ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 8 *РАДИОФИЗИКА* *1984*

О ТРАНСФОРМАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ СО СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Н. С. Беллюстин, М. А. Раевский

Рассмотрена линейная трансформация электромагнитных волн в плазме со случайными неоднородностями магнитного поля На основании уравнения Эйнштейна—Фоккера—Планка изучается статистика параметров Стокса. Показано, что линейная трансформация волн меняет частоту фарадеевского вращения эллипса поляризации, а также приводит к полной деполяризации волны. Подробно исследовано поведение первых и вторых моментов параметров Стокса.

Хорошо известно, что для задач диагностики лабораторной и космической плазмы весьма важным является вопрос об изменении поляризационных характеристик электромагнитных волн, распространяющихся в случайно-неоднородной магнитоактивной плазме. Как правило, этот вопрос изучается в приближении геометрической оптики [1 - 4], которое нарушается при прохождении волной достаточно толстого плазменного слоя. В одной из работ [5] мы исследовали влияние эффектов линейной трансформации нормальных волн на изменение поляризационных характеристик волны, распространяющейся в плазме со случайными флуктуациями электронной концентрации. В данной работе мы рассмотрим аналогичные эффекты для электромагнитных волн, распространяющихся в плазме со случайно-неоднородным магнитным полем. Эта задача ранее изучалась в частной постановке, когда волна распространяется вдоль внешнего магнитного поля [6]. Мы рассмотрим более общую ситуацию, когда направление распространения волны произвольно по отношению к магнитному полю. При этом, как оказывается, линейная трансформация нормальных волн существенно эффективнее, чем в случае, рассмотренном в [6]. Кроме того, в данной работе изучается влияние линейной трансформации на частоту фарадеевского вращения эллипса поляризации (эффект, ранее не обсуждавшийся). Приведенные оценки указывают на важность этих эффектов.

Будем рассматривать распространение высокочастотной электромагнитной волны, для которой

$$u = \omega_H^2/\omega^2 \ll 1, \quad v = \omega_0^2/\omega^2 \ll 1 \tag{1}$$

(ω — частота волны, ω_0 и ω_H — ленгмюровская и циклотронная частоты электронов). По отношению к такой волне плазма представляет собой слабоанизотропную среду. Будем также считать, что характерный масштаб флуктуаций магнитного поля превышает длину волны, тогда взаимодействием встречных нормальных волн можно пренебречь. В этом случае для описания изменения поляризации волны вдоль луча можно воспользоваться квазиизотропным приближением [7]. Соответствующие уравнения, описывающие изменения вдоль лучевой координаты z параметров Стокса:

$$\begin{gathered} p_1 = E_x E_y^* + E_x^* E_y, \quad p_2 = i(E_x E_y^* - E_x^* E_y), \\ p_3 = E_x E_x^* - E_y E_y^*, \end{gathered} \tag{2}$$

можно записать при отсутствии поглощения в виде [8]

$$dp/dz = 2k_0[\mu p], \tag{3}$$

где $k_0 = \omega/c$, $p = \{p_1, p_2, p_3\}$, $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}$ — векторы, составленные из параметров Стокса и функций

$$\mu_1 = \frac{v}{2}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 H_x H_y, \quad \mu_2 = -\frac{v}{2}\frac{e}{mc\omega}H_z,$$
$$\mu_3 = \frac{v}{4}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 (H_x^2 - H_y^2). \tag{4}$$

Уравнение (3) является следствием уравнений для поля двух попутных электромагнитных волн различных типов и позволяет рассматривать эффекты линейной трансформации нормальных волн.

Будем считать, что магнитное поле $\boldsymbol{H}$ является совокупностью однородного поля $\boldsymbol{H}_0$ (ориентированного в плоскости yz) и флуктуаций $\Delta\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ со средним, равным нулю. Предполагая, что амплитуды этих флуктуаций достаточно малы ($\Delta H \ll H_0$), будем в дальнейшем использовать уравнение (3), линеаризованное по компонентам ΔH_i. Кроме того, предполагается, что случайное поле $\Delta\boldsymbol{H}$ статистически однородно и изотропно:

$$\langle \Delta H_i(\boldsymbol{r})\,\Delta H_j(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{\rho})\rangle = B_{tt}(\rho)\left(\delta_{ij} - \frac{\rho_i\rho_j}{\rho^2}\right) + B_{rr}(\rho)\frac{\rho_i\rho_j}{\rho^2}, \tag{5}$$

