

УДК 538.56 : 627.372 55

## АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА СИНХРОННОГО НАКОПЛЕНИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

*В. Б. Китаев, А. А. Мальцев, Е. И. Сергеев*

Для исследования формы квазипериодических сигналов, скрытых в аддитивном шуме, предлагается использовать адаптивную систему синхронного накопления, состоящую из блока нелинейной квазиоптимальной оценки неизвестного периода (фазы) полезного сигнала и блока оценки циклограммы сигнала, представляющего собой классическую схему синхронного накопления. Проводится теоретический анализ ошибок фильтрации. Теоретические оценки эффективности работы схемы подтверждаются экспериментами с аналого-цифровой адаптивной системой синхронного накопления.

Известно [1, 2], что оптимальным (по критерию минимума среднего квадрата ошибки) способом фильтрации полезного периодического сигнала из смеси с аддитивным гауссовым стационарным шумом является синхронное накопление. Однако при использовании метода синхронного накопления необходимо знать или иметь возможность достаточно точно измерять период сигнала. В то же время в целом ряде практически важных задач период сигнала априори точно неизвестен или медленно случайным образом изменяется во времени (полезный сигнал является квазипериодическим). Задачи подобного рода возникают, например, при анализе периодических сигналов, излучаемых движущимися объектами (из-за случайного доплеровского смещения частоты), в технической диагностике при оценке синхронных составляющих вибросигналов механизмов, у которых отсутствует доступ к движущимся узлам и т. п. Поскольку период сигнала точно неизвестен (имеется априорная неопределенность), задачу фильтрации такого сигнала естественно решать с помощью адаптивных методов [3].

В настоящей работе для фильтрации квазипериодического сигнала из смеси с аддитивным шумом предлагается использовать адаптивную систему синхронного накопления, состоящую из блока нелинейной квазиоптимальной оценки неизвестного периода (фазы) полезного сигнала и блока оценки сигнала, представляющего собой классическую схему синхронного накопления. Проводится теоретический расчет средней квадратичной ошибки фильтрации сигнала. Теоретические оценки эффективности работы схемы подтверждаются экспериментами с аналого-цифровой системой синхронного накопления.

**1. Постановка задачи.** Будем считать, что на вход системы поступает аддитивная смесь полезного сигнала  $s(t)$  и шума  $\eta(t)$ :

$$x(t) = s(t) + \eta(t). \quad (1)$$

Здесь  $\eta(t)$  — нормальный широкополосный шум с нулевым средним значением  $\langle \eta(t) \rangle = 0$  и функцией корреляции

$$\langle \eta(t) \eta(t + \tau) \rangle = \sigma_\eta^2 \exp(-|\tau|/\tau_0). \quad (2)$$

Пусть форма полезного сигнала остается неизменной, а период  $T(t)$  испытывает малые медленные флуктуации около некоторого среднего значения  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ , такие, что

$$dT(t)/dt \ll 1, \quad \sqrt{\langle [T(t) - T_0]^2 \rangle} \ll T_0. \quad (3)$$

Поскольку в большинстве названных выше задач наиболее интересна форма сигнала, а его период является неинформативным параметром, то для описания таких сигналов удобно использовать понятие циклограммы, которая представляет собой значения сигнала в определенных фазах цикла (периода). Циклограмма квазипериодического сигнала  $s_0(t)$  характеризует форму сигнала и является строго периодической функцией:

$$s_0(t) = s_0(t + T_0). \quad (4)$$

Сам принимаемый квазипериодический сигнал  $s(t)$ , очевидно, может быть выражен через циклограмму путем введения случайного сдвига по времени (фазе)  $\Delta T_c(t)$ :

$$s(t) = s_0[t - \Delta T_c(t)]. \quad (5)$$

Предлагаемая в работе адаптивная система синхронного накопления позволяет получать оценку циклограммы (формы) полезного сигнала. Ее структурная схема приведена на рис. 1. Неизвестные период и фаза полезного сигнала  $s(t)$  оцениваются в блоке 1, затем эти оценки используются в блоке 2, вырабатывающем оценку циклограммы  $\hat{s}_0(t)$ . Учитывая (4), (5) и условие (3), принимаемый сигнал представим в виде суммы квазигармонических составляющих:

$$s(t) = \sum_{k=1} A_k \cos [k\omega_0 t + \psi_k(t) + \psi_{0k}], \quad (6)$$

где  $\omega_0/2\pi$  — средняя частота первой гармоники,  $A_k$  — амплитуда,  $\psi_k(t)$  — медленно меняющаяся фаза,  $\psi_{0k}$  — постоянный фазовый сдвиг  $k$ -й гармоники. Будем полагать, что  $\psi_k(t) = k\psi_1(t)$ , т. е. частоты гармонических составляющих сигналов находятся всегда в строго кратном соотношении.

