

с учетом измерений 1972—74 гг. в диапазоне  $60 \div 100$  см оказался равным  $\alpha = -0,88 \pm 0,12^*$ , что хорошо согласуется с результатами [3, 7]. На рис. 3 изображен спектр Лебедя-Л. Результаты измерений с учетом данных [3] соответствуют прямой со спектральным индексом  $\alpha = -0,98 \pm 0,21$ , что в пределах погрешностей согласуется с данными [3, 7]. На рис. 4 приведен спектр радиоизлучения Крабовидной туманности в диапазоне  $60 \div 100$  см со спектральным индексом  $\alpha = -0,24 \pm 0,25$ . Возможное увеличение потока крабовидной туманности в диапазоне  $60 \div 100$  см в 1982 г. по сравнению с 1974 г. находится в пределах погрешностей измерений [1], равных  $\delta_2 \approx 15 \div 30\%$ .

Автор выражает благодарность Л. В. Дмитренко и С. А. Пельошенко за помощь при подготовке эксперимента и Н. М. Цейтлину за полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цейтлин Н. М. Антенная техника и радиоастрономия.— М.: Сов. радио, 1976.
2. Миллер М. Е. Препринт НИРФИ № 161.— Горький, 1983.
3. Цейтлин Н. М., Дмитренко Л. В., Дмитренко Д. А., Миллер Е. А., Снегирева В. В., Титов Г. К.— Изв. вузов — Радиофизика, 1976, № 8, с. 1106.
4. Seeger C. L., Stumperg F. L., H Van Higck H M.— Philips Technical Review, 1960, 21, № 11, p. 317.
5. Haslam C. G. T., Salter C. J., Stoffel H., Wilson W. E.— Astron. Astrophys. Suppl., 1982, ser. 47, p. 1.
6. Pauliny-Toth I. I. K., Shakeshaft J., Mon N. R.— Astr. Soc., 1962, 124, № 1, p. 61.
7. Троцкий В. С. и др.— Астрон. журн 1971, 48, № 6, с. 1150.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
11 февраля 1983 г.,  
после доработки  
1 ноября 1983 г.

УДК 517.925

## СИНХРОНИЗАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

*B. I. Сбитнев*

Одна из проблем, поставленных Эшби в [1],— можно ли построить динамическую систему, которая проявляла бы «свободу выбора в коридоре возможностей». Попытки Эшби подойти к решению подобной проблемы [1] не привели его к обнаружению класса динамических систем, способных воспроизводить случайное поведение вне наличия источников неконтролируемых шумов [2]. Пожалуй, наиболее привлекательным в таких системах является то, что вариациями системных параметров сравнительно просто модифицируется почерк стохастической активности [3, 4]. Не исключено, что на этой основе можно реализовать качественно новые принципы регуляции, сопоставимые с регуляторными функциями нервных тканей центральной нервной системы [1, 5]. При синтезе регуляторных функций центральное место занимает проблема коллективного поведения динамических систем, на основе которых строятся подобные функции. Простейшим, но довольно распространенным типом взаимодействия является диссипативная связь ближайших соседей:

$$X_{n+1} - X_n = -\varepsilon X_n + pS(v - hX_n) + qS(v - hY_n) - \theta(Z^* - X_n),$$

$$Y_{n+1} - Y_n = -\varepsilon Y_n + pS(v - hY_n) + qS(v - hX_n) - \theta(Z^* - Y_n), \quad (1)$$

$$S(\tilde{\xi}) = (1 + \exp(-\tilde{\xi}))^{-1}, \quad \theta(\tilde{\xi}) = \{0, \quad \forall \tilde{\xi} \geq 0; 1, \quad \forall \tilde{\xi} < 0\}.$$

Здесь  $p+q=1$ ,  $p, q \in (0, 1)$ . Диссипативная связь очевидна, если выразить  $p$  через  $1-q$ . При  $q=0$  взаимодействие отсутствует и параметры  $h=4$ ,  $Z^*=0,25$ ,  $v=hZ^*=1$  и  $\varepsilon=0,01$  выбраны так, чтобы на возвратном множестве (рис. 1) имели бы место стохастические колебания с показателем Ляпунова, много большим единицы [4].

\* Значение  $\alpha$  определялось по методу наименьших квадратов.

