тистическими свойствами винеровского процесса $V(\overline{x}, \overline{y}, \infty)$ Физически автомодельность связана с многократным слиянием разрывов, приводящим к потере информации о тонкой структуре начального спектра. В частности, корреляционная функция и вероятностное распределение ТБ представимы в виде

$$B(\rho, t) = (l^2(t)/t^2)\langle y^2\rangle R(\rho/l(t)), \quad R(0) = 1,$$

$$W(u; t) = (t/l(t)) W_\infty(ut/l(t)), \ \langle y^2\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} y^2 W_\infty(y)\, dy.$$

В настоящей работе приведены результаты численного эксперимента на основе решения (4), (7), т. е. с помощью отыскания координат абсолютного минимума функции $G(\overline{x}, \overline{y}, \infty)$ и дальнейшей статистической обработки полученного решения для нахождения функций $R(\lambda)$, $W_\infty(t)$ и константы $\langle y^2\rangle$. Типичный вид реализации $u(x, t)$ приведен на рис. 1. На рис. 2. приведено вероятностное распределение $W_\infty(y)$, дисперсия которого, как показал численный расчет, $\langle y^2\rangle = 0{,}669$ Из расчетов следует, что вероятностное распределение $W_\infty(y)$ в отличие от случая $D=0$, где распределение гауссово [2], хотя и не сильно, отличается от гауссова. В частности, четвертый кумулянтный коэффициент, характеризующий отличие от гауссовости, $\gamma_4 = \varkappa_4/\langle y^2\rangle^2$ равен (—0,1419).

Физически условие $D \neq 0$ соответствует тому, что в спектре входного поля присутствуют пространственные компоненты со сколь угодно большими периодами Именно наличие таких компонент, для каждой из которых эффективное число Рейнольдса возрастает с уменьшением ее периода, и приводит к выводу ТБ на сильнонелинейный автомодельный режим вне зависимости от начального числа Рейнольдса

Авторы благодарны А. Н. Малахову за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Burgers J. M The nonlinear diffusion equation — Dordrecht, 1974.
2. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики — М.: Наука, 1975.
3. Kida Sh.— J. Fluid Mech , 1979, **93**, № 2, p. 337.
4. Якушкин И. Г.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 1, с 59.
5. Гурбатов С. Н, Саичев А. И. — ЖЭТФ, 1981, **80**, № 2, с 689
6. Hopf E — Comm. Pure Appl. Math., 1950, **3**, № 3, p. 201.
7. Cole J. D.— Quart. Appl. Math., 1951, **9**, № 5, p. 226.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
23 ноября 1983 г.

УДК 621 372 221

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ НЕПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СРЕДАХ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

В. А. Давыдов

В средах с меняющимся во времени тензором диэлектрической проницаемости возможно излучение неподвижных источников электрического поля —зарядов, диполей и т. д. Впервые на эту возможность было указано в работе [1], где рассматривалось излучение неподвижного точечного заряда при мгновенном переходе изотропной среды в одноосный кристалл. В [2] предложена теория возмущений для расчета энергии излучения в слабоанизотропных нестационарных средах и рассмотрено излучение ряда неподвижных источников в средах с периодическим и плавным изменением анизотропии во времени. В [3] рассматривалось излучение неподвижного заряда при изменении направления оптической оси одноосного кристалла. Проведенные исследования позволяют сформулировать условия возможности излучения неподвижных источников электрического поля следующим образом: неподвижный заряженный источник может излучать в том случае, если в среде, где он находится, возникают либо меняются выделенные направления, либо диэлектрические свойства среды меняются во времени вдоль некоторых выделенных направлений Энергия на излучение при этом черпается от «внешней силы», которая создает нестационарность в среде. Если среда меняет свою диэлектрическую проницаемость, оставаясь при этом изотропной, неподвижный заряженный источник не излучает.