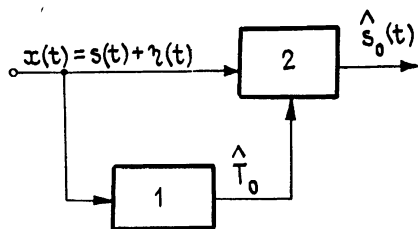


Рис 1 Блок-схема адаптивной системы синхронного накопления: 1 — блок оценки неизвестного периода (фазы), 2 — блок оценки циклограммы полезного сигнала

Синтез блока 1 — оптимальной оценки периода и фазы сигнала априори неизвестной формы — представляется весьма сложным, поэтому будем оценивать период и фазу сигнала по оценкам частоты и фазы его первой гармоники\*. Положим, что период сигнала является стационарным нормальным марковским процессом первого порядка. Тогда флуктуации частоты  $\omega_1(t)$  и фазы  $\psi_1(t)$  первой гармоники будут

\* Очевидно, неизвестные период и фазу можно оценивать по любой гармонике сигнала  $s(t)$ . Практически выбор гармоники синхронизации и приближенные оценки ее амплитуды и средней частоты могут быть осуществлены на основе предварительного исследования спектра входного сигнала и шума,

представлять двумерную марковскую совокупность, описываемую системой стохастических дифференциальных уравнений вида

$$d\psi_1/dt = \omega_1(t), \quad d\omega_1/dt = -\gamma\omega_1(t) + \eta_{\omega_1}(t), \quad (7)$$

где  $\eta_{\omega_1}(t)$  — нормальный белый шум с нулевым средним  $\langle \eta_{\omega_1}(t) \rangle = 0$ , функцией корреляции  $\langle \eta_{\omega_1}(t) \eta_{\omega_1}(t+\tau) \rangle = N_{\omega_1} \delta(\tau)/2$  и статистически независимый от  $\eta(t)$ ,  $\gamma$  — ширина спектра флуктуаций частоты первой гармоники сигнала.

Будем считать, что первая гармоника предварительно выделяется из спектра сигнала полосовым фильтром второго порядка, настроенным на частоту  $\omega_0$ . Сигнал  $x_1(t)$  на выходе этого полосового фильтра будет иметь вид

$$x_1(t) = A_1 \cos [\omega_0 t + \psi_1(t) + \psi_{01}] + \eta_1(t).$$

Здесь  $\eta_1(t)$  — нормальный шум с нулевым средним  $\langle \eta_1(t) \rangle = 0$  и корреляционной функцией

$$\langle \eta_1(t) \eta_1(t + \tau) \rangle = \sigma_{\eta_1}^2 \exp(-|\tau|/\tau_1) \cos \omega_0 \tau, \quad (8)$$

где  $\sigma_{\eta_1}^2 = \sigma_{\eta}^2 \tau_0/\tau$ . Из марковской теории нелинейной фильтрации известно (см., например, [4, 5]), что в стационарном режиме работы оптимальные в гауссовом приближении оценки фазы и частоты первой гармоники в этом случае даются решением следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} d\hat{\psi}_1/dt &= \hat{\omega}_1 - (2A_1/N_0) \bar{K}_{\psi_1, \psi_1} x_1(t) \sin [\omega_0 t + \hat{\psi}_1(t)], \\ d\hat{\omega}_1/dt &= -\gamma \hat{\omega}_1 - (2A_1/N_0) \bar{K}_{\psi_1, \omega_1} x_1(t) \sin [\omega_0 t - \hat{\psi}_1(t)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\bar{K}_{\psi_1, \psi_1}$ ,  $\bar{K}_{\psi_1, \omega_1}$  — стационарные значения коэффициентов матрицы апостериорных кумулянтов — определяются выражениями

$$\begin{aligned} \bar{K}_{\psi_1, \psi_1} &= \left( \frac{\gamma N_0}{A_1^2} \right) (\sqrt{1+2G} - 1), \quad \bar{K}_{\psi_1, \omega_1} = \left( \frac{\gamma^2 N_0}{A_1^2} \right) (1 + G - \sqrt{1+2G}), \\ N_0 &= \sigma_{\eta}^2 \tau_0, \end{aligned} \quad (10)$$

$A_1$  — амплитуда первой гармоники сигнала  $s(t)$ ,  $G = (A_1/\gamma^2) \sqrt{N_{\omega_1}/2N_0}$ . Уравнения (9) описывают структуру оптимального устройства для оценки  $\omega_1(t)$  и  $\psi_1(t)$ , которым, как известно, является система ФАПЧ второго порядка с пропорционально-интегрирующим фильтром в цепи обратной связи.

Пусть блок оценки циклограммы сигнала  $s_0(t)$  представляет собой схему синхронного накопления, использующую для взятия выборок стробирование сигнала прямоугольными импульсами малой длительности  $\tau_n^*$ . Однако в отличие от общепринятой схемы синхронного накопления период следования и фаза строб-импульсов в данном случае определяются оценками  $\hat{\omega}_1(t)$  и  $\hat{\psi}_1(t)$ , полученными в блоке 1. Из-за неточности этих оценок период и фаза строб-импульсов (моменты взятия выборок) будут флуктуировать относительно истинных значений периода и фазы сигнала. Момент времени, соответствующий взятию  $i$ -й выборки сигнала, запишем следующим образом:

$$t_i = t_{\phi} + \Delta T_n(t_i) + iT_0, \quad (11)$$

\* Анализ некоторых статистических характеристик такой схемы приведен, например, в [9].

где  $t_\phi$  — время (фаза) измеряемого значения циклограммы ( $0 \leq t_\phi < T_0$ ),  $\Delta T_n(t)$  — флуктуации времени появления строб-импульса. Значение сигнала (5) в момент времени  $t_i$  будет равно

$$s(t_i) = s_0 [t_i - \Delta T_c(t_i)]$$

или с учетом периодичности  $s_0(t)$  и выражения (11)

$$s(t_i) = s_0 [t_\phi + \Delta T_i], \quad (12)$$

где  $\Delta T_i = \Delta T_n(t_i) - \Delta T_c(t_i)$  — случайный временной сдвиг между временем появления  $i$ -го строб-импульса и фазой сигнала.

