

хастических колебаний. Во втором случае происходит сжатие траекторий вдоль оси  $J$  и исподвижные точки представляют собой состояния равновесия типа седел (рис. 26). Из-за наличия седел ( $J_{\pm}, 0$ ) наблюдаются довольно сложные переходные режимы: при  $|J| \neq 0$  существует вероятность попадания каскада в клинья  $Q_{\pm}$  (рис. 26), а следовательно, в область притяжения седел ( $J_{\pm}, 0$ ). Эта вероятность стремится к нулю при  $|J| \rightarrow 0$ , и поэтому каскад рано или поздно «ложится» на ось  $Z$ , что соответствует синхронизации стохастических колебаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Эшби У. Р. Конструкция мозга. — М: ИЛ, 1962.
2. Рабинович М. И. Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность — Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 5.
3. Сбитцев В. И. — Биофизика, 1982, 27, с. 515.
4. Сбитнев В. И. — Биофизика, 1984, 29, с. 113.
5. Осовец С. М. и др. Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. — Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 172

Ленинградский институт ядерной  
физики АН СССР

Поступила в редакцию  
21 октября 1983 г.

УДК 621.396.962.27

## ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАРМОНИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КИРХГОФОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*B. Ю. Райзэр, С. Р. Филонович*

В задачах дистанционного зондирования возникает необходимость выбора адекватных моделей подстилающих поверхностей для расчета характеристик собственного и рассеянного излучения. Если имеются крупномасштабные неровности со случаем профилем, то используют известный метод Кирхгофа (приближение геометрической оптики), а статистические свойства поверхности описывают, как правило, гауссовыми распределениями [1–7]. В случае поверхностей с узким или дельта-образным спектром возвышений применимость гауссовых статистик не всегда правомочна. Примером могут служить возмущения типа волн конечной амплитуды на воде, которые отличаются монохроматичностью и регулярностью формы [8]. В настоящем сообщении рассмотрена возможная модель СВЧ излучения такой поверхности.

Расчет спектрального коэффициента излучения крупномасштабной поверхности можно свести к статистическому усреднению локальных коэффициентов отражения по ансамблю плоских случайно ориентированных площадок:

$$x_{v,g}(\theta) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} |r_{v,g}(\cos \chi)|^2 p(\theta, z) dz. \quad (1)$$

Здесь  $r_{v,g}(\cos \chi)$  — френелевские коэффициенты отражения для вертикальной (в) и горизонтальной (г) поляризаций,  $p(\theta, z)$  — одномерная плотность вероятности распределения уклонов поверхности в плоскости падения. Локальный угол падения  $\chi$  зависит от угла наблюдения  $\theta$  и величины уклона  $z = \operatorname{tg} \psi$  (рис. 1):

$$\cos \chi = \cos(\psi - \theta) = (1 + z \operatorname{tg} \theta)^{-1/2} \cos \theta. \quad (2)$$

Плотности распределения  $p(\theta, z)$  под углом  $\theta$  и  $p(z)$  при  $\theta=0$  связаны соотношением

$$p(\theta, z) = (1 + z \operatorname{tg} \theta) p(z). \quad (3)$$

Пусть возмущения поверхности имеют строго гармонический характер

$$\xi(x) = a \sin(kx + \varphi), \quad (4)$$

где амплитуда  $a$  и пространственная частота  $k=2\pi/\Lambda$  — постоянные, а фаза  $\varphi$  — случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $(0, 2\pi)$ . Тогда одномерная плотность распределения случайной величины градиента  $\nabla \xi_x$  равна, согласно [2],

$$p(z) = \begin{cases} (\pi \sqrt{z_0^2 - z^2})^{-1}, & |z| < z_0, \\ 0, & |z| > z_0 \end{cases} \quad (5)$$

где  $z_0 = ka$  — максимальное значение градиента, т. е. максимальный уклон поверхности.