Ситуация коренным образом меняется, если рассматривать излучение неподвижных источников магнитного поля (НИМП) — магнитных диполей, токов и т. д — в средах с меняющимися во времени магнитными свойствами Как будет показано ниже, для излучения НИМП не обязательно ни изменение выделенных направлений, ни изменение магнитных свойств среды вдоль выделенных направлений — излучение происходит даже тогда, когда меняющаяся во времени магнитная проницаемость является скаляром.

Рассмотрим излучение НИМП при мгновенном изменении магнитной проницаемости среды μ от μ_1 до μ_2. Достоинство такой постановки задачи состоит в том, что она допускает достаточно простое точное аналитическое решение С другой стороны, если изменение свойств среды происходит плавно за характерное время T, излучение частот, много меньших $1/T$, хорошо описывается с помощью приближения мгновенного изменения [4].

Пусть в среде с диэлектрической проницаемостью ε (которую мы считаем неизменной во времени) находится НИМП с плотностью тока $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$. Пусть также в момент времени $t=0$ магнитная проницаемость среды скачком меняется от постоянного значения μ_1 до постоянного значения μ_2 Исследуем возникающее при этом излучение Разложим магнитную индукцию $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$ и плотность тока источника в интегралы Фурье вида

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \int \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{k}}(t)\, e^{i\boldsymbol{kr}}\, d\boldsymbol{k}, \quad \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \int \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}\, e^{i\boldsymbol{kr}}\, d\boldsymbol{k}. \tag{1}$$

Фурье-образ магнитной индукции, создаваемой НИМП до скачка магнитной проницаемости, имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{k}1} = i\,\frac{4\pi}{c}\,\mu_1\,\frac{[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]}{k^2}. \tag{2}$$

После скачка, при $t>0$, магнитная индукция описывается следующим выражением:

$$\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{k}2}(t) = i\,\frac{4\pi}{c}\,\mu_2\,\frac{[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]}{k^2} + \boldsymbol{A}_1\exp\left(-ikct/\sqrt{\varepsilon\mu_2}\right) + \boldsymbol{A}_2\exp\left(ikct/\sqrt{\varepsilon\mu_2}\right), \tag{3}$$

где $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$ — неизвестные амплитуды излученных волн Амплитуды $\boldsymbol{A}_1$ и $\dot{\boldsymbol{A}}_2$ найдем из условий непрерывности электрической и магнитной индукций в момент времени $t=0$ [5] Поскольку диэлектрическая проницаемость не зависит от времени, условие непрерывности электрической индукции сводится к условию непрерывности в момент $t=0$ производной магнитной индукции по времени. Воспользовавшись условиями на скачке, получим следующие уравнения для определения амплитуд $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$

$$i\,\frac{4\pi}{c}\,\mu_1\,\frac{[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]}{k^2} = i\,\frac{4\pi}{c}\,\mu_2\,\frac{[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]}{k^2} + \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2, \quad \boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2 = 0, \tag{4}$$

откуда

$$\boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{A}_2 = i\,\frac{2\pi}{c}\,(\mu_1-\mu_2)\,\frac{[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]}{k^2}. \tag{5}$$

Спектральное и угловое распределение энергии излучения найдем с помощью формулы

$$\int W_{\boldsymbol{k}}\, d\boldsymbol{k} = 2\pi^2 \int d\boldsymbol{k}\,\frac{|\boldsymbol{B}^r_{\boldsymbol{k}}|^2}{\mu_2}, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{B}^r_{\boldsymbol{k}}$ — фурье-компонента магнитной индукции поля излучения Используя (5), получим для энергии излучения следующее выражение (необходимо учесть, что в направлении $\boldsymbol{k}$ распространяется не только волна с амплитудой $\boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{k})$, но и волна с амплитудой $\boldsymbol{A}_2(-\boldsymbol{k})$):

$$W_{\boldsymbol{k}}\, d\boldsymbol{k} = \frac{(2\pi)^4\,(\mu_1-\mu_2)^2\,|[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}}]|^2\, d\boldsymbol{k}}{\mu_2 c^2 k^4}, \tag{7}$$

где $k=(\omega/c)\sqrt{\varepsilon\mu_2}$, ω — частота излучаемой волны Из (7) следует, в подтверждение сказанного выше, что в отличие от излучения неподвижных источников электрического поля излучение НИМП возможно даже в изотропной нестационарной среде Рассмотрим некоторые частные случаи общей формулы (7).