**2. Анализ ошибок фильтрации.** Найдем ошибку оценки циклограммы сигнала  $s_0(t)$  с учетом неточности оценки периода и фазы полезного сигнала блоком 1. Учитывая условие малой длительности строб-импульсов ( $\tau_n \ll \sigma_{\Delta T_n}, \tau_0$ ), выражение для оценки циклограммы, вырабатываемой блоком 2, можно записать в следующем виде:

$$\hat{s}_0(t_\phi) = (1/N) \left[ \sum_{i=0}^{N-1} s(t_i) + \sum_{i=0}^{N-1} \eta(t_i) \right], \quad (13)$$

где  $N$  — число циклов накопления сигнала. Ошибка оценки циклограммы сигнала, обусловленная наличием аддитивного шума  $\eta(t)$  и флуктуациями периода полезного сигнала  $T(t)$ , будет равна

$$\epsilon(t_\phi) = (1/N) \sum_{i=0}^{N-1} \eta(t_i) + (1/N) \sum_{i=0}^{N-1} s(t_i) - s_0(t_\phi). \quad (14)$$

Предполагая, что функция  $s(t)$  достаточно гладкая, и используя ее разложение в ряд Тейлора в окрестности точки  $t_\phi$ , из (14) с учетом (12) нетрудно получить следующее выражение для среднего квадрата ошибки:

$$\begin{aligned} \langle \epsilon^2(t_\phi) \rangle &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \langle \eta(t_i) \eta(t_j) \rangle + \frac{2s'_0(t_\phi)}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \langle \eta(t_i) \times \\ &\times \Delta T_j \rangle + \frac{s''_0(t_\phi)}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \langle \eta(t_i) \Delta T_j^2 \rangle + \frac{s''_0(t_\phi)}{N^2} \times \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \langle \Delta T_i \Delta T_j \rangle + \frac{s'_0(t_\phi) s''_0(t_\phi)}{2N^2} [\langle \Delta T_i^2 \Delta T_j \rangle + \\ &+ \langle \Delta T_i \Delta T_j^2 \rangle] + \frac{s''_0(t_\phi)}{4N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \langle \Delta T_i^2 \Delta T_j^2 \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Первое слагаемое в выражении (15) обусловлено, очевидно, непосредственным воздействием аддитивного шума  $\eta(t)$  на блок 2 — оценки циклограммы (см. рис. 1). Второе и третье слагаемые учитывают вклад в ошибку измерения из-за воздействия аддитивного шума  $\eta(t)$  на блок 2 непосредственно и через блок 1 — систему ФАПЧ ( $\eta(t_i)$  и  $\Delta T_j$  оказываются в общем случае взаимозависимыми). Остальные слагаемые определяют ошибку, вызываемую неточностью оценки периода в блоке 1.

Для вычисления сумм, входящих в правую часть выражения (15), необходимо знать совместные статистические характеристики случай-

ного временного сдвига  $\Delta T(t)$  и шума  $\eta(t)$ . Учитывая, что управление строб-импульсами в рассматриваемой схеме осуществлялось выходным сигналом перестраиваемого генератора, их период следования (период взятия выборок) может быть записан в виде

$$T_n = 2\pi/\omega_n(t), \quad (16)$$

где  $\omega_n(t) = \hat{d}_1\psi/dt$ . Используя эти соотношения и условие (3), нетрудно получить формулу, связывающую  $\Delta T(t)$  с флуктуациями разности фаз напряжения на выходе перестраиваемого генератора ФАПЧ и первой гармоники полезного сигнала:

$$\Delta T(t) \simeq -\varphi(t)/\omega_0 \quad \varphi(t) = \hat{\psi}_1(t) - \psi_1(t). \quad (17)$$

Таким образом, чтобы вычислить статистические характеристики  $\Delta T(t)$ , необходимо знать соответствующие характеристики разности фаз  $\varphi(t)$ . Используя стандартную процедуру, найдем их для рассматриваемой системы ФАПЧ в линейном приближении.

В операторной форме систему уравнений (9), описывающих работу ФАПЧ, можно представить в виде [5]

$$p\varphi = \Delta_0 - \Delta K(p) \left[ \sin \varphi + \frac{2}{A_1} \eta_0(t) \right] - \frac{1}{p + \gamma} \eta_{\omega_1}(t), \quad (18)$$

где  $\Delta_0$  — начальная расстройка,  $\Delta = \mu' A_1^2 (K_{\omega_1} + K_{\psi_1}) S/2$  — полоса удержания ФАПЧ,  $\eta_0(t) = \eta_1(t) \sin[\omega_0 t + \psi_1(t)]$ . Операторный коэффициент передачи  $K(p)$  равен:

$$K(p) = (1 + T_1 p)/(1 + T_2 p).$$

Здесь  $T_1 = mT_2$ ,  $m = K_{\psi_1}/(K_{\psi_1} + K_{\omega_1})$ ,  $T_2 = 1/\gamma$ , а коэффициенты  $K_{\psi_1}$  и  $K_{\omega_1}$  находятся из следующих соотношений:

$$K_{\psi_1} = 2\bar{K}_{\psi_1}/\mu' SN_0, \quad K_{\omega_1} = 2\bar{K}_{\psi_1\omega_1}/\gamma\mu' SN_0. \quad (19)$$

где  $S$  — крутизна преобразования управляющего элемента,  $\mu' = A_0\mu/A_1$ ,  $\mu$  — коэффициент преобразования перемножителя,  $A_0$  — амплитуда сигнала перестраиваемого генератора.