Операцию усреднения (1) с учетом (5) возможно провести аналитически. Для этого энергетические коэффициенты Френеля разложим по степеням  $\cos \chi$  и ограничимся двумя первыми членами:

$$|r_v(\cos \chi)|^2 = \left| \frac{\epsilon \cos \chi - \sqrt{\epsilon - \sin^2 \chi}}{\epsilon \cos \chi + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \chi}} \right|^2 \approx 1 - \frac{\alpha(\chi)}{\cos \chi}; \quad (6)$$

$$|r_r(\cos \chi)|^2 = \left| \frac{\cos \chi - \sqrt{\epsilon - \sin^2 \chi}}{\cos \chi + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \chi}} \right|^2 \approx 1 - \beta(\chi) \cos \chi. \quad (7)$$

При  $|\epsilon| \gg \sin^2 \chi$  коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  можно считать зависящими только от компонент комплексной диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon$ . Для воды в СВЧ диапазоне  $|\epsilon|=10 \div 80$  [°] и такое предположение оправдано.

Подставляя далее (5) и (6) или (7) в правую часть (1), получаем следующие выражения для коэффициентов излучения гармонически неровной поверхности: для вертикальной поляризации —

$$x_v(\theta, z_0) = \frac{\alpha}{\pi \cos \theta} \int_{-z_0}^{z_0} \frac{1+z^2}{\sqrt{1+z^2}(z_0^2-z^2)} dz = (2/\pi) x_{vB}(\theta) \sqrt{1+z_0^2} E(\rho), \quad (8)$$

для горизонтальной поляризации —

$$\begin{aligned} x_r(\theta, z_0) &= \\ &= \frac{\beta \cos \theta}{\pi} \int_{-z_0}^{z_0} \frac{(1+z \tan \theta)^2}{\sqrt{(1+z^2)(z_0^2-z^2)}} dz = \\ &= \frac{2}{\pi} x_{rB}(\theta) \left[ \frac{1-\tan^2 \theta}{\sqrt{1+z_0^2}} K(\rho) + \right. \\ &\quad \left. + \tan^2 \theta \sqrt{1+z_0^2} E(\rho) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

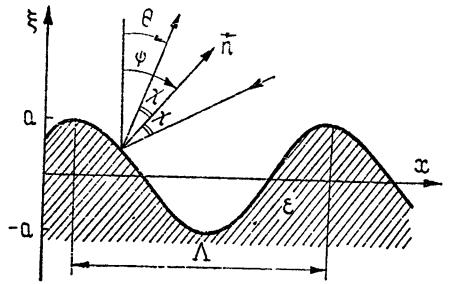


Рис. 1. Геометрия задачи.

Здесь  $K(\rho)$  и  $E(\rho)$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода с аргументом

$$\rho = z_0 / \sqrt{1+z_0^2}, \quad (10)$$

$x_0 = 1 - |r|^2$  — коэффициент излучения невозмущенной поверхности. Если  $\rho \sim z_0 \lesssim 0,1$ , то  $K(\rho) = E(\rho) = \pi/2$  [10] и формулы (8), (9) значительно упрощаются. В этом случае при углах визирования  $0 \lesssim 35^\circ$  поправки к коэффициентам излучения за счет неровностей пропорциональны  $|\Delta x_{v,r}| \sim x_{vB, rB}^2$ , причем для вертикальной поляризации они положительны, а для горизонтальной — отрицательны.

Для практики представляют интерес оценки СВЧ излучения водной поверхности, возмущенной синусоидальными волнами различной крутизны. На рис. 2 приведены зависимости радиояркостного контраста  $\Delta T_y = (y - x_0) T_0$ , (где  $T_0$  — температура поверхности) от параметра  $z_0 = ka$ . Расчет выполнен численно в миллиметровом и сантиметровом диапазонах радиоволн. Из этого рисунка видно, что с увеличением крутизны волны\* абсолютное значение контраста растет, причем знак  $\Delta T_y$  зависит от поляризации излучения и угла визирования. При настильных углах величина контраста оказывается существенно большей, чем при углах, близких к надиру. Частотное разделение кривых обязано наличию дисперсии диэлектрической проницаемости воды  $\epsilon(\lambda)$  в СВЧ диапазоне.

Для гравитационно-капиллярных волн ( $\Lambda = 1 \div 10$  см) параметр  $ka = 0,1 \div 0,5$  и контрасты, связанные с ними, достигают  $\Delta T_y = 8 \div 10$  К при  $\theta = 60^\circ$ .