где B_{tt}, B_{rr} — продольная и поперечная функции корреляции, связанные в силу соленоидальности $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ соотношением

$$B_{tt} = \frac{1}{2\rho}\frac{d}{d\rho}\rho^2 B_{rr}. \tag{6}$$

Уравнения (3) имеют интеграл $p^2 = \mathrm{const}$ (в дальнейшем считаем $p^2 = 1$) и описывают движение на сфере в $\boldsymbol{p}$-пространстве. Если $\mu = \mathrm{const}$ (флуктуации магнитного поля отсутствуют), вектор $\boldsymbol{p}$ с изменением z вращается вокруг оси, параллельной μ, причем скорость этого вращения пропорциональна разности показателей преломления нормальных волн:

$$n_1 - n_2 = 2\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2}. \tag{7}$$

Отметим также, что в случае плавных неоднородностей поля $\Delta\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ приближенно сохраняется проекция вектора $\boldsymbol{p}$ на μ, пропорциональная разности интенсивностей нормальных волн. Условие $(\boldsymbol{p}\mu)/\mu = \mathrm{const}$ соответствует приближению геометрической оптики и нарушается на достаточно больших расстояниях.

При наличии флуктуаций магнитного поля $\Delta\boldsymbol{H}$ к регулярному вращению вектора $\boldsymbol{p}$, определяемому $\mu_0 = \mu(\boldsymbol{H}_0)$, добавляется случайное движение, для описания которого удобно перейти к новым переменным:

$$\begin{aligned} r_1 &= p_1, & \lambda_1 &= \mu_1, \\ r_2 &= p_2\cos\alpha + p_3\sin\alpha, & \lambda_2 &= \mu_2\cos\alpha + \mu_3\sin\alpha, \\ r_3 &= -p_2\sin\alpha + p_3\cos\alpha, & \lambda_3 &= -\mu_2\sin\alpha + \mu_3\cos\alpha, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\alpha = \mathrm{arctg}\,\mu_{03}/\mu_{02}$.

Переменные r_i, как это нетрудно показать, являются комбинациями вида (2), составленными из амплитуд нормальных волн (например,

r_2 пропорциональна разности интенсивностей нормальных волн), и подчиняются уравнению того же вида:

$$dr/dz = 2k_0 [\lambda r]. \tag{9}$$

Для описания движения на сфере естественно перейти к угловым переменным ϑ, φ согласно формулам

$$r_1 = \sin\vartheta \sin\varphi, \quad r_2 = \cos\vartheta, \quad r_3 = \sin\vartheta\cos\varphi. \tag{10}$$

Тогда для медленно меняющихся велиин ϑ и $\Phi = \varphi - k_\Phi z$ ($k_\Phi = 2k_0\mu_0$ — удвоенная частота фарадеевского вращения в однородном поле H_0) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{gathered} d\vartheta/dz = 2k_0 [\Delta\lambda_1 \cos(\Phi + k_\Phi z) - \Delta\lambda_3 \sin(\Phi + k_\Phi z)], \\ d\Phi/dz = 2k_0\Delta\lambda_2 - 2k_0 \operatorname{ctg}\vartheta [\Delta\lambda_1 \sin(\Phi + k_\Phi z) + \Delta\lambda_3 \cos(\Phi + k_\Phi z)], \end{gathered} \tag{11}$$

где функции $\Delta\lambda_i$ имеют вид:

$$\begin{gathered} \Delta\lambda_1 = \frac{v}{2}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 H_{0y}\Delta H_x, \\ \Delta\lambda_2 = -\frac{v}{2}\frac{e}{mc\omega}\left(\Delta H_z \cos\alpha + \frac{e}{mc\omega} H_{0y}\Delta H_y \sin\alpha\right), \\ \Delta\lambda_3 = \frac{v}{2}\frac{e}{mc\omega}\left(\Delta H_z \sin\alpha - \frac{e}{mc\omega} H_{0y}\Delta H_y \cos\alpha\right). \end{gathered} \tag{12}$$

Уравнения (11), совместно с граничными условиями $\Phi(0) = \Phi_0$, $\vartheta(0) = \vartheta_0$, образуют причинную задачу, поэтому для нее можно получить уравнение Эйнштейна — Фоккера — Планка (ЭФП) в том случае, если характерный масштаб $L_{\text{тр}}$ изменения по z функции распределения $W(\vartheta, \Phi, z)$ много больше масштаба корреляции $l_\text{к}$ неоднородностей магнитного поля $\Delta \boldsymbol{H}$. При выводе ЭФП обычно полагают, что масштаб корреляции много меньше всех масштабов задачи, т. е. в нашем случае необходимо было бы предположить также, что $k_\Phi l_\text{к} \ll 1$. Мы будем полагать параметр $k_\Phi l_\text{к}$ произвольным и потребуем лишь выполнения условия $L_{\text{тр}} l_\text{к}^{-1} \gg 1$. В этом случае можно также получить уравнение ЭФП (см., например, [9]).

