\,dq \int_0^{2\pi} d\varphi\, S(q, \varphi) = C_n \sigma^2 l^{-n} \quad (C_0 = 1). \tag{П.2}$$

Усредненные по спектру значения функций азимута φ будем обозначать чертой:

$$\overline{f(\varphi)} = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^\infty q\,dq \int_0^{2\pi} S(q, \varphi)\, f(\varphi)\, d\varphi. \tag{П.3}$$

Далее предположим, что

$$S(q, \varphi) = S(q) S(\varphi).$$

Так как $S(q)$ — четная функция $[S(q) = S(-q)]$, то $S(q, \varphi) = S(q, \varphi \pm \pi)$ и, следовательно, всегда достаточно ограничиться заданием $S(q, \varphi)$ в области $-\pi/2 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$. Элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$ в новых переменных принимают вид

$$\eta_{\alpha\beta} = k_0 \int_0^\infty q\,dq \int_0^{2\pi} d\varphi\, (S(q, \varphi)/q_z)\, t_{\alpha\beta}; \tag{П.4}$$

$$\begin{gathered} t_{xx} = q_z^2 \cos^2\theta_0 + q^2 \cos^2\varphi, \quad t_{yy} = q_z^2 + q^2 \sin^2\varphi, \\ t_{xy} = t_{yx} = (1/2)\, q^2 \sin 2\varphi, \\ q_z = \sqrt{k_0^2 \cos^2\theta_0 - 2k_0 q \sin\theta_0 \cos\varphi - q^2} \quad (\operatorname{Im} q_z \geqslant 0). \end{gathered} \tag{П.5}$$

Обозначим через φ_0 ($|\varphi_0| \leqslant \pi/2$) азимут направления, в котором $S(q, \varphi)$ принимает максимальное значение, через $\Delta\varphi$ — характерную ширину этого максимума (если в качестве шероховатостей поверхности выступает поверхность моря, то φ_0 — генеральное направление распространения волн, а $\Delta\varphi$ — ширина углового спектра), и введем $\Phi = \max(\varphi_0, \Delta\varphi)$. Для изотропных шероховатостей $\Delta\varphi = \pi$, для одномерных $\Delta\varphi = 0$.

1. **Крупные неровности,** крутое падение:

$$\begin{gathered} k_0 l \gg 1, \quad \cos^2\theta_0 \gg \frac{2\sin\theta_0 \,\overline{|\cos\Phi|}}{k_0 l}; \quad \frac{1}{(k_0 l)^2}, \\ \eta_{xx} = (k_0\sigma)^2 \cos^3\theta_0, \quad \eta_{yy} = (k_0\sigma)^2 \cos\theta_0, \quad \eta_{xy} = C_2 \frac{\sigma^2}{2l^2 \cos\theta_0}\, \overline{\sin 2\varphi}. \end{gathered} \tag{П.6}$$

2. **Крупные шероховатости,** скользящее распространение:

$$\begin{gathered} k_0 l \gg 1, \quad \psi = \pi/2 - \theta_0 \ll \sqrt{\cos\Phi / k_0 l}, \quad |\cos\Phi| \gg 1/k_0 l, \\ \eta_{xx} = C_{3/2} (k_0\sigma)^2 (k_0 l)^{-3/2} e^{-i\pi/4}\, \overline{|\cos^{3/2}\varphi|}/2, \\ \eta_{yy} = C_{1/2}\, 2\, (k_0\sigma)^2 (k_0 l)^{-1/2} e^{i\pi/4}\, \overline{|\cos^{1/2}\varphi|}, \\ \eta_{xy} = C_{3/2} (1/2)\, (k_0\sigma)^2 (k_0 l)^{-3/2} e^{-i\pi/4}\, \overline{|\cos^{1/2}\varphi| \sin\varphi}. \end{gathered} \tag{П.7}$$

3. **Мелкие неровности** ($k_0 l \ll 1$):

$$\eta_{xx} = iC_1 (k_0\sigma)^2 (k_0 l)^{-1} [\cos^2\theta_0 - \overline{\cos^2\varphi}],$$

$$\eta_{yy} = iC_1 (k_0\sigma)^2 (k_0 l)^{-1} \overline{\cos^2\varphi}, \quad \eta_{xy} = -iC_1 (k_0\sigma)^2 (2k_0 l)^{-1} \overline{\sin 2\varphi}. \qquad (\text{П}.8)$$

Для крупных неровностей ($k_0 l \gg 1$) и квазиодномерных шероховатостей, ортогональных к плоскости падения ($|\cos\Phi| \ll 1/k_0 l$), при скользящем распространении $\psi \ll 1/k_0 l$ элементы тензора $\eta_{\alpha\beta}$ также имеют вид (П. 8). Приведенные выше формулы в случае изотропных шероховатостей ($\partial S/\partial\varphi = 0$) совпадают с соответствующими выражениями (7.6) для η_{yy} и (7.22) для η_{xx} из [2]. Недиагональные элементы η_{xy} обращаются в нуль не только в случае изотропных шероховатостей, но и тогда, когда ось симметрии спектра $S(q, \varphi)$ совпадает с плоскостью падения, так что $\overline{\sin\varphi} = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: АН СССР, 1961.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности — М.: Наука, 1972.
3. Сб. Исследования распространения радиоволн, вып. 2./Под ред. Б. А. Введенского — М.: АН СССР, 1948.
4. Басс Ф. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1960, 3, № 1, с. 72.
5. Докучаев В. П., Кротиков В. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 8, с. 937.
6. Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 3, с. 401.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
12 июля 1983 г.

THE EFFECTIVE IMPEDANCE TENSOR OF A ROUGH PERFECTLY CONDUCTING SURFACE

A. S. Bryukhovetskij, V. M. Tigrov, I. M. Fukš

Using the perturbation method, an effective impedance tensor has been derived as well as its components related with reflection coefficients and scatter cross-sections for electromagnetic waves incident on a rough perfectly conducting surface.