

УДК 621.372 09

ОТРАЖЕНИЕ НАПРАВЛЯЕМОЙ МОДЫ ОТ МЕТАЛЛИЗИРОВАННОГО ТОРЦА ПЛАНАРНОГО ВОЛНОВОДА

В. Н. Протопопов

Методом Винера—Хопфа решается задача об отражении направляемой моды планарного волновода от его металлизированного торца.

Для целей интегральной оптики иногда возникает необходимость использовать разного рода зеркала для отражения направляемых мод. Например, известны интегрально-оптические аналоги интерферометра Фабри—Перо, где в качестве зеркал используются полированные металлизированные торцы кристалла, в котором сформирован волновод [1]. Может оказаться также удобным изменять направление света в планарных волноводах с помощью подобных зеркал. Используемые зеркала представляют из себя металлические слои, нанесенные на торец кристалла или вертикальную стенку травленного (либо созданного каким-либо другим способом) паза. Такие зеркала кроме потерь из-за неточности изготовления поверхности и дефектов покрытия обладают еще дифракционными потерями, так как поле направляемой моды отлично от нуля и над поверхностью волновода, где отсутствует отражающее зеркало. Нахождение подобных дифракционных потерь и является целью настоящей статьи.

Планарный волновод, изображенный на рис. 1, состоит из пленки с показателем преломления n_1 , нанесенной на подложку с показателем преломления n_2 . Пленка и подложка изотропны и бесконечны в направлении y .

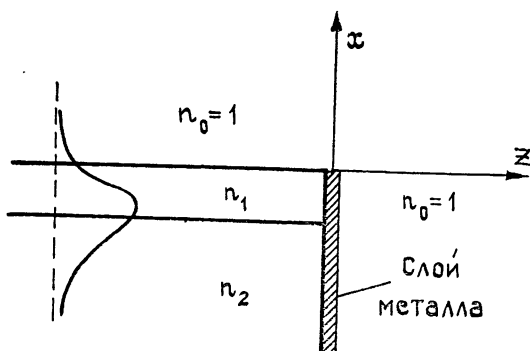


Рис 1.

Торец волновода, совпадающий с плоскостью $z=0$, покрыт слоем металла. Над волноводом и правее зеркального слоя—среда с показателем преломления $n_0=1$ (воздух). В волноводе возбуждается направляемая мода, падающая перпендикулярно на зеркало и отражающаяся с некоторым коэффициентом c_0 . В данной задаче естественно разбить все

пространство на две области: $z < 0$ и $z > 0$. Слева от плоскости зеркала решение ищется в виде разложения по собственным модам волновода, а в правом полупространстве — в виде дифракционного интеграла по плоскости $z = 0$. Сшивание решений с учетом граничного условия для тангенциальной компоненты электрического поля на металле приводит к системе из двух интегральных (если падает ТМ-мода) или интегродифференциальных (для ТЕ-моды) уравнений.

Отражение ТЕ-моды. Пусть в волноводе возбуждается направляемая ТЕ-мода, имеющая компоненты поля E_y , H_x и H_z . Компоненту электрического поля E_y запишем в следующем виде:

$$E_y(x, z, t) = F_0(x) \exp[i(\beta_0 z - \omega t)]. \quad (1)$$

Поперечное распределение поля для планарного волновода имеет вид

$$E_0(x) = \begin{cases} \exp(-\gamma_0 x), & x > 0 \\ \cos \kappa x - \gamma_0 x^{-1} \sin \kappa x, & -d < x < 0, \\ (\cos \kappa d + \gamma_0 x^{-1} \sin \kappa d) \exp[\gamma_2(x + d)], & x < -d \end{cases} \quad (2)$$

$\gamma_0 = \sqrt{\beta_0^2 - k^2}$, $\gamma_2 = \sqrt{\beta_0^2 - n_2^2 k^2}$, $\kappa = \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta_0^2}$ — поперечные волновые числа в разных слоях. Как известно (например, [3, 5]), полная система собственных функций открытого волновода содержит, кроме конечного числа направляемых волн, континуум излучательных мод. Направляемые моды имеют постоянную распространения в диапазоне $n_2 k < \beta < n_1 k$. Моды излучения заполняют область $0 < \beta < n_2 k$ и область $(0, i \infty)$, причем на участке $n_0 k < \beta < n_2 k$ существует один тип излучательных мод — моды излучения подложки, экспоненциально спадающие в среде с показателем преломления n_0 и осциллирующие в среде с $n = n_2$; в остальном диапазоне постоянных распространения существуют два типа мод излучения, поле которых имеет характер осцилляций как в подложке, так и в среде над волноводом. Поле слева от зеркала, кроме падающей волны, содержит отраженное поле, которое можно представить в виде суммы всех типов ТЕ-мод неизвестных амплитуд, распространяющихся влево:

$$E_y(x, z) = F_0(x) e^{i\beta_0 z} - c_0 F_0(x) e^{-i\beta_0 z} - \sum \int c(\beta) E_\beta(x) e^{-i\beta z} d\beta. \quad (3)$$