1 *Излучение бесконечного прямолинейного провода с током.* Пусть в среде, в которой в момент времени $t=0$ происходит скачок магнитной проницаемости, находится прямолинейный провод с током I. Направим ось z сферической системы координат вдоль тока При этом фурье-образ плотности тока будет описываться следующим выражением:

$$\boldsymbol{j}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{I}\delta(k_z)/(2\pi)^2, \tag{8}$$

где $I = Ie_z$, e_z — единичный орт оси z. Подставляя (8) в общую формулу (7), получим выражение для спектрального и углового распределения энергии излучения. Наличие квадрата δ-функции — $\delta^2(k_z)$ указывает на то, что речь должна идти об энергии излучения с единицы длины провода с током.

$$\frac{dW_{\omega,\theta}}{dL}\,dkd\theta = \frac{(\mu_1-\mu_2)^2 I^2\delta(k\cos\theta)\sin^3\theta\,dkd\theta}{\mu_2 c^2}, \tag{9}$$

где θ — полярный угол сферической системы координат с осью z. Из (9) следует, что излучение происходит в направлении, перпендикулярном току. Проведя в (9) интегрирование по θ, получим спектральное распределение энергии излучения с единицы длины провода:

$$\frac{dW_\omega}{dL}\,d\omega = \frac{(\mu_1-\mu_2)^2 I^2\,d\omega}{\mu_2^2 c^2\omega}. \tag{10}$$

«Инфракрасная расходимость» при $\omega\to 0$ в (10) связана, очевидно, с бесконечной длиной провода с током

2. *Излучение длинной двухпроводной линии.* Представляет интерес рассмотреть также двумерную задачу об излучении длинной двухпроводной линии, по двум проводам которой текут противоположно направленные токи I Плотность тока при этом описывается выражением

$$j = Ie_z\delta(y)\,[\delta(x)-\delta(x-a)], \tag{11}$$

где a — расстояние между проводами линии (ось x мы выбрали таким образом, чтобы оба провода линии лежали в плоскости xz). Из (11) легко получить фурье-образ плотности тока:

$$j_k = Ie_z\delta(k_z)\,(1-\exp(-ik_x a))/(2\pi)^2. \tag{12}$$

Поскольку в данной задаче отсутствует аксиальная симметрия, угловое распределение энергии излучения должно зависеть от азимутального угла φ. Подстановка (12) в общую формулу (7) и интегрирование по полярному углу θ приводят к следующей зависимости спектрального распределения энергии излучения от азимутального угла.

$$\frac{dW_{\omega\varphi}}{dL}\,d\varphi = \frac{dW^1_\omega}{dL}\,\frac{1-\cos(ka\cos\varphi)}{\pi}, \tag{13}$$

где dW^1_ω/dL — спектральное распределение энергии излучения с единицы длины провода с током (см. выражение (10)), $k=(\omega/c)\sqrt{\varepsilon\mu_2}$ Интегрируя (13) по φ, получим спектральное распределение энергии излучения с единицы длины линии.

$$dW_\omega/dL = 2dW^1_\omega/dL(1-J_0(ka)), \tag{14}$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка

Таким образом, спектр излучения является осциллирующей функцией расстояния между проводами Однако при увеличении a эти осцилляции затухают, так что при $ka\gg 1$ энергия излучения линии равна удвоенной энергии, излучаемой одиночным проводом с током.