Подставляя в (18)  $\varphi(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi(t)$  и учитывая, что  $\sin\varphi_0 = \Delta_0/\Delta$ , получим линеаризованное уравнение ФАПЧ для малых флуктуаций:

$$\begin{aligned} T_2 \Delta \ddot{\varphi} + (1 + T_1 \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2}) \Delta \dot{\varphi} + \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2} \Delta \varphi = \\ = -\frac{2\Delta}{A_1} \eta_0(t) - \frac{2T_1 \Delta}{A_1} \dot{\eta}_0(t) - T_2 \eta_{\omega_1}(t). \end{aligned} \quad (20)$$

Отсюда легко находятся выражения для коэффициентов передачи ФАПЧ по аддитивному шуму  $|K_1(j\omega)|^2$  и по случайному изменению частоты входного сигнала  $|K_2(j\omega)|^2$ :

$$|K_1(j\omega)|^2 = 4\Delta^2 (1 + \omega^2 T_1^2) / A_1^2 [(\omega^2 T_2 - \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2})^2 + \omega^2 (1 + T_1 \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2})^2], \quad (21)$$

$$|K_2(j\omega)|^2 = T_2^2 / [(\omega^2 T_2 - \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2})^2 + \omega^2 (1 + T_1 \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2})^2].$$

Заметим, что в общем случае ненулевых начальных расстроек частот  $\Delta_0 \neq 0$  среднее значение случайного временного сдвига  $\Delta T(t)$  будет определяться стационарной разностью фаз  $\varphi_0$  перестраиваемого генератора и первой гармоники входного сигнала  $\langle \Delta T \rangle = -\varphi_0/\omega_0$ .

Однако несложно видеть, что этот сдвиг изменяет лишь начало отсчета циклограммы и не влияет на ее форму и точность оценки. Полагая для простоты начальную расстройку частот равной нулю ( $\Delta_0=0$ ), из уравнения (20) с учетом (2), (7), (8), (16) получим следующие выражения для корреляционной функции случайного временного сдвига  $\Delta T(t)$  и корреляционного момента  $\langle \Delta T_i \Delta T_j \rangle$ :

$$\begin{aligned} \langle \Delta T(t) \Delta T(t + \tau) \rangle &= \sigma_{1\Delta T}^2 \exp(-|\tau|/\tau_c) \cos \Omega_c \tau + \\ &+ \sigma_{2\Delta T}^2 \exp(-|\tau|/\tau_c) \sin \Omega_c |\tau|, \\ \langle \Delta T_i \Delta T_j \rangle &= \sigma_{1\Delta T}^2 \exp(-|i-j|T_0/\tau_c) \cos \Omega_c (i-j)T_0 + \\ &+ \sigma_{2\Delta T}^2 \exp(-|i-j|T_0/\tau_c) \sin \Omega_c |i-j|T_0, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\tau_c = 2T_2/(1 + T_1\Delta), \quad \Omega_c = \sqrt{4T_2\Delta - (1 + T_1\Delta)^2}/2T_2,$$

$$\begin{aligned} \sigma_{1\Delta T}^2 &= \frac{T_0^2 \tau_c \gamma}{16\pi^2} \left[ \frac{2\sigma_\eta^2 \tau_0 \Delta (2 + T_1^2 \Delta \gamma)}{A_1^2} + \frac{N_{\omega_1}}{\gamma^2 \Delta} \right], \\ \sigma_{2\Delta T}^2 &= \frac{T_0^2 \tau_c \gamma}{16\pi^2 \sqrt{\tau_c^2 \gamma \Delta - 1}} \left[ \frac{2\sigma_\eta^2 \tau_0 \Delta (2 - T_1^2 \Delta \gamma)}{A_1^2} + \frac{N_{\omega_1}}{\gamma^2 \Delta} \right]. \end{aligned}$$

Аналогичным образом находится и выражение для корреляционного момента  $\langle \eta(t_i) \Delta T_j \rangle$ :

$$\langle \eta(t_i) \Delta T_j \rangle \simeq$$

$$\simeq \begin{cases} \frac{2\sigma_\eta^2 \tau_0}{\omega_0} \{ C \exp[-(j-i)T_0/\tau_c] \cos \Omega_c (j-i)T_0 - B \exp[-(j-i)T_0/\tau_c] \times \\ \times \sin \Omega_c (j-i)T_0 \} \sin \omega_0 t_\phi, & j > i \\ (\sigma_\eta^2 \tau_0 T_1 \Delta / \omega_0 A_1 T_2) \sin \omega_0 t_\phi, & j = i \\ 0, & j < i \end{cases} \quad (23)$$

где  $B = \Delta \gamma (T_1 - \tau_c) / A_1 \sqrt{\tau_c^2 \gamma \Delta - 1}$ ,  $C = \Delta T_1 / A_1 T_2$ .

Поскольку флуктуации  $\Delta \varphi(t)$ , а следовательно, и  $\Delta T(t)$  в рассматриваемом линейном приближении имеют гауссово распределение, найденных спектрально-корреляционных характеристик оказывается достаточно для вычисления среднего квадрата ошибки измерения  $\langle \varepsilon^2(t_\phi) \rangle$ . Подставляя в (15) выражения для корреляционных моментов из (2), (22), (23), получим

