

УДК 551.511.6; 621.371.32

ФЛУКТУАЦИИ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ВНЕЗЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ ИЗ КОСМОСА ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ

А. С. Гурвич

Для описания имеющихся в атмосфере неоднородностей показателя преломления с произвольной анизотропией предлагается модель, близкая по свойствам к модели статистически однородного на сфере случайного поля. Рассчитаны корреляционные функции флуктуаций фазы за эквивалентным фазовым экраном. Спектры фазовых флуктуаций выражены в общем виде через спектры показателя преломления. На примере гауссовой корреляционной функции показателя преломления исследуется влияние сферичности атмосферы и анизотропии неоднородностей на флуктуации фазы прошедшего излучения.

1. Многочисленные астрономические наблюдения покрытия звезд планетными атмосферами, равно как и радиозатемненные эксперименты с межпланетными космическими аппаратами, показали, что регулярное рефракционное ослабление всегда сопровождается мерцанием^{1,5}, вызванным неоднородностями показателя преломления. Когда наблюдатель находится на искусственном спутнике Земли, вариации угла прихода лучей так же легко наблюдаемы и могут быть использованы наряду с мерцанием для изучения структуры неоднородностей показателя преломления. Наблюдения с борта орбитальной станции «Салют-6» рефракции космических источников [1, 2] и мерцания звезд [3] через атмосферу Земли указывают на наличие слоистых неоднородностей показателя преломления n при устойчивой стратификации воздуха на высотах более 3–5 км. Толщина наблюдавшихся слоев значительно меньше их горизонтальной протяженности. На слоистые неоднородности показателя преломления в атмосферах других планет определенно указывают результаты наблюдений [4]. По-видимому, такие неоднородности с толщиной порядка сотен метров по оценкам, сделанным в [2, 3], сосуществуют с более мелкомасштабной локально-изотропной турбулентностью, спектр которой был впервые исследован в [5]. Одна из возможных причин возникновения слоев рассмотрена в [3, 6].

Теоретический анализ [7, 8] флуктуаций, наблюдавшихся при просвечивании планетных атмосфер, основан, в частности, на предположении о пространственной статистической однородности относительных флуктуаций показателя преломления $v = (n - \langle n \rangle) / (\langle n \rangle - 1)$, что может быть оправдано для изомерных неоднородностей, размеры которых примерно одинаковы по всем направлениям. Но из-за сферичности атмосферы это предположение становится малообоснованным для относительно тонких неоднородностей, сильно вытянутых вдоль поверхности планеты. Поэтому требуется проведение специальных исследований флуктуаций, возникающих в прошедшем излучении при произвольной анизотропии неоднородностей показателя преломления в сферической атмосфере, без использования предположения о статистической однородности случайного поля v .

Исследование дифракции излучения квазаров на флуктуациях электронной концентрации в межпланетной плазме [9] проводится с использованием модели случайных анизомерных неоднородностей, одинаково ориентированных относительно Солнца. Такое случайное поле показателя преломления не является статистически однородным, однако оно соответствует физике изучаемого явления. В [9] исследована дифракция на неоднородностях как изомерных, так и вытянутых вдоль направления от Солнца.

При изучении флуктуаций излучения, возникающих при просвечивании атмосферы, последняя может рассматриваться как тонкий сферический слой: высота однородной атмосферы для Земли составляет $H_0 = 5 \div 8$ км, тогда как радиус планеты $a = 6,4 \cdot 10^3$ км. Поле флуктуаций преломления в таком слое по своим свойствам ближе к статистически однородному на сфере [10, 11].

В настоящей работе предлагается модель для описания случайных неоднородностей показателя преломления, учитывающая сферичность атмосферы, и на ее основе проводится исследование фазовой модуляции волны, просвечивающей атмосферу.