Точное уравнение ЭФП, полученное для системы стохастических уравнений (11), является весьма громоздким. Однако, при условии $k_\Phi L_{\text{тр}} \gg 1$ коэффициенты ЭФП можно осреднить на периоде $\lambda_\Phi = 2\pi/k_\Phi$. Получаемое при этом уравнение имеет вид (см. также [5])

$$\frac{\partial W}{\partial z} = D_1 \csc\vartheta \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta \frac{\partial W}{\partial\vartheta}\right) + (D_1 \operatorname{ctg}^2\vartheta + D_2)\frac{\partial^2 W}{\partial\varphi^2} - \beta\frac{\partial W}{\partial\varphi}, \tag{13}$$

где функция распределения W нормирована согласно условию

$$\int_0^{2\pi} d\Phi \int_0^{\pi} W \sin\vartheta d\vartheta = 1. \tag{14}$$

Коэффициенты уравнения (13) можно записать в виде

$$D_1 = \frac{k_0^2}{8}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \frac{\sin^4\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\int_0^\infty B_{rr}(\rho)\cos k_\Phi\rho d\rho +$$

$$+ \frac{k_0^2}{2}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \sin^2\gamma \left(1 + \frac{\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\right)\int_0^\infty B_{tt}(\rho)\cos k_\Phi\rho d\rho,$$

$$D_1 = k_0^2\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0^2 v^2 \frac{\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\int\limits_0^\infty B_{rr}(\rho)\,d\rho +$$

$$+\frac{k_0^2}{4}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0^2 v^2 \frac{\sin^6\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\int\limits_0^\infty B_{tt}(\rho)\,d\rho, \qquad (15)$$

$$\beta = \frac{k_0^2}{8}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \frac{\sin^4\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\int\limits_0^\infty B_{rr}(\rho)\sin k_\text{ф}\rho\,d\rho +$$

$$+\frac{k_0^2}{2}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \sin^2\gamma\left(1 + \frac{\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}\right)\int\limits_0^\infty B_{tt}(\rho)\sin k_\text{ф}\rho\,d\rho,$$

где $u_0 = \omega_{H_0}^2/\omega^2$, γ — угол между $\boldsymbol{H}_0$ и направлением распространения волны.

Следует отметить, что решения для W, найденные из точного уравнения ЭФП и приближенного уравнения (13), отличаются лишь на малую величину порядка $(k_\text{ф}L_\text{тр})^{-1}$, поскольку осреднение коэффициентов ЭФП по периоду быстрой фазы $\varphi=\Phi+k_\text{ф}z$ соответствует известной асимптотической процедуре Ван-дер-Поля.

Рассмотрим уравнение (13). Прежде всего, следует отметить, что наряду с традиционными диффузионными членами, пропорциональными D_1, D_2, оно содержит член $\beta\partial W/\partial\varphi$, который описывает изменение средней скорости фарадеевского вращения, обусловленное флуктуациями магнитного поля $\Delta\boldsymbol{H}$. Насколько нам известно, такого рода эффект ранее не рассматривался. Существенно, что это изменение фарадеевской частоты обусловлено линейной трансформацией нормальных волн (при $l_\text{к}\to 0$ коэффициент $\beta\to 0$, и мы получаем уравнение ЭФП стандартного вида).

Из уравнения (13) следует, что эволюция функции распределения на сфере определяется двумя коэффициентами диффузии D_1, D_2. При этом член, пропорциональный D_2, описывает геометрооптические эффекты деполяризации, обусловленные увеличением случайной разности фаз нормальных волн, а слагаемые, пропорциональные D_1, описывают эффекты статистической линейной трансформации нормальных волн. Поскольку процесс линейной трансформации имеет резонансный характер, коэффициент диффузии D_1 пропорционален значению спектра флуктуаций $\Delta\boldsymbol{H}$ на удвоенной частоте фарадеевского вращения $k_\text{ф} = k_0(n_1 - n_2)$.