$$\langle \varepsilon^2(t_\phi) \rangle = \langle \varepsilon(t_\phi) \rangle^2 + \langle \delta^2 \varepsilon(t_\phi) \rangle; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon(t_\phi) \rangle^2 &= s_0'^2(t_\phi) \frac{T_0^4 \tau_c^2}{(4\pi)^4 T_2^2} \left\{ \frac{\sigma_\eta^2 \tau_0 (2 + T_1^2 \gamma \Delta)}{A_1^4} \times \right. \\ &\times \left. [\sigma_\eta^2 \tau_0 \Delta^2 (2 + T_1^2 \gamma \Delta) + N_{\omega_1} T_2^2 A_1^2] + \frac{N_{\omega_1}^2 T_2^4}{4\Delta^2} \right\}; \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\langle \delta^2 \varepsilon(t_\phi) \rangle = \frac{\sigma_\eta^2}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{|i-j|T_0}{\tau_c}\right) + 2s_0'(t_\phi) \frac{\sigma_\eta^2 \tau_0 T_1 \Delta}{N \omega_0 A_1 T_2} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \sin \omega_0 t_\phi + \frac{4S_0'(t_\phi) \sigma_\eta^2 \tau_0}{N^2 \omega_0} \sin \omega_0 t_\phi \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left[ C \exp\left(-\frac{(j-i)T_0}{\tau_c}\right) \times \right. \\
& \times \cos \Omega_c(j-i)T_0 - B \exp\left(-\frac{(j-i)T_0}{\tau_c}\right) \sin \Omega_c(j-i)T_0 \left. \right] + \\
& + \frac{S_0''(t_\phi)}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left( \sigma_{1\Delta T}^2 \exp\left(-\frac{|i-j|T_0}{\tau_c}\right) \cos \Omega_c|i-j|T_0 + \right. \\
& + \sigma_{2\Delta T}^2 \exp\left(-\frac{|i-j|T_0}{\tau_c}\right) \sin \Omega_c|i-j|T_0 \left. \right) + \frac{S_0''^2(t_\phi)}{4N^2} \times \\
& \times (\sigma_{1\Delta T}^4 + \sigma_{2\Delta T}^4) \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2|i-j|T_0}{\tau_c}\right) + \quad (24b) \\
& + \frac{S_0''^2(t_\phi)}{4N^2} (\sigma_{1\Delta T}^4 - \sigma_{2\Delta T}^4) \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2|i-j|T_0}{\tau_c}\right) \times \\
& \times \cos 2\Omega_c|i-j|T_0 + \frac{S_0''^2(t_\phi)}{2N^2} \sigma_{1\Delta T}^2 \sigma_{2\Delta T}^2 \times \\
& \times \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2|i-j|T_0}{\tau_c}\right) \sin 2\Omega_c|i-j|T_0.
\end{aligned}$$

При неограниченном увеличении времени накопления  $T_N \equiv NT_0 \rightarrow \infty$   $\langle \delta^2 \varepsilon(t_\phi) \rangle \rightarrow \infty$ , а средний квадрат ошибки  $\langle \varepsilon^2(t_\phi) \rangle$  становится равным

$$\langle \varepsilon^2(t_\phi) \rangle = \langle \varepsilon(t_\phi) \rangle^2. \quad (25)$$

Таким образом, выражение (24a) определяет предельное систематическое смещение оценки циклограммы из-за ее «сглаживания» в точках, где вторая производная циклограммы отлична от нуля. Интересно, однако, отметить, что в практически наиболее распространенном случае  $T_1 \ll T_2$  и формула (25) оказывается справедливой лишь при очень больших  $N$  ( $N \gg 10^6$ ). Анализ показывает, что для практически используемого числа циклов накопления  $N \simeq 10^4 \div 10^5$  необходимо пользоваться общим выражением (24), которое с учетом обычно выполняемых условий  $\tau_c \gg T_0$ ,  $T_N \gg \tau_c$  примет вид

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon^2(t_\phi) \rangle & \simeq \langle \varepsilon(t_\phi) \rangle^2 + \frac{1}{T_N} \left\{ \sigma_\eta^2 T_0 \left( 1 + \frac{2}{\exp(T_0/\tau_0) - 1} \right) + \right. \\
& + S_0'(t_\phi) \frac{\sigma_\eta^2 \tau_0 T_0^2 T_1 \gamma \Delta}{\pi A_1 (1 - \cos \Omega_c T_0)} \left[ T_0/\tau_c - \frac{(1 - \tau_c/T_1) \sin \Omega_c T_0}{\sqrt{\tau_c^2 \gamma \Delta - 1}} \right] \times \\
& \times \sin \omega_0 t_\phi + \frac{S_0''(t_\phi) T_0^4 \gamma}{(4\pi)^2 (1 - \cos \Omega_c T_0)} \left[ \left( \frac{4\sigma_\eta^2 \tau_0 \Delta}{A_1^2} + \frac{N\omega_1}{\gamma^2 \Delta} \right) \times \right. \\
& \left. \left. \left( \frac{1}{A_1^2} + \frac{N\omega_1}{\gamma^2 \Delta} \right) \right] \right\} \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\times \left( 1 + \frac{\tau_c \sin \Omega_c T_0}{T_0 \sqrt{\tau_c^2 \gamma \Delta - 1}} \right) + \frac{2\sigma_{\eta}^2 \tau_0 \Delta^2 T_1^2 \gamma}{A_1^2} \left( 1 - \frac{\tau_c \sin \Omega_c T_0}{T_0 \sqrt{\tau_c^2 \gamma \Delta - 1}} \right) \Bigg\}.$$

Эта формула может быть использована для оценки точности измерения циклограммы полезного сигнала и выбора параметров адаптивной системы синхронного накопления.