2. Введем систему координат, начало которой поместим в центр планеты. Точечный источник излучения, просвечивающего атмосферу, находится в точке с декартовыми координатами $x=y=0$, $z=-\infty$. Наблюдатель находится в плоскости $z=L>0$ вне атмосферы. Пересечение плоскости $z=0$ со сферой радиуса a определяет терминатор — границу свет — тень на поверхности планеты. Более приспособленной для описания свойств показателя преломления является сферическая система координат R, φ, ϑ :

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \varphi = \arctg(y/x), \quad \vartheta = \arcsin(z/R),$$

$R - a$ — высота, φ — долгота, ϑ — широта. Индекс рефракции $N = n - 1$ представим в виде

$$N = \langle N \rangle (1 + \nu),$$

где $\langle N \rangle$ — его среднее значение, которое в достаточно большой по широте и долготе области можно считать функцией только расстояния R от центра Земли $\langle N \rangle = \bar{N}(R)$, тогда как $\nu = \nu(M)$ является случайной функцией точки M со средним значением $\langle \nu \rangle = 0$ и дисперсией $\langle \nu^2 \rangle \ll 1$. Индекс рефракции убывает с высотой примерно экспоненциально [12], и поэтому хорошей аппроксимацией для $\bar{N}(R)$ на некотором интервале высот $|R - R_0| \sim H_0$ будет функция

$$\bar{N}(R) = \bar{N}(R_0) \exp [-(R - R_0)/H_0]. \quad (1)$$

Из-за экспоненциального убывания индекса рефракции с высотой можно считать, что на луч, проходящий на расстоянии R_j от центра планеты, наиболее существенное влияние оказывает область атмосферы, ограниченная по радиусу R условиями $R_j \leq R \leq R_j + H_0$, а по широте $|\vartheta| \leq \vartheta_0$, $\vartheta_0 = (2H_0/a)^{1/2}$ для $R_j - a \ll a$.

Случайное поле относительных флуктуаций показателя преломления ν будем считать близким к статистически однородному по отношению к вращениям относительно центра планеты. При $\langle \nu \rangle = 0$ это означает, что корреляционная функция

$$B_\nu = \langle \nu(M_1) \nu(M_2) \rangle$$

зависит только от расстояний R_1 и R_2 точек M_1 и M_2 от начала координат и от угла θ между радиусами-векторами R_1 и R_2 , $\cos \theta = R_1 R_2 / R_1 R_2$, $\theta \leq \theta \leq \pi$. Такое поле статистически однородно на лю-

бой сфере $R_1=R_2=\text{const}$. Аналогично тому, как это сделано в [13], при переходе от однородных к квазиоднородным случайным полям, действительные свойства атмосферных неоднородностей можно приближенно учесть на основе предположений, что B_v является еще функцией вектора \mathbf{R}_0 :

$$\mathbf{R}_0 = (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2) R_0' / |\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2|, \quad R_0 = (R_1 + R_2)/2.$$

Вектор \mathbf{R}_0 является «медленной» переменной, тогда как разность высот R_1-R_2 и угловое расстояние θ между точками M_1 и M_2 — «быстрые» переменные. Последнее допущение означает, что корреляция $\langle v(M_1)v(M_2) \rangle$ исчезает на угловых расстояниях $\theta \geq \theta_0$ и при разностях высот $|R_1-R_2| \geq H_0$, тогда как зависимость от \mathbf{R}_0 проявляется на существенно больших масштабах. С учетом этих замечаний можно записать выражение для корреляционной функции B_v в виде

$$\langle v(M_1)v(M_2) \rangle = B_v(R_1 - R_2, \theta; \mathbf{R}_0). \quad (2)$$

Отметим, что стандартная обработка измерений флуктуаций N , например, с помощью датчика, установленного на самолете, летящем на постоянной высоте R_0-a со скоростью v по ортодонии (дуге большого круга) в некотором географическом районе, дает эмпирическую оценку $B_v(0, v\tau/a; \mathbf{R}_0)$, где τ — задержка по времени при обработке. Значения $B_v(R_1-R_2, 0; \mathbf{R}_0)$ можно получить, обрабатывая измерения, выполненные с помощью быстро поднимающихся или падающих зондов. Вектор \mathbf{R}_0 определяется районом наблюдений.

Отдельно следует упомянуть случай, когда только R_1-R_2 можно считать «быстрой» переменной, а зависимость от θ очень плавная: $B_v(R_1-R_2; \theta, \mathbf{R}_0)$ мало изменяется при $0 \leq \theta \leq \theta_0$. В предельном случае сферически слоистой атмосферы корреляция $\langle v(M_1)v(M_2) \rangle$ зависит только от расстояния R_1 и R_2 точек M_1 и M_2 от центра планеты.