Хотя уравнение (13) имеет относительно простой вид, аналитическое решение его весьма затруднительно. Однако из него можно получить замкнутые уравнения для моментов r_i любого порядка и тем самым достаточно полно исследовать процесс статистической трансформации нормальных волн.

Рассмотрим вначале поведение первых и вторых моментов. Для моментов $\langle r_i\rangle$ из уравнения (13) можно получить следующую систему уравнений:

$$d\langle r_1\rangle/dz = (k_\text{ф} + \beta)\langle r_3\rangle - (D_1 + D_2)\langle r_1\rangle,$$
$$d\langle r_2\rangle/dz = -2D_1\langle r_2\rangle, \qquad (16)$$
$$d\langle r_3\rangle/dz = -(k_\text{ф} + \beta)\langle r_1\rangle - (D_1 + D_2)\langle r_3\rangle.$$

Решение этой системы при произвольных начальных условиях имеет вид

$$\langle r_1\rangle = r_1(0)\exp[-(D_1 + D_2)z]\cos(k_\text{ф} + \beta)z +$$
$$+ r_3(0)\exp[-(D_1 + D_2)z]\sin(k_\text{ф} + \beta)z,$$

$$\langle r_2\rangle = r_2(0)\exp(-2D_1 z), \tag{17}$$

$$\langle r_3\rangle = r_3(0)\exp[-(D_1+D_2)z]\cos(k_\text{ф}+\beta)z -$$

$$- r_1(0)\exp[-(D_1+D_2)z]\sin(k_\text{ф}+\beta)z.$$

Отсюда видно, что поведение $\langle r_1\rangle$ и $\langle r_3\rangle$ качественно не отличается от поведения в приближении ГО (т. е. при $D_1=\beta=0$) и описывает фарадеевское вращение и релаксацию к значению $\langle r_1\rangle=\langle r_3\rangle=0$, но учет линейной трансформации меняет эти эффекты количественно. Поведение $\langle r_2\rangle$ обусловлено, наоборот, только эффектом линейной трансформации, стремление $\langle r_2\rangle$ к стационарному значению $\langle r_2\rangle=0$ соответствует выравниванию интенсивностей нормальных волн. Очевидно, что линейная трансформация эффективна лишь при условии резонанса между нормальными волнами и гармоникой неоднородности $\varkappa=k_0(n_1-n_2)$.

Уравнения для вторых моментов, следующие из (13), имеют вид

$$d\langle r_1^2\rangle/dz = 2(k_\text{ф}+\beta)\langle r_1 r_3\rangle + 2D_2(\langle r_3^2\rangle - \langle r_1^2\rangle) + 2D_1(\langle r_2^2\rangle - \langle r_1^2\rangle),$$

$$d\langle r_2^2\rangle/dz = 2D_1 - 6D_1\langle r_2^2\rangle,$$

$$d\langle r_3^2\rangle/dz = -2(k_\text{ф}+\beta)\langle r_1 r_3\rangle + 2D_2(\langle r_1^2\rangle - \langle r_3^2\rangle) + 2D_1(\langle r_2^2\rangle - \langle r_3^2\rangle), \tag{18}$$

$$d\langle r_1 r_2\rangle/dz = (k_\text{ф}+\beta)(\langle r_3^2\rangle - \langle r_1^2\rangle) - (4D_2+2D_1)\langle r_1 r_3\rangle,$$

$$d\langle r_2 r_3\rangle/dz = -(k_\text{ф}+\beta)\langle r_1 r_2\rangle - (D_2+5D_1)\langle r_2 r_3\rangle,$$

$$d\langle r_1 r_2\rangle/dz = (k_\text{ф}+\beta)\langle r_2 r_3\rangle - (D_2+5D_1)\langle r_1 r_2\rangle.$$