Поскольку  $\varepsilon$  — малый параметр, то в аналитических оценках будем полагать  $\varepsilon=0$ . Удобнее перейти к переменным  $Z_n=(X_n+Y_n)/2 - Z^*$  и  $J_n=(X_n-Y_n)/2$ . В этом случае система (1) принимает вид

$$\begin{aligned} Z_{n+1} &= Z_n + (1/2) [S(-hJ_n - hZ_n) + S(hJ_n - hZ_n)] - \Delta_Z(Z_n, J_n), \\ J_{n+1} &= J_n + ((1+2q)/2) [S(-hJ_n - hZ_n) - S(hJ_n - hZ_n)] - \Delta_J(Z_n, J_n), \\ \Delta_Z + \Delta_J &= \theta(-J_n - Z_n), \quad \Delta_Z - \Delta_J = \theta(J_n - Z_n). \end{aligned} \quad (2)$$

Плоскость  $(J, Z)$  разделена прямыми  $Z=\pm J$  на четыре области  $P_{\pm}, Q_{\pm}$  (рис. 2), согласно значениям которых принимают ступенчатые функции  $(\Delta_J, \Delta_Z) = \{(0,0) \in P_-, (-1/2, 1/2) \in Q_-, (1/2, 1/2) \in Q_+, (0, 1) \in P_+\}$ . Можно оценить характер поведения неподвижных точек  $n$ -периодических орбит. Но прежде всего заметим, что как  $J=0$ , так и  $Z=0$  являются равновесными решениями системы (2). Поэтому равновесные состояния, в качестве которых возьмем неподвижные точки  $x_{\pm}$  2-периодической орбиты (рис. 1), будем искать на осах  $Z$  и  $J$ . Поскольку отображение (2) инвариантно относительно инверсий  $Z_n \rightarrow -Z_n, J_n \rightarrow -J_n$ , то неподвижные точки этой орбиты расположены симметрично относительно начала координат. Неподвижные точки  $Z_+=-Z_-$  и  $J_+=-J_-$  находятся из решений уравнений

$$Z_+ = \frac{1}{2} S(hZ_+), \quad J_+ = \frac{q}{2} + \frac{1-2q}{2} S(hJ_+).$$

Для  $h=4$   $Z_+ \approx 0,169$ , а  $J_{\pm}$  представима через  $Z_{\pm}$  в форме

$$J_+ \approx q/2 + (1-2q)(2-q)Z_+/2.$$

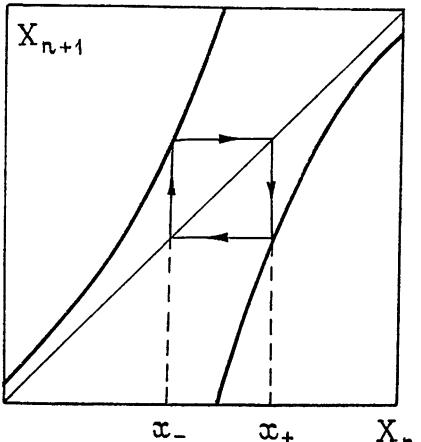
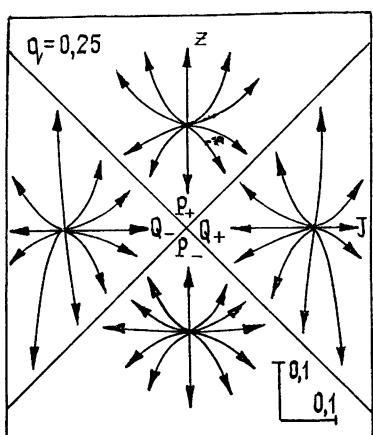
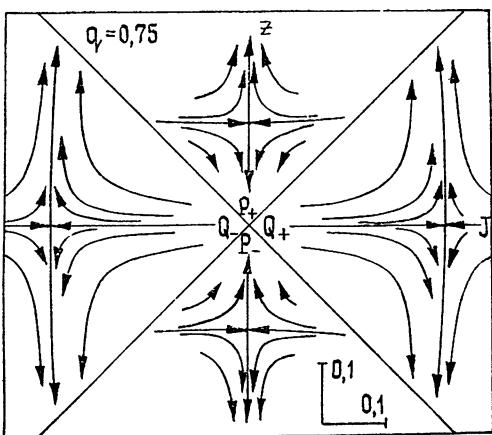


Рис. 1.



а)



б)

Рис. 2.