3. Действие атмосферы на распространяющуюся от источника волну $\exp(ikz)$ (где $k=2\pi/\lambda$, λ — длина волны в вакууме) обычно рассматривается в приближении плоского фазового экрана [13-15]. Экран, находящийся в плоскости терминатора, вносит в распространяющуюся волну фазовый сдвиг $k\Psi(R_j, \varphi_j)$ в точке $x=x_j, y=y_j$,

$$R_j^2 = x_j^2 + y_j^2, \quad \varphi_j = \arctg(y_j/x_j), \quad \text{где } \Psi(R_j, \varphi_j) = \int_{-\infty}^{\infty} dz N(x_j, y_j, z) - \text{воз-$$

мущение эйконала.

Среднее значение возмущений эйконала $\langle \Psi \rangle$ для модели (1) вычисляется просто и с точностью до H_0/a равно

$$\langle \Psi \rangle = \bar{\Psi}(R_j) = (2\pi a H_0)^{1/2} \bar{N}(R_j). \quad (3)$$

Корреляционная функция $B_\Psi = \langle \psi(R_1, \varphi_1)\psi(R_2, \varphi_2) \rangle$ флуктуаций эйконала $\psi = \Psi - \langle \Psi \rangle$ непосредственно за фазовым экраном равна

$$B_\Psi = \bar{N}(R_1)\bar{N}(R_2) \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 dz_2 B_v(R' - R'', \theta; \mathbf{R}_0) \times \\ \times \exp \left[- \frac{R' + R'' - (R_1 + R_2)}{H_0} \right], \quad (4)$$

где $R' = (R_1^2 + z_1^2)^{1/2}$, $R'' = (R_2^2 + z_2^2)^{1/2}$, $\cos \theta = \cos \vartheta' \cos \vartheta'' \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin \vartheta' \sin \vartheta''$, $\sin \vartheta' = z_1/R'$, $\sin \vartheta'' = z_2/R''$.

Для приближенного вычисления B_ψ воспользуемся тем, что из-за наличия экспоненциально убывающего множителя под интегралом (4) можно с точностью до H_0/a считать, что

$$R' = R_1 + z_1^2/2R_1, \quad R'' = R_2 + z_2^2/2R_2, \quad \vartheta' = z_1/R_1, \quad \vartheta'' = z_2/R_2. \quad (5)$$

При не слишком больших $\theta \leq \theta_0$ можно также считать, что в (4)

$$-\theta^2 = (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\vartheta' - \vartheta'')^2. \quad (6)$$

Для дальнейшего вычисления можно воспользоваться фурье-представлением по «быстрым» переменным для корреляционной функции B_ν , входящей в (4). Если B_ν достаточно быстро убывает до нуля при $|R' - R''| \geq H_0$ и $\theta \geq \theta_0$, то такое представление можно записать, используя (6), следующим образом:

$$B_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dx_3 \Phi_\nu \exp [i(x_1(R' - R'') + x_2 a(\varphi_1 - \varphi_2) + x_3 a(\vartheta' - \vartheta''))], \quad (7)$$

где Φ_ν — фурье-спектр корреляционной функции B_ν :

$$\Phi_\nu(x_1, x; R_0) = (a/2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dh \int_0^\pi \theta d\theta B_\nu(h, \theta; R_0) \exp(-ix_1 h) J_0(xa\theta), \quad (8)$$

$x = (x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$, $J_0(\xi)$ — функция Бесселя. Подставив (7) в (4) и пользуясь (5), (6), нетрудно выполнить интегрирование по z_1, z_2 , после чего с учетом $R_1 - a \ll a$, $R_2 - a \ll a$ получаем следующее приближенное выражение для B_ψ :

$$B_\psi = 2\pi a H_0 \bar{N}(R_1) \bar{N}(R_2) \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 F_\psi \exp [i(x_1(R_1 - R_2) + x_2 a(\varphi_1 - \varphi_2))], \quad (9)$$

где

$$F_\psi(x_1, x_2; R_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_\nu(x_1, x; R_0) \exp\left(-\frac{aH_0 x_3^2}{1 + x_1^2 H_0^2}\right) \frac{dx_3}{(1 + x_1^2 H_0^2)^{1/2}}. \quad (10)$$

Если принять во внимание, что R_0 — «медленная» переменная, то из (3) и (9) следует, что случайное поле возмущения эйконала Ψ на плоскости $z=0$ статистически однородно по отношению к вращениям относительно точки $x=y=0$. Несмотря на то, что Ψ не является статистически однородным на этой плоскости, в ряде случаев оказывается удобным использовать фурье-разложение для нормированной корреляционной функции $b_\psi = B_\psi / \Psi(R_1) \bar{\Psi}(R_2)$, для которой, как это следует из (3) и (9), $F_\psi(x_1, x_2; R_0)$ является спектром:

$$b_\psi(R_1 - R_2, \varphi_1 - \varphi_2; R_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 F_\psi \exp [i(x_1(R_1 - R_2) + x_2 a(\varphi_1 - \varphi_2))]. \quad (11)$$

Связь между введенным таким образом спектром F_ψ и Φ_ν дает простая формула (10).