Точность вычислений  $x_{v,r}$  по соотношениям (8) — (10) составляет около 0,1% в области значений  $0 < \theta \ll 30^\circ$  и  $0 < ka < 0,25$ . Эффекты затенений при расчетах в этой области можно не учитывать, поскольку выполняется критерий  $ka \ll \text{ctg } \theta$  [2].

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования высокочувствительной радиометрической аппаратуры для индикации возмущений гравитационно-капиллярной области спектра морского волнения. При этом предпочтительнее оказываются настильные углы наблюдения, где величины контрастов наиболее чувствительны к вариациям параметров (крутизны) поверхностных волн.

\* Крутизной волны называют отношение  $\gamma = 2a/\Lambda$

Для поверхности с многомодовой статистикой неровностей, которая описывается суперпозицией независимых гармонических возмущений  $\xi_N(x) = \sum_{n=1}^N a_n \sin(k_n x + \varphi_n)$ , совместная плотность вероятности распределения градиента имеет вид

$$p_N(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{n=1}^N J_0(vz_n) e^{-ivz} dv, \quad (11)$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя нулевого порядка действительного аргумента. Результат усреднения (1) по распределению (11) в общем случае зависит от числа мод  $N$  и соотношения параметров  $z_n = k_n a_n$ . Учитывая существенно негауссов характер этого распределения при конечном (немалом) числе  $N$  [1], можно ожидать, что среднее излучение будет зависеть и от самого вида  $p_N(z)$ . Численные оценки возможного эффекта будут даны в последующей работе. Однако в пределе  $N \rightarrow \infty$ , когда исходное распределение переходит в гауссово, излучение определяется дисперсией и корреляцией уклонов [4]. Эта связь положена в основу дистационной индикации энергонесущих компонент морского волнения с помощью радиофизических средств.

Авторы признательны Ю. А. Кравцову за полезные замечания.

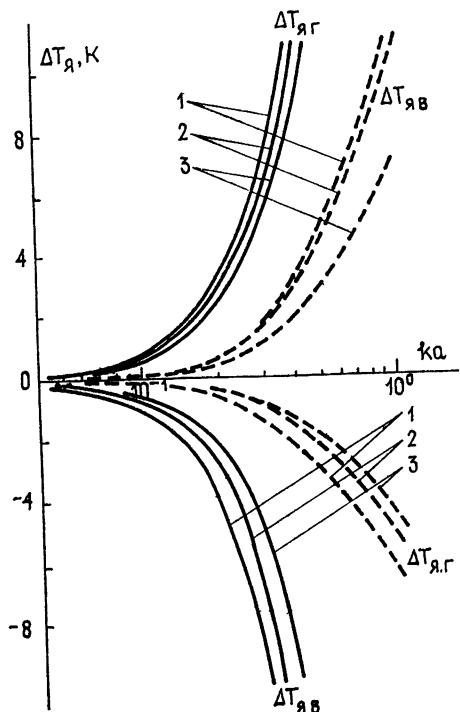


Рис. 2. Зависимости  $\Delta T_y$  от параметра  $ka$ . Расчет:  $T_0 = 293$  К; сплошная линия —  $\theta = 60^\circ$ ; пунктирная —  $\theta = 30^\circ$ ;  
1 —  $\lambda = 0,3$  см;  $\epsilon = 7,97 - i 13,68$ ; 2 —  $\lambda = 0,8$  см;  $\epsilon = 18,33 - i 28,27$ ; 3 —  $\lambda = 1,5$  см;  $\epsilon = 37,06 - i 36,91$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Егоров С. Т. Радиоизлучение Земли как планеты. — М.: Наука, 1974.
- Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
- Шифрин К. С., Ионина С. Н. — Труды ГГО, 1968, вып. 222, с. 22.
- Wu S. T., Fung A. K. — J. Geophys. Res. 1972, 77, № 30, p. 5917
- Шульгина Е. М. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1972, 8, № 7, с. 773.
- Шутко А. М. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 10, с. 2107.
- Бубукин И. Т., Докучаев В. П., Кротиков В. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 6, с. 652.
- Лакомб А. Физическая океанография. — М.: Мир, 1974.
- Райзер В. Ю., Шарков Е. А., Эткин В. С. Препринт ИКИ АН СССР № 164. — М., 1974.
- Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производственных. — М.: Наука, 1971
- Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику — М.: Наука, 1981.