В окрестности неподвижных точек  $(0, Z_{\pm})$  и  $(J_{\pm}, 0)$  поведение каскадов отображения  $F^2(J_{2k}, Z_{2k}) \rightarrow (J_{2k+2}, Z_{2k+2})$  характеризуется показателями Ляпунова  $l_z = (1+H)^2, l_J = (1+(1-2q)H)^2, H=hS_+S_->0$ . В окрестности точки  $(0, Z_{\pm})$   $S_{\pm} = S(hZ_{\pm})$ , а в окрестности  $(J_{\pm}, 0)$   $S_{\pm} = S(hJ_{\pm})$ . Показатель  $l_z$  всегда больше единицы и характеризует растяжение траекторий вдоль оси  $Z$ , а  $l_J$  — вдоль  $J$  и может быть как больше единицы (при  $q<0,5$ ), так и меньше (при  $q>0,5$ ). В первом случае траектории растягиваются вдоль оси  $J$  и неподвижные точки являются состояниями равновесия типа неустойчивых узлов (рис. 2a) — имеет место хаотизация сто-

хастических колебаний. Во втором случае происходит сжатие траекторий вдоль оси  $J$  и исподвижные точки представляют собой состояния равновесия типа седел (рис. 26). Из-за наличия седел ( $J_{\pm}, 0$ ) наблюдаются довольно сложные переходные режимы: при  $|J| \neq 0$  существует вероятность попадания каскада в клинья  $Q_{\pm}$  (рис. 26), а следовательно, в область притяжения седел ( $J_{\pm}, 0$ ). Эта вероятность стремится к нулю при  $|J| \rightarrow 0$ , и поэтому каскад рано или поздно «ложится» на ось  $Z$ , что соответствует синхронизации стохастических колебаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Эшби У. Р. Конструкция мозга. — М: ИЛ, 1962.
2. Рабинович М. И. Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность — Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 5.
3. Сбитцев В. И. — Биофизика, 1982, 27, с. 515.
4. Сбитнев В. И. — Биофизика, 1984, 29, с. 113.
5. Осовец С. М. и др. Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. — Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 172

Ленинградский институт ядерной  
физики АН СССР

Поступила в редакцию  
21 октября 1983 г.

УДК 621.396.962.27

## ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАРМОНИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КИРХГОФОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*B. Ю. Райзэр, С. Р. Филонович*

В задачах дистанционного зондирования возникает необходимость выбора адекватных моделей подстилающих поверхностей для расчета характеристик собственного и рассеянного излучения. Если имеются крупномасштабные неровности со случаем профилем, то используют известный метод Кирхгофа (приближение геометрической оптики), а статистические свойства поверхности описывают, как правило, гауссовыми распределениями [1–7]. В случае поверхностей с узким или дельта-образным спектром возвышений применимость гауссовых статистик не всегда правомочна. Примером могут служить возмущения типа волн конечной амплитуды на воде, которые отличаются монохроматичностью и регулярностью формы [8]. В настоящем сообщении рассмотрена возможная модель СВЧ излучения такой поверхности.

Расчет спектрального коэффициента излучения крупномасштабной поверхности можно свести к статистическому усреднению локальных коэффициентов отражения по ансамблю плоских случайно ориентированных площадок:

$$x_{v,g}(\theta) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} |r_{v,g}(\cos \chi)|^2 p(\theta, z) dz. \quad (1)$$

Здесь  $r_{v,g}(\cos \chi)$  — френелевские коэффициенты отражения для вертикальной (в) и горизонтальной (г) поляризаций,  $p(\theta, z)$  — одномерная плотность вероятности распределения уклонов поверхности в плоскости падения. Локальный угол падения  $\chi$  зависит от угла наблюдения  $\theta$  и величины уклона  $z = \operatorname{tg} \psi$  (рис. 1):

$$\cos \chi = \cos(\psi - \theta) = (1 + z \operatorname{tg} \theta)^{-1/2} \cos \theta. \quad (2)$$

Плотности распределения  $p(\theta, z)$  под углом  $\theta$  и  $p(z)$  при  $\theta=0$  связаны соотношением

$$p(\theta, z) = (1 + z \operatorname{tg} \theta) p(z). \quad (3)$$

Пусть возмущения поверхности имеют строго гармонический характер

$$\xi(x) = a \sin(kx + \varphi), \quad (4)$$

где амплитуда  $a$  и пространственная частота  $k=2\pi/\Lambda$  — постоянные, а фаза  $\varphi$  — случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $(0, 2\pi)$ . Тогда одномерная плотность распределения случайной величины градиента  $\nabla \xi_x$  равна, согласно [2],

$$p(z) = \begin{cases} (\pi \sqrt{z_0^2 - z^2})^{-1}, & |z| < z_0, \\ 0, & |z| > z_0 \end{cases} \quad (5)$$

где  $z_0 = ka$  — максимальное значение градиента, т. е. максимальный уклон поверхности.