Если в корреляционной функции B_ν в (4) «быстрой» переменной является только разность $R' - R''$, а при изменении θ от нуля вплоть до $\theta \simeq \theta_0$ корреляция почти не изменяется, то при вычислении (4) можно считать, что θ не зависит от ϑ' и ϑ'' , и положить $\vartheta' = \vartheta'' = 0$. Вводя фурье-представление для B_ν по «быстрой» переменной $R' - R''$,

$$B_\nu(R' - R''; \theta, R_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 V_\nu(x_1; \theta, R_0) \exp(ix_1(R' - R'')), \quad (12)$$

подставим (12) в (4). Принимая, что $\cos \theta = \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, и используя (5), получаем приближенное выражение для B_ψ , аналогичное (9):

$$B_\psi = 2\pi a H_0 \bar{N}(R_1) \bar{N}(R_2) \int_{-\infty}^{\infty} V_\nu(x_1; \varphi_1 - \varphi_2, \mathbf{R}_0) \times \\ \times \exp[ix_1(R_1 - R_2)] \frac{dx_1}{(1 + x_1^2 H_0^2)^{1/2}}. \quad (13)$$

В предельном случае сферически слоистой атмосферы, когда B_ν и, соответственно, V_ν не зависят от угла θ , нормированная корреляция $b_\psi = B_\psi / \bar{\Psi}(R_1) \bar{\Psi}(R_2)$ зависит только от $R_1 - R_2$ и от «медленной» переменной \mathbf{R}_0 :

$$b_\psi(R_1 - R_2; \mathbf{R}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} V_\nu(x_1; \mathbf{R}_0) (1 + x_1^2 H_0^2)^{-1/2} \exp[ix_1(R_1 - R_2)] dx_1. \quad (14)$$

Формула (13) является спектральным представлением для $B_\psi / \bar{\Psi}(R_1) \times \bar{\Psi}(R_2)$ со спектром

$$\hat{V}_\psi = V_\nu(x_1; \varphi_1 - \varphi_2, \mathbf{R}_0) (1 + x_1^2 H_0^2)^{-1/2}, \quad (15)$$

где V_ν определено в (12).

4. Возможности использования полученных выше результатов легко проиллюстрировать на примере случайного поля v с корреляционной функцией

$$B_v = \sigma_v^2 \exp[-(R_1^2 - R_2^2) \kappa_M^2 / 4 - a^2 \kappa_m^2 (1 - \cos \theta) / 2], \quad (16)$$

для которой при $a/H_0 \gg 1$, $2\kappa_m a H_0 \gg 1$, $\kappa_m^2 H_0^2 \gg 1$ не составляет труда вычислить определенный (8) спектр Φ_v :

$$\Phi_v = \pi^{-3/2} \sigma_v^2 \kappa_m \kappa_m^2 \exp[-x_1^2 / \kappa_m^2 - (x_2^2 + x_3^2) / \kappa_m^2]. \quad (17)$$

Параметры: дисперсия σ_v^2 , характерные масштабы по высоте $2/\kappa_M$ и вдоль поверхности планеты $2/\kappa_m$, равно как и высота однородной атмосферы H_0 , могут быть плавными функциями \mathbf{R}_0 .