**3. Экспериментальное исследование аналого-цифровой адаптивной системы синхронного накопления.** Адаптивная система синхронного накопления была реализована по блок-схеме, изображенной на рис. 1. Блок 1 оценки неизвестного периода и фазы полезного сигнала был собран на аналоговых интегральных элементах по классической схеме ФАПЧ второго порядка (см., например, [5]). Параметры ФАПЧ были выбраны следующими:  $\mu' = 6$ ,  $S = 84,5$  Гц/В,  $K_{\omega_1} = 23$ ,  $K_{\psi_1} = 0,38$ ,  $T_2 = 5$  с,  $T_1 = 8 \cdot 10^{-2}$  с; полоса удержания была равна  $\Delta/2\pi = 240$  Гц, полоса захвата  $\Delta_3/2\pi = 43$  Гц. Данная ФАПЧ являлась оптимальной для оценки фазы квазигармонического сигнала с амплитудой  $A_1 = 0,2$  В при условии, что спектральная плотность мощности аддитивного шума равна  $N_0 = 1,91 \cdot 10^{-3}$  В<sup>2</sup>/Гц, а спектральная плотность мощности флуктуаций частоты  $N_{\omega_1} = 8711$  Гц<sup>3</sup>.

Блок 2 оценки циклограммы полезного сигнала был собран по схеме со стробирующими импульсами [6], в которой в качестве интегратора применялся цифровой сумматор. Для построения циклограмм в данной работе использовался режим параллельного накопления сигнала в двадцати двух точках на каждом цикле. С помощью адаптивной системы синхронного накопления оценивался сигнал с медленно меняющимся периодом на фоне аддитивного шума.

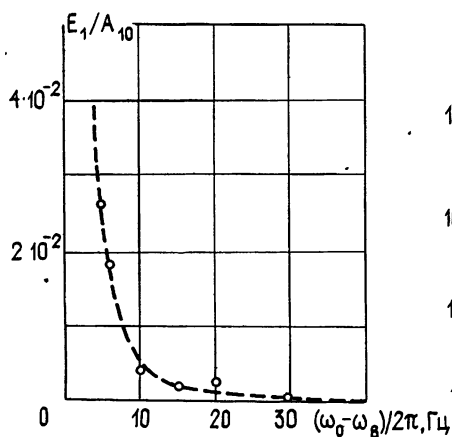


Рис. 2.

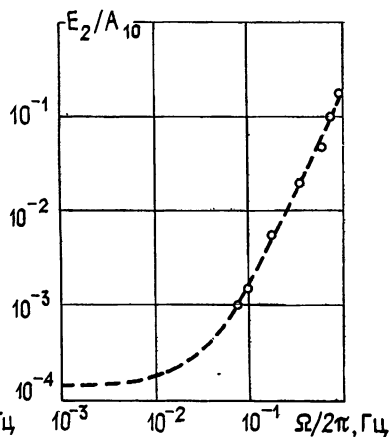


Рис. 3.

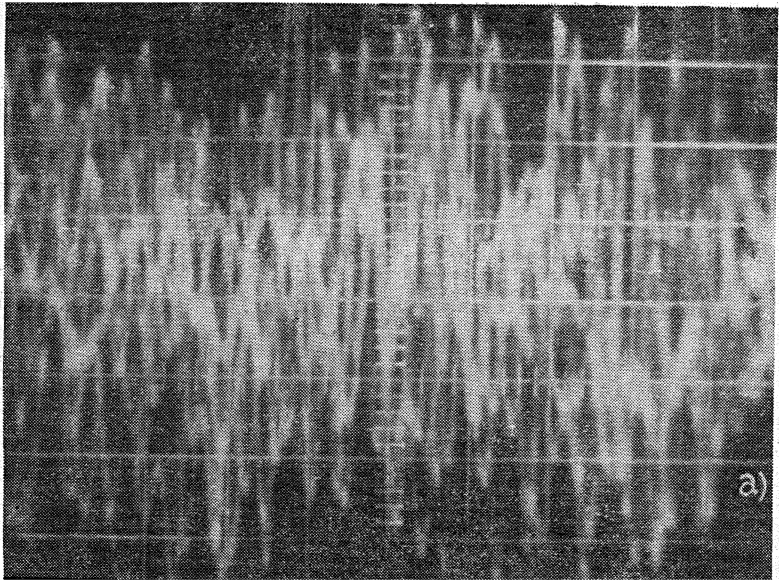
Рис. 2 Теоретическая (пунктирная линия) и экспериментальная (точки) зависимости относительной ошибки оценки циклограммы  $E_1/A_{10}$  от разности частот полезного сигнала  $\omega_0$  и аддитивного гармонического возмущения  $\omega_{ад}$

Рис. 3. Теоретическая (пунктирная линия) и экспериментальная (точки) зависимости относительной ошибки оценки циклограммы  $E_2/A_{10}$  от частоты модуляции  $\Omega$  периода полезного сигнала.

При сравнении теоретических результатов с экспериментальными в качестве входных «возмущений» использовались гармонические сигналы. Это позволило, с одной стороны, непосредственно измерять коэффициент передачи «возмущений» на выход системы, а с другой