Решая эту систему, получим

$$\langle r_1^2\rangle = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - r_2^2(0)\right)e^{-6D_1 z} - \left[\frac{1}{2}(r_3^2(0) - r_1^2(0))\cos 2(k_\text{ф}+\beta)z - \right.$$

$$\left. - r_1(0)r_3(0)\sin 2(k_\text{ф}+\beta)z\right]e^{-(2D_1+4D_2)z},$$

$$\langle r_2^2\rangle = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} - r_2^2(0)\right)e^{-6D_1 z},$$

$$\langle r_3^2\rangle = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - r_2^2(0)\right)e^{-6D_1 z} + \left[\frac{1}{2}(r_3^2(0) - r_1^2(0))\cos 2(k_\text{ф}+\beta)z - \right. \tag{19}$$

$$\left. - r_1(0)r_3(0)\sin 2(k_\text{ф}+\beta)z\right]e^{-(2D_1+4D_2)z},$$

$$\langle r_1 r_2\rangle = [r_1(0)r_2(0)\cos(k_\text{ф}+\beta)z + r_2(0)r_3(0)\sin(k_\text{ф}+\beta)z]\,e^{-(5D_1+D_2)z},$$

$$\langle r_2 r_3\rangle = [r_2(0)r_3(0)\cos(k_\text{ф}+\beta)z - r_1(0)r_2(0)\sin(k_\text{ф}+\beta)z]\,e^{-(5D_1+D_2)z},$$

$$\langle r_1 r_3\rangle = \left[r_1(0)r_3(0)\cos 2(k_\text{ф}+\beta)z + \frac{1}{2}(r_3^2(0) - r_1^2(0))\times\right.$$

$$\left.\times\sin 2(k_\text{ф}+\beta)z\right]e^{-(2D_1+4D_2)z}.$$

Із этого решения следует, что на расстояниях $z\gg D_1^{-1}$, D_2^{-1} вторые моенты, независимо от начальных условий, принимают стационарные значения $\langle r_i^2 \rangle = 1/3$, $\langle r_i r_j \rangle = 0$ при $i \neq j$. В случае, когда эффекты линейной трансформации отсутствуют, $\langle r_2^2 \rangle$ не меняется, а прочие моменты при $z \gg D_{1,2}^{-1}$ принимают значения $\langle r_1^2 \rangle = \langle r_3^2 \rangle = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} r_2^2(0)$, $\langle r_i r_j \rangle = 0$.

Полученные решения (17), (19) позволяют найти в явном виде выражения для первых и вторых моментов исходных параметров Стокса $\langle p_i \rangle$, $\langle p_i p_j \rangle$. Поскольку этот переход (с помощью (18) тривиален, но весьма громоздок, мы не будем выписывать получаемые при этом выражения. Отметим лишь, что при $z \gg D_1^{-1}$, D_2^{-1} моменты параметров Стокса эволюционируют к стационарным значениям $\langle p_i \rangle = 0$, $\langle p_i^2 \rangle = \frac{1}{3}$, $\langle p_i p_j \rangle = 0$ при $i \neq j$, соответствующим полной деполяризации электромагнитной волны.

Представляет также интерес рассмотрение более высоких моментов переменных r_i. Для моментов $\langle r_2^n \rangle$ из (13) можно получить рекуррентное уравнение

$$d\langle r_2^n \rangle / dz = n(n-1) D_1 \langle r_2^{n-2} \rangle - n(n+1) D_2 \langle r_2^n \rangle. \tag{20}$$

Нетрудно видеть, что это уравнение имеет стационарное решение

$$\langle r_2^n(\infty) \rangle = \begin{cases} 0, & n = 2m+1, \\ (n+1)^{-1}, & n = 2m. \end{cases} \tag{21}$$

К сожалению, не удается получить аналогичных рекуррентных уравнений для моментов $\langle r_1^n \rangle$, $\langle r_3^n \rangle$, поэтому приходится рассматривать более общие моменты: $Q_{ml} = \langle \sin^m \varphi \sin^l \vartheta \rangle$, $R_{ml} = \langle \cos^m \varphi \sin^l \vartheta \rangle$. При этом, например, для Q_{ml} из уравнения ЭФП следует

$$\begin{gathered} dQ_{ml}/dz = m(m-1) D_1 Q_{m-2,l-2} + m(m-1)(D_2 - D_1) Q_{m-2,l} + \\ + (l^2 - m^2) D_1 Q_{m,l-2} + \{[m^2 - l(l+1)] D_1 - m^2 D_2\} Q_{ml}. \end{gathered} \tag{22}$$

Непосредственной подстановкой можно проверить, что оно имеет стационаное решение

$$Q_{2m,2s}(\infty) = \frac{1}{2s+1} \frac{2^s s!}{(2s-1)!!} \frac{(2m-1)!!}{2^m m!} \tag{23}$$