Подставляя (17) в (10), получаем явное выражение для спектра F_ψ нормированной корреляционной функции возмущений эйконала:

$$F_\psi = \pi^{-1} \kappa_M^{-1} \kappa_m^{-1} \sigma_v^2 (1 + a H_0 \kappa_m^2 + x_1^2 H_0^2)^{-1/2} \exp(-x_1^2 / \kappa_m^2 - x_2^2 / \kappa_m^2). \quad (18)$$

Используя (18), с помощью (9) можно записать выражение для B_ψ в виде однократного интеграла. Для дисперсии флуктуаций эйконала $\sigma_\psi^2 = B_\psi(0, 0; \mathbf{R}_0)$ при этом, если воспользоваться (3), получается достаточно простая удобная для анализа формула:

$$\sigma_\psi^2 = \frac{(\bar{\Psi}(R_0))^2 \sigma_v^2}{\pi^{1/2} \kappa_M H_0} \exp\left(\frac{1 + a H_0 \kappa_m^2}{2 \kappa_M^2 H_0^2}\right) K_0\left(\frac{1 + a H_0 \kappa_m^2}{2 \kappa_M^2 H_0^2}\right), \quad (19)$$

где $K_0(\xi)$ — функция Макдональда.

В качестве меры анизотропии неоднородностей введем $\eta = \kappa_M / \kappa_m$. В случае сильно анизотропных неоднородностей, у которых горизонтальные размеры значительно превышают их масштаб по вертикали, $\eta^2 \gg a/2H_0$, для вычисления σ_ψ^2 можно воспользоваться тем, что $K_0(\xi) \rightarrow \ln \xi^{-1}$ при $\xi \rightarrow 0$. В результате получаем из (19) для $\kappa_m^2 a H_0 + 1 \ll 2 \kappa_M^2 H_0^2$

$$\sigma_{\psi}^2 = \pi^{-1/2} (\overline{\Psi}(R_0))^2 \sigma_v^2 (\kappa_M H_0)^{-1} \ln [2\kappa_M^2 H_0^2 (1 + aH_0 \kappa_m^2)^{-1}]. \quad (20)$$

Для неоднородностей изомерных ($\kappa_m = \kappa_M$) или не слишком сильно отличающихся от них — квазиизомерных, $1 \leq \eta^2 \ll a/2H_0$, получаем, воспользовавшись асимптотическим разложением $K_0(\xi)$ при $\xi \rightarrow \infty$,

$$\sigma_{\psi}^2 = (\overline{\Psi}(R_0))^2 \sigma_v^2 (aH_0)^{-1/2} \kappa_m^{-1}. \quad (21)$$

Когда масштаб $2/\kappa_m$ в корреляционной функции (16) велик, $\kappa_m^{-1} > (2H_0 a)^{1/2}$, что соответствует квазислоистым неоднородностям, для которых $\eta^2 > \kappa_M^2 aH_0$, для вычисления B_{ψ} по формуле (4) можно воспользоваться представлением (12). При этом для (16) получаем

$$V_{\psi} = \pi^{-1/2} \sigma_v^2 \kappa_M^{-1} \exp [-\kappa_1^2/\kappa_M^2 - a^2 \kappa_m^2 (1 - \cos \theta)/2]. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (15), находим

$$V_{\psi} = \pi^{-1/2} \sigma_v^2 \kappa_M^{-1} (1 + \kappa_1^2/H_0^2)^{-1/2} \exp [-\kappa_1^2/\kappa_M^2 - a^2 \kappa_m^2 (1 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2))/2]. \quad (23)$$

Дисперсия флуктуаций σ_{ψ}^2 в этом случае совпадает с (20), если в (20) положить формально $\kappa_m = 0$:

$$\sigma_{\psi}^2 = \pi^{-1/2} (\kappa_M H_0)^{-1} \sigma_v^2 (\overline{\Psi}(R_0))^2 \ln (2\kappa_M^2 H_0^2). \quad (24)$$

Представляет интерес сравнить среднеквадратичные значения флуктуаций ψ (они могут быть определены из измерений вариаций фазового запаздывания) для двух предельных случаев: изомерных $\kappa_m = \kappa_M \gg H_0^{-1}$ и сферически слоистых неоднородностей $\kappa_m \rightarrow 0$, $\kappa_M \gg H_0^{-1}$, соответственно $\sigma_{\psi и}$ и $\sigma_{\psi с}$. Пользуясь (21) и (24), получаем

$$\sigma_{\psi с}/\sigma_{\psi и} = (a/\pi H_0)^{1/4} [\ln (2\kappa_M^2 H_0^2)]^{1/2}. \quad (25)$$

Как и следовало ожидать, возмущения эйконала в случае сферически слоистых неоднородностей больше, чем для изомерных. Для масштабов корреляции $2\kappa_M^{-1} = 0,01 \div 1$ км отношение $\delta_{\psi с}/\delta_{\psi и}$ достаточно велико: $\sigma_{\psi с}/\sigma_{\psi и} = 16 \div 10$ соответственно, если считать $a = 6400$ км, $H_0 = 7$ км.