3. *Излучение магнитного диполя.* Пусть в описываемой нестационарной среде в начале координат покоится точечный магнитный диполь с дипольным моментом $\boldsymbol{m}$. Направим ось z сферической системы координат по $\boldsymbol{m}$. Фурье-образ плотности тока равен

$$j_k = c/(2\pi)^3\,[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{m}]. \tag{15}$$

Подставив (15) в (7), придем к выражению для углового и спектрального распределения энергии излучения магнитного диполя при скачке магнитной проницаемости

$$W_{\omega\theta}\,d\omega d\theta = \frac{(\mu_1-\mu_2)^2 m^2\omega^2\varepsilon^{3/2}\sqrt{\mu_2}\sin^3\theta\,d\omega d\theta}{2\pi c^3}. \tag{16}$$

Интегрируя (16) по θ, получим спектральное распределение энергии излучения:

$$W_\omega\,d\omega = \frac{2(\mu_1-\mu_2)^2 m^2\omega^2\varepsilon^{3/2}\sqrt{\mu_2}\,d\omega}{3\pi c^3}. \tag{17}$$

Автор благодарит Б. М Болотовского за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Манева Г М — Кр. сообщ ФИАН СССР, 1977, № 2, с. 21
2. Давыдов В А — ЖТФ, 1982, **52**, вып 12, с 2340.
3 Давыдов В. А. Вестн. Моск ун-та. Сер. физика, астрономия, 1983, **24**, № 1, с 79.
4 Болотовский Б. М., Давыдов В. Л., Рок В. Е — УФН, 1982, **136**, вып. 3, с. 501.
5. Morgentaller F. R.— IRE Trans., 1958, **MTT-6**, № 2, p. 167.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 31 мая 1983 г.

Аннотации депонированных статей

УДК 621 385 6

ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ВЧ ПОЛЯМИ НЕОДНОРОДНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ (ТИПА ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ)

Л. В. Булгакова, М. В. Гаврилов, Д. И. Трубецков, В. Л. Фишер

Излагается универсальный дискретный подход к анализу взаимодействия поля в неоднородных электродинамических структурах (в виде цепочки связанных резонаторов) с электронными пучками. Подход основан на общем матричном описании передающих и колебательных свойств отдельной ячейки и цепочки из них и не опирается на конкретные эквивалентные схемы. Подход позволяет исследовать системы (ЛБВ, гибридные приборы, линейные ускорители и т п.) как с идентичными, так и неидентичными ячейками при их произвольном согласовании.

Сформулировано уравнение возбуждения цепочки шестиполюсников источником входного сигнала (генератором с. ЭДС и внутренним сопротивлением) и токами с «внутренних» клемм Уравнения не имеют особенностей на границе полосы пропускания системы

Составлены две программы для ЭВМ по расчету приборов с идентичными и неидентичными ячейками и с изменяющимся статическим потенциалом от ячейки к ячейке.

Проанализированы линейные режимы усиления и подавления сигнала на примере ЛБВ со связанными резонаторами. Результаты оформлены в принятых нормированных параметрах и могут считаться общими для периодических систем различного типа

Характеристики усиления и подавления сигнала, полученные по дискретной модели, отличаются от одноволнового приближения только при уменьшении числа периодов ячеек резонаторов.

Показано, что на частотах у границ полосы пропускания следует ожидать резонанса по типу закороченной на концах линии

Усиление у верхней границы можно получить только в очень узкой частотной области, вблизи указанного резонанса, причем с повышением электрической длины здесь наступает возбуждение и генерация. В широкой области у нижней границы полосы и за ней усиление реализуется независимо от резонансного возбуждения при несовпадающих значениях потенциала пучка.

Режимы компфнеровского подавления сигнала и возбуждения на обратной пространственной гармонике исчезают на верхней границе полосы и за ней, зато появляется новый вид подавления при близости скорости пучка с фазовой скоростью волны на границе. Поступающий сигнал в результате взаимодействия с пучком полностью переизлучается на вход прибора. В этой же области частот обнаружен целый набор сочетаний тока и потенциала пучка, обеспечивающих дополнительные режимы подавления. На нижней границе сохраняется подавление сигнала с превышением фазовой скорости волны над скоростью электронного пучка.

Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 5469—84. Деп. от 27 июля 1984 г.