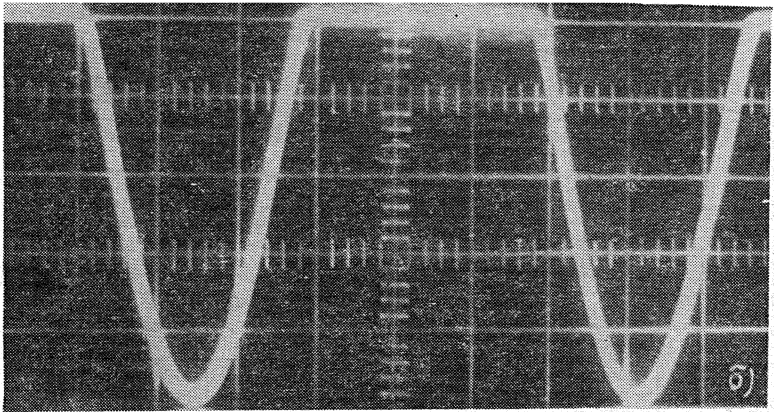


1B

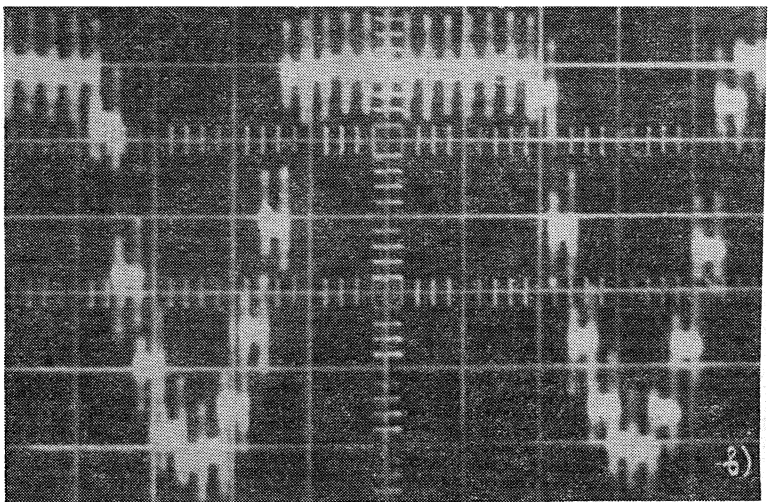


a)

0,04B



b)



c)

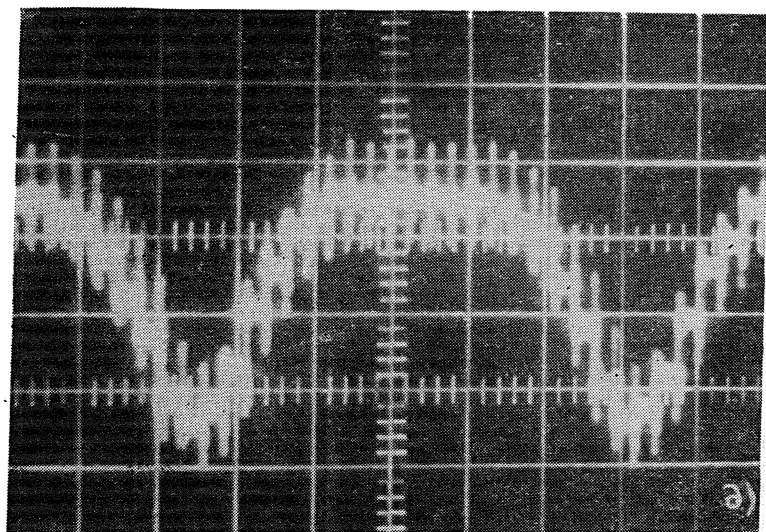
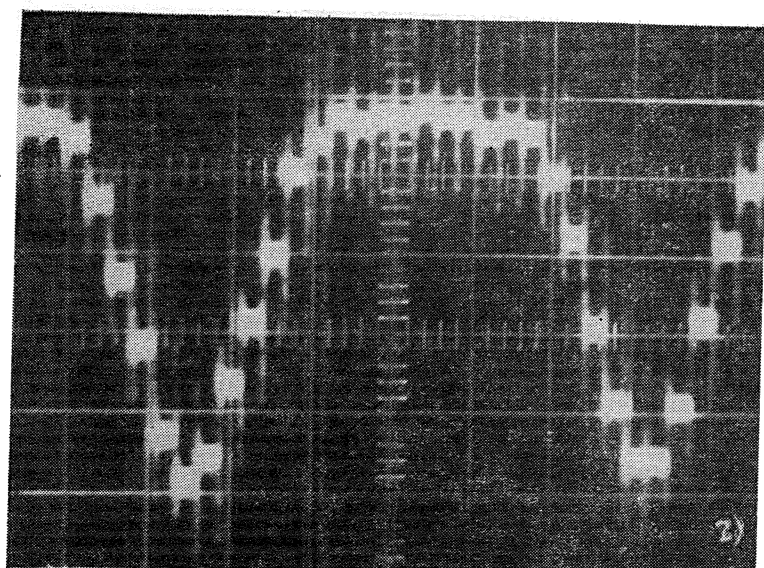


Рис. 4. Осциллограммы:

а) входного сигнала, б) полезного сигнала, в) на выходе обычной системы синхронного накопления ( $T_n = T_0$ ), г, д) на выходе адаптивной системы синхронного накопления при наличии только аддитивного шума и при совместном действии аддитивного шума и частотной модуляции периода соответственно

стороны—использовать вместо сложных низкочастотных анализаторов спектра с высокой разрешающей способностью значительно более простую измерительную аппаратуру.

При исследовании влияния флуктуаций периода входного сигнала на точность оценки циклограммы была проведена серия экспериментов, в которых на вход системы подавался частотно-модулированный по гармоническому закону сигнал, моделирующий полезный квазипериодический сигнал. Амплитуда сигнала была равна  $A_1 = 0,2 \text{ В}$ , средняя частота  $\omega_0/2\pi = 1000 \text{ Гц}$ , девиация  $\omega_d/2\pi = 6 \text{ Гц}$ . Частота модуляции  $\Omega/2\pi$  изменялась в диапазоне  $(0,08 \text{ Гц} \div 1 \text{ Гц})$ .