Представляет интерес также сравнить полученные в этой работе результаты расчетов вторых моментов флуктуаций эйконала для предложенной в настоящей статье модели случайного поля показателя преломления с аналогичными результатами, основанными на предположении о пространственной статистической однородности относительных флуктуаций показателя преломления. Чтобы сделать сравнение наглядным, дополнительно рассмотрим случайное поле с корреляционной функцией

$$B_{\psi} = \sigma_{\psi}^2 \exp [-\kappa_m^2 (x_1 - x_2)^2/4 - \kappa_m^2 ((y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)/4], \quad (26)$$

которое является статистически однородным. Вычислим дисперсию флуктуаций эйконала, вносимых фазовым экраном в точке $R_0 = \{R_0, 0, 0\}$. Подставляя (26) в (4) и выполняя интегрирование, получаем

$$\sigma_{\psi_0}^2 = (\overline{\Psi}(R_0))^2 \sigma_{\psi}^2 (1 + aH_0 \kappa_m^2)^{-1/2}. \quad (27)$$

Рассмотрим поведение отношения $\sigma_{\psi_0}^2/\sigma_{\psi}^2$ при изменении степени анизотропии η . Для изомерных $\eta = 1$ и квазиизомерных неоднородностей $1 \leq \eta^2 \ll a/2H_0$ это отношение, как видно из (21), (27), близко к единице, если принять во внимание, что для квазиизомерных неоднородностей всегда $\kappa_m^2 aH_0 \gg 1$. Для сильно анизотропных неоднородностей $\kappa_m^2 aH_0 > \eta^2 > a/2H_0$ из (20) и (27) получаем для $\kappa_m^2 aH_0 \gg 1$

$$\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2 = \eta (\pi H_0 / a)^{1/2} [\ln (2H_0 \gamma_l^2 / a)]^{-1}. \quad (28)$$

Из (28) видно, что отношение $\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2$ растет с увеличением анизотропии η . Подставляя в (28) вполне реальную величину $\eta = 100$ [2, 16], находим, что для такой анизотропии $\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2 = 1,9$.

При переходе к квазислоистым неоднородностям $\kappa_m^2 a H_0 < 1$, что соответствует $\eta^2 > \kappa_m^2 a H_0$, получаем из (24) и (27)

$$\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2 = \pi^{1/2} \kappa_m H_0 [\ln (2\kappa_m^2 H_0^2)]^{-1}. \quad (29)$$

Для масштабов корреляции неоднородностей по вертикали $2/\kappa_m = 1$ км из (29) следует $\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2 = 4,2$, а для $2/\kappa_m = 0,01$ км $\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2 = 163$. Приведенные оценки отношения $\sigma_{\psi 0}^2 / \sigma_{\psi}^2$ показывают, что использование модели однородной турбулентности для описания флуктуаций, возникающих при просвечивании атмосферы, содержащей вытянутые, квазислоистые неоднородности показателя преломления, может привести к заметным погрешностям.

Влияние анизотропии неоднородностей ν на корреляцию флуктуаций ψ проще всего проследить, рассматривая поведение коэффициента корреляции $B_{\psi} = B_{\psi}(R_1 - R_2, \varphi_1 - \varphi_2; \mathbf{R}_0) / \sigma_{\psi}(R_1) \sigma_{\psi}(R_2)$ либо при $R_1 - R_2 = 0$, либо при $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Для неоднородностей ν со спектром (17) из (18) и (11) получаем

$$\beta_{\psi}(0, \varphi_1 - \varphi_2; \mathbf{R}_0) = \exp(-a^2 \kappa_m^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 / 4), \quad 2\kappa_m^2 a H_0 \gg 1, \quad (30)$$

а для квазислоистых неоднородностей со спектром (22) получаем из (13)

$$\beta_{\psi}(0, \varphi_1 - \varphi_2; \mathbf{R}_0) = \exp(-a^2 \kappa_m^2 (1 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) / 2), \quad 2\kappa_m^2 a H_0 \leq 1. \quad (31)$$

Использование предложенной модели поля показателя преломления при вычислении корреляции B_{ψ} вдоль лимба планеты таким образом снимает затруднения, возникающие при предположении о статистической однородности при сильно анизотропных и квазислоистых неоднородностях ν . При анизотропии $\eta \ll a \kappa_m$ для поля ν с корреляционной функцией (16) при тех значениях φ , на которых корреляция $\beta_{\psi}(0, \varphi; \mathbf{R}_0)$ еще значима, расчет по (30) приводит к результатам, практически совпадающим с полученными для поля ν с корреляционной функцией (26).