для четных значений n, l и $Q_{ml}(\infty) = 0$, если хотя бы один из индексов является нечетным. Отсюда видно, что стационарное значение $\langle r_1^n(\infty) \rangle = \langle Q_{n,n}(\infty) \rangle = (n+1)^{-1}$ для четных n и равно нулю для нечетных n. Аналогично, из уравнения для R_{ml} можно показать, что при $z \gg \gg D_1^{-1}$, D_2^{-1} моменты $\langle r_3^n \rangle$ приближаются к тем же стационарным значениям, т. е. $\langle r_3^n(\infty) \rangle = \langle r_1^n(\infty) \rangle = \langle r_2^n(\infty) \rangle$. Эти значения моментов соответствуют функции распределения, равномерной на сфере.

Обсудим теперь параметрические зависимости. Все физические эффекты, рассмотренные в настоящей работе, определяются величинами D_1, D_2 и β. Будем считать для простоты, что $B_{rr}(\rho) = (1/3) e^{-\rho/l_к} \langle \Delta H^2 \rangle$, $B_{tt}(\rho) = (1/3)(1 - \rho/2l_к) e^{-\rho/l_к} \langle \Delta H^2 \rangle$. Тогда

$$\int B_{rr}(\rho) \cos k_ф \rho \, d\rho = \frac{l_к \langle \Delta H^2 \rangle}{3(1 + k_ф^2 l_к^2)},$$

$$\int B_{tt}(\rho) \cos k_ф \rho \, d\rho = \frac{l_к (1 + 3k_ф^2 l_к^2) \langle \Delta H^2 \rangle}{6(1 + k_ф^2 l_к^2)},$$

$$\int B_{rr}(\rho)\sin k_\phi \rho d\rho = \frac{k_\phi l_\kappa^2 \langle \Delta H^2 \rangle}{3(1+k_\phi^2 l_\kappa^2)}, \tag{24}$$

$$\int B_{tt}(\rho)\sin k_\phi \rho d\rho = \frac{k_\phi^3 l_\kappa^4 \langle \Delta H^2 \rangle}{3(1+k_\phi^2 l_\kappa^2)},$$

где

$$k_\phi = k_0 v \sqrt{u_0}\sqrt{\cos^2\gamma + (u_0/4)\sin^4\gamma}. \tag{25}$$

При $\gamma=0$ коэффициенты (15), определяющие эффекты линейной трансформации, становятся равными нулю ($D_1=0$, $\beta=0$). На самом деле при $\gamma=0$ эффекты трансформации существуют, но весьма малы. Дело в том, что при достаточно малых углах γ наше приближение становится неприменимым, так как нарушается условие $\Delta H_\perp \ll H_0$. Случай $\gamma=0$ подробно рассмотрен в работе [5]. Таким образом, вне пределов нашего рассмотрения остается лишь узкая область углов $\gamma \ll 1$.

Из (15) и (24), (25) видно, что зависимость D_1, D_2 и β от угла γ достаточно сложна, но можно получить упрощенные выражения в случаях квазипродольного и квазипоперечного распространения. В квазипродольном приближении справедливо неравенство $\sin^4\gamma/\cos^2\gamma \ll 4/u_0$, при выполнении которого

$$D_1 = \frac{k_0^2}{8}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \frac{\sin^4\gamma}{\cos^2\gamma}\frac{l_\kappa \langle \Delta H^2 \rangle}{3(1+k_\phi^2 l_\kappa^2)} + k_0^2\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \sin^2\gamma \times$$

$$\times \frac{l_\kappa(1+3k_\phi^2 l_\kappa^2)\langle \Delta H^2 \rangle}{6(1+k_\phi^2 l_\kappa^2)},$$

$$D_2 = k_0^2\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 v^2 \frac{l_\kappa \langle \Delta H^2 \rangle}{3} + \frac{k_0^2}{24}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0^2 v^2 \frac{\sin^6\gamma}{\cos^2\gamma}\langle \Delta H^2 \rangle,$$

$$\beta = \frac{k_0^2}{24}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \frac{\sin^4\gamma}{\cos^2\gamma}\frac{k_\phi l_\kappa^2 \langle \Delta H^2 \rangle}{1+k_\phi^2 l_\kappa^2} + \frac{k_0^2}{3}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 \sin^2\gamma \times \tag{26}$$

$$\times \frac{k_\phi^3 l_\kappa^4 \langle \Delta H^2 \rangle}{1+k_\phi^2 l_\kappa^2},$$

$$k_\phi \simeq k_0 v \sqrt{u_0}\cos\gamma.$$

Из (26) видно, что величины D_1 и β по порядку величины меньше, чем D_2, т. е. геометрооптическая деполяризация волн, связанная со случайными набегами фазы нормальных волн, проявляется раньше, чем резонансные эффекты трансформации.