При исследовании влияния аддитивного шума на работу системы на ее вход подавалась сумма двух гармонических сигналов; первый из которых представлял полезный сигнал и имел амплитуду  $A_1 = 0,2 \text{ В}$ , частоту  $\omega_0/2\pi = 1000 \text{ Гц}$ . Второй сигнал с амплитудой  $A_{ад} = 0,04 \text{ В}$  моделировал аддитивное возмущение. Его частота  $\omega_{ад}/2\pi$  изменялась в диапазоне от  $960 \text{ Гц}$  до  $995 \text{ Гц}$ .

Ошибка измерения оценивалась путем сравнения циклограмм при действии входных возмущений и без них. Время усреднения схемы накопления (блока 2)  $T_N \approx 120 \text{ с}$  было много больше периода модуляции ЧМ сигнала. Учитывая это, из (14) нетрудно получить следующие выражения для ошибок, вызванных наличием аддитивных возмущений и гармонической модуляции частоты полезного сигнала:

$$\epsilon_1(t_\phi) \approx -E_1 \cos \omega_0 t_\phi; \quad (27)$$

$$\epsilon_2(t_\phi) \approx -E_2 \cos \omega_0 t_\phi. \quad (28)$$

где  $E_1 = A_{10} A_{ад}^2 |K_1 [j(\omega_0 - \omega_{ад})]|^2 / 4$  — максимальная ошибка оценки циклограммы из-за наличия аддитивных возмущений,  $E_2 = A_{10} \omega_d^2 |K_2(j\Omega)|^2 (1 + T_2^2 \Omega^2) / 4T_2^2$  — максимальная ошибка оценки циклограммы из-за частотной модуляции входного сигнала,  $A_{10}$  — амплитуда циклограммы с учетом коэффициента усиления блока 2.

На рис. 2, 3 приведены теоретические и экспериментально измеренные зависимости  $E_1/A_{10}$  и  $E_2/A_{10}$  от частот возмущений. При построении теоретических кривых использовались выражения (21). Как видно из рисунков, полученные в линейном приближении теоретические зависимости, хорошо описывают ошибки фильтрации адаптивной системы синхронного накопления, когда система ФАПЧ работает без срывов.

Для оценки систематической ошибки измерения циклограммы была проведена серия экспериментов по выделению адаптивной системой синхронного накопления квазипериодического сигнала со средней частотой первой гармоники  $\omega_0/2\pi = 1000 \text{ Гц}$  на фоне широкополосного аддитивного шума со спектральной плотностью мощности  $N_0 \approx 1,36 \cdot 10^{-4} \text{ В}^2/\text{Гц}$  в полосе частот  $12 \text{ кГц}$ .

На рис. 4а, б показаны осциллограмма аддитивной смеси полезного сигнала с шумом и осциллограмма полезного квазипериодического сигнала в увеличенном масштабе.

На рис. 4в приведена контрольная оценка циклограммы полезного сигнала, полученная с помощью обычной системы синхронного накопления, период следования строб-импульсов которой был равен периоду полезного сигнала  $T_0$ . Как видно, априорное знание периода сигнала позволяет при достаточно большом времени усреднения устранить влияние аддитивного шума.

На рис. 4г приведена оценка циклограммы на выходе адаптивной системы синхронного накопления, использующей оценку периода полезного сигнала  $\hat{T}_0$ . В этом случае аддитивный шум вызывает флуктуации разности фаз первой гармоники полезного сигнала и выходного сигнала.

ла перестраиваемого генератора ФАПЧ и случайный временной сдвиг  $\Delta T(t)$  ( $\sigma_{\Delta T}/T_0 \approx 0,02$ ). Это проявляется в небольшом «сглаживании» циклограммы согласно выражению (26).

На рис. 4д показана оценка циклограммы на выходе адаптивной системы синхронного накопления при наличии аддитивного шума и модуляции периода полезного сигнала (девиация частоты первой гармоники полезного сигнала составляла 6 Гц, частота модуляции 5 Гц). Поскольку система ФАПЧ при этом отслеживает изменение периода с большей ошибкой ( $\sigma_{\Delta T}/T_0 \approx 0,1$ ), это приводит к дополнительному «сглаживанию» циклограммы.

В заключение авторы выражают благодарность А. Н. Малахову за внимание к работе и С. Е. Сергееву за помощь в подготовке эксперимента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Харкевич А. А. Борьба с помехами — М: Наука, 1965 — 275 С
2. Цыпкин Я. З., Поляк Б. Т. — Межвуз. сб. Динамика систем. — Горький: Гос. ун-т, 1977, вып. 12, с. 22.
3. Тихонов В. И., Ефименко В. С. — Радиотехника и электроника, 1981, № 4, с. 765
4. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов — М: Сов радио, 1975
5. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М: Сов радио, 1977. — 488 С
6. Китаев В. Б., Мальцев А. А., Сергеев Е. И. — Дефектоскопия, 1981, № 7, с. 91.

Горьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
12 мая 1983 г.

#### ADAPTIVE SYNCHRONOUS FILTER FOR THE QUASIPERIODICAL SIGNALS

*V. B. Kitaev, A. A. Mal'tsev, E. I. Sergeev*

A scheme of an adaptive synchronous filter used for filtering of quasiperiodical signals in additive noise is proposed in this paper. The adaptive synchronous filter consists of two functional blocks: one for a nonlinear quasioptimal estimation of unknown signal period and the other for a conventional synchronous filtering. The theoretical analysis of a mean square error of filtering is delivered. The analytical results are verified by the experiments with an analog-digital adaptive synchronous filter.

---