Для спектра (17) получаем после подстановки (18) в (11) и простых преобразований

$$\beta_{\psi}(R_1 - R_2, 0; \mathbf{R}_0) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2)(\mu^2 + x^2)^{-1/2} \cos(\kappa_m x (R_1 - R_2))}{\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2)(\mu^2 + x^2)^{-1/2}}, \quad (32)$$

$$\mu^2 = \frac{1 + \kappa_m^2 a H_0}{\kappa_m^2 H_0^2}.$$

Аналогичная формула для $\beta_{\psi}(R_1 - R_2, 0; \mathbf{R}_0)$ с $\mu^2 = H_0^{-2} \kappa_m^2$ получается для спектра (22). При $\mu^2 \gg 1$ из (32) получаем, что

$$\beta_{\psi}(R_1 - R_2, 0; \mathbf{R}_0) = \exp(-\kappa_m^2 (R_1 - R_2)^2 / 4). \quad (33)$$

Это выражение для β_{ψ} соответствует изотропным и квазиизотропным неоднородностям, для которых $1 \leq \eta^2 \ll a/H_0$, и оно совпадает с рас-

четом для статистически однородных флуктуаций v с корреляционной функцией (26). Для сильно анизотропных неоднородностей v , для которых $\mu \leq 1$, $\eta^2 \geq a/H_0$, и тем более слоистых, когда $\mu = \kappa_M^{-1} H_0^{-1} \ll 1$, коэффициент корреляции $\beta_\psi(R_1 - R_2, 0; R_0)$ существенно отличается от (33). Это иллюстрирует результаты расчетов β_ψ как для изомерных неоднородностей $\eta = \kappa_M / \kappa_m = 1$, $\mu = 30$, для которых β_ψ практически совпадает с (33), так и для анизотропных неоднородностей с $\eta = 10$, $\mu = 3$; $\eta = 30$, $\mu = 1$; $\eta = 100$, $\mu = 0,3$ и слоистых неоднородностей с масштабами корреляции $2/\kappa_M = 1$ км, $\mu = 1/14$ и $2/\kappa_M = 0,1$ км, $\mu = 1/140$, представленные кривыми 1—6 на рис. 1.

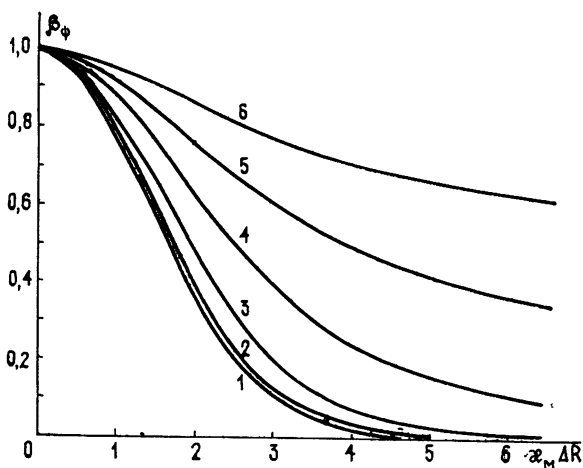


Рис. 1. Коэффициент корреляции $\beta_\psi(\Delta R, 0, R_0)$;

1 — $\mu = 30$; 2 — $\mu = 3$; 3 — $\mu = 1$; 4 — $\mu = 0,3$; 5 — $\mu = 1/14$; 6 — $\mu = 1/140$.

5. Различные методы вычисления статистических характеристик флуктуаций излучения в плоскости наблюдения $z=L$ вне атмосферы $L \gg (2aH_0)^{1/2}$ при условии, что известны корреляции фазы $k^2 B_\psi$ и систематическая фазовая задержка $k\bar{\Psi}$ в плоскости экрана $z=0$, рассматривались в ряде работ [7, 8, 13, 14]. Поэтому использование полученных в настоящей работе формул (3), (9) и (13) при решении подобных задач в приближении фазового экрана не встретит дополнительных затруднений, если будут заданы корреляционная функция относительных флуктуаций показателя преломления B_v и зависимость среднего показателя преломления \bar{N} от высоты над поверхностью.