В противоположном случае квазипоперечного распространения ($\sin^4\gamma/\cos^2\gamma \gg 4/u_0$) приближенные выражения для D_1, D_2, β имеют вид

$$D_1 \approx \frac{k_0^2}{6}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 v^2 \frac{l_\kappa \langle \Delta H^2 \rangle}{1+k_\phi^2 l_\kappa^2},$$

$$D_2 \approx \frac{k_0^2}{6}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 u_0 v^2 l_\kappa \langle \Delta H^2 \rangle,$$

$$\beta \approx \frac{k_0^2}{6}\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^2 v^2 \frac{k_\text{ф} l_\text{к}^2 \langle \Delta H^2 \rangle}{1 + k_\text{ф}^2 l_\text{к}^2}, \tag{27}$$

$$k_\text{ф} \simeq u_0 v k_0/2.$$

При $\gamma \simeq \pi/2$ характерные масштабы проявления эффектов линейной трансформации D_1^{-1} и β^{-1} одного порядка по u, v, и они меньше масштаба геометрооптической деполяризации D_2^{-1}. Следовательно, в этом случае линейная трансформация играет первостепенную роль, в основном определяя характер эволюции функции распределения W на сфере.

В заключение сделаем количественные оценки. В качестве примера рассмотрим плазму солнечной хромосферы: $N=10^8$ *см*$^{-3}$, $H_0=30$ *Гс*. Пусть волна с частотой $\omega=2\cdot 10^9$ c^{-1} распространяется под углом $\gamma=30°$ к внешнему магнитному полю (квазипродольное распространение). Для параметров неоднородностей возьмем значения $l_\text{к}=5$ *м*, $\langle (\Delta H/H)^2 \rangle = 0{,}01$, тогда из (26) находим: $D_1^{-1} \simeq 30$ *км*, $D_2^{-1} \simeq 1$ *км*, $\beta^{-1} \simeq 70$ *км*. В случае квазипоперечного распространения ($\gamma \simeq \pi/2$) при тех же параметрах волны и плазмы имеем из (27): $D_1^{-1} \simeq 2{,}4$ *км*, $D_2^{-1} \simeq 18$ *км*, $\beta^{-1} \simeq 10$ *км*. Эти оценки свидетельствуют о важности рассмотренных в работе эффектов для солнечной хромосферы. Аналогичные оценки указывают на значимость эффектов статистической трансформации при распространении электромагнитных волн в магнитосфере Земли и лабораторной плазме.

Авторы благодарны Н. Г. Денисову за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ginzburg V. L., Erukhimov L. M. — Astrophys. and Space. Sci, 1971, **11**, p. 351.
2. Гавриленко В. Г., Степанов Н. С. — Астрон. журн., 1976, **53**, с 291.
3. Виткевич В. В., Малофеев В. М., Шишов Ю. П. — Астрон. журн, 1971, **48**, с. 1333
4. Сазонов Н. В. — Астрон. журн, 1972, **49**, с. 943.
5. Беллюстин Н. С, Раевский М А — Физика плазмы (в печати).
6. Абрамович Б. С., Беллюстин Н. С., Гурбатов С. Н — Физика плазмы, 1980, **6**, с. 829.
7. Кравцов Ю. А. — ДАН СССР, 1968, **183**, с. 74.
8. Апресян Л. А. — Астрон. журн., 1976, **53**, с. 53.
9. Гурбатов С. Н., Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, **19**. с. 1259

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 17 августа 1983 г.

ON THE TRANSFORMATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A PLASMA WITH RANDOMLY INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

N. S. Bellyustin, M. A. Raevskij

The linear transformation of electromagnetic waves in a plasma with random inhomogeneities of the magnetic field is considered. The statistics of the Stokes parameters is studied on the basis of the Einstein — Fokker — Planck equation. It is shown that the linear wave transformation changes the frequency of the Faraday rotation of the polarization ellipse as well as leads to the complete depolarization of waves The behaviour of the first and secopd moments of the Stokes parameters are investigated in detail.