В заключение приведем основные результаты, полученные в настоящей работе.

Для описания флуктуаций показателя преломления в атмосфере предложена модель, близкая по своим свойствам к статистически однородному на сфере случайному полю. Такой подход лучше учитывает особенности атмосферы как тонкого сферического слоя, содержащего как изомерные, так и вытянутые вдоль поверхности планеты случайные неоднородности показателя преломления. На основе предложенной модели получены явные выражения для корреляционных функций флуктуаций фазы волны, просвечивающей атмосферу. Получены также удобные для практических расчетов на ЭВМ простые формулы в виде однократных интегралов, связывающие определенные пространственные спектры относительных флуктуаций преломления со спектрами флуктуаций фазы волны.

На примере гауссовой двухмасштабной корреляционной функции показано, что для изомерных неоднородностей показателя преломле-

ния расчет вторых моментов фазы дает, при прочих равных условиях, одинаковый результат как для предложенной модели атмосферы, так и в предположении, что относительные флуктуации показателя преломления являются статистически однородным случайным полем. Однако при увеличении анизотропии неоднородностей (отношения их характерных размеров вдоль поверхности планеты и по высоте) использование этих моделей дает существенно разные результаты. В рамках предположенной модели атмосферы исследован предельный случай анизотропных неоднородностей, размер которых вдоль поверхности превышает величину $(2aH_0)^{1/2}$.

Автор выражает глубокую благодарность В. И. Татарскому за плодотворное обсуждение и ценные замечания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гречко Г. М., Гурвич А. С., Ляхов В. А., Савченко С. А., Соколовский С. В.—Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 11, с. 2430.
2. Гурвич А. С., Загоруйко С. В., Кан В., Попов Л. И., Рюмин В. В., Савченко С. А., Чочиа П. А.—ДАН СССР, 1981, 259, № 6, с. 1330.
3. Гречко Г. М., Гурвич А. С., Романенко Ю. В.—Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1981, 16, № 4, с. 339.
4. French R. G., Elliot J. S., Sicardy B., Nicholson Ph., Matthews K.—ICARUS, 1982, 51, № 3, p. 491.
5. Обухов А. М.—Изв. АН СССР. Сер. Геогр. и геофиз., 1949, 13, № 1, с. 58.
6. Баренблатт Г. И.—Сб. Нелинейные волны, самоорганизация.—М.: Наука, 1983, с. 191.
7. Hubbard W. B., Jokipii J. R., Wilking B. A.—ICARUS, 1978, 34, № 2, p. 396.
8. Haugstad B. S.—Radio Science, 1982, 17, № 3, p. 565.
9. Рытов С. М.—Изв. вузов—Радиофизика, 1971, 14, № 5, с. 645.
10. Обухов А. М.—УМН, 1947, 2, № 2 (18), с. 196.
11. Ядренко М. И. Спектральная теория случайных полей.—Киев: Вища школа, 1980, с. 208.
12. Колосов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры, Марса.—М.: Сов. радио, 1976, с. 219.
13. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля.—М.: Наука, 1978, с. 464.
14. Денисов Н. Г.—Изв. вузов—Радиофизика, 1961, 4, № 4, с. 630.
15. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред.—М.: Наука, 1980, с. 304.
16. Lane J. A.—J. Atm. Terr. Phys., 1965, 27, № 9, p. 969.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
27 июля 1983 г.,
после доработки
21 февраля 1984

FLUCTUATIONS IN OCCULTATION EXPERIMENTS: THE THEORY FOR THIN SPHERICAL ATMOSPHERE OF THE EARTH

A. S. Gurvich

The model close (in properties) to the model of a random field, statistically homogeneous on the sphere, is proposed for the description of refractivity inhomogeneities with an arbitrary anisotropy in atmosphere. The correlations of the phase fluctuations behind the equivalent phase screen are calculated. The phase spectra are expressed in a general form by the refractivity spectra. The influence of the atmospheric sphericity and anisotropy of inhomogeneities on the phase fluctuations of a passed radiation is investigated by a concrete example of the Gaussian correlation of refractivity.