Для сокращения записи считаем, что волновод поддерживает только одну направляемую моду. Интеграл по β берется по всему спектру излучательных мод; $E_\beta(x)$ — распределение y -компоненты электрического поля излучательной моды с волновым числом β . Компонента H_x находится из уравнения (3) с учетом того, что

$$ikH_x = \partial E_y / \partial z. \quad (4)$$

Имеем

$$H_x(x, z) = \frac{\beta_0}{k} E_0(x) e^{i\beta_0 z} + c_0 \frac{\beta_0}{k} E_0(x) e^{-i\beta_0 z} + \sum \int c(\beta) \frac{\beta}{k} E_\beta(x) e^{-i\beta z} d\beta. \quad (5)$$

Поле в области $z > 0$ будет также содержать лишь компоненты E_y , H_x и H_z , которые могут быть выражены через магнитный вектор Герца $\Pi^{(m)}$, имеющий всего одну составляющую $\Pi_x^{(m)}$:

$$E_y = ik \frac{\partial \Pi_x^{(m)}}{\partial z}, \quad H_x = \frac{\partial^2 \Pi_x^{(m)}}{\partial z^2}, \quad H_z = -\frac{\partial^2 \Pi_x^{(m)}}{\partial x \partial z}. \quad (6)$$

Значения $\Pi_x^{(m)}$ справа от зеркала могут быть определены по значениям его нормальной производной на плоскости $z = 0$;

$$\Pi_x^{(m)}(x_1, z_1) = - \int_{-\infty}^{+\infty} G^+ \frac{\partial \Pi_x^{(m)}}{\partial N} dx, \quad (7)$$

G^+ — функция Грина, имеющая нулевую нормальную производную на этой плоскости:

$$G^+(x, z, x_1, z_1) = - \frac{i}{4} [H_0^{(1)}(k \sqrt{(x-x_1)^2 + (z-z_1)^2}) + H_0^{(1)}(k \sqrt{(x-x_1)^2 + (z+z_1)^2})]. \quad (8)$$

Используя (7), можно получить выражение для $H_x(x, z)$ через значение $E_y(x)$ на плоскости $z=0$; устремляя затем $z_1 \rightarrow +0$, получим

$$H_x(x, 0) = \frac{1}{2k} \left(k^2 + \frac{\partial}{\partial x^2} \right) \int_0^{\infty} H_0^{(1)}(k|x-\xi|) E_y(\xi) d\xi. \quad (9)$$

Приравнивание тангенциальных составляющих полей при $z=\pm 0$, $x>0$, приводит к системе из двух уравнений:

$$\frac{\beta_0}{k} (1 + c_0) E_0(x) + \sum \int \frac{\beta}{k} c(\beta) E_\beta(x) d\beta = \quad (10)$$

$$= \frac{1}{2k} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \int_0^{\infty} H_0^{(1)}(k|x-\xi|) E_y(\xi) d\xi;$$

$$(1 - c_0) E_0(x) - \sum \int c(\beta) E_\beta(x) d\beta = E_y(x), \quad (11)$$

причем $E_y(x)$ можно положить равным нулю при $x \leq 0$ и рассматривать (11) при $-\infty < x < \infty$.

Система уравнений (10) и (11) содержит две неизвестные функции: $E_y(x)$ — y -компоненту электрического поля в плоскости $z=0$ и $c(\beta)$ (включая c_0) — коэффициенты разложения отраженного поля по модам — и вряд ли может быть решена в явном виде. Однако можно указать две процедуры решения системы методом последовательных приближений, быстро сходящихся соответственно в случаях $c_0 \sim 1$, $c(\beta) \sim 0$ и $c_0 \sim c(\beta) \sim 0$.

Если $c_0 \sim 1$, отражение велико и $E_y(x)$ близко к нулю даже при $x > 0$. В уравнении (10) в первом приближении полагаем $c_0 = 1$, $c(\beta) = 0$ и решаем получившееся интегральное уравнение относительно $E_y(x)$. Подставляя найденную функцию в (11), с помощью соотношений ортогональности вычисляем уточненные значения c_0 и $c(\beta)$. Каждое последующее приближение в этом процессе требует решения интегрального уравнения с известными c_0 и $c(\beta)$, что является нетривиальной задачей, но если $1 - c_0 \ll 1$, достаточно ограничиться первым приближением, которое может быть получено сравнительно просто.

Если $c_0 \sim c(\beta) \sim 0$, то $E_y(x)$ приближенно равно $E_0(x)$ (уравнение (11)). Эта функция и используется как функция нулевого приближения в уравнении (10). После вычисления правой части (10) с помощью соотношений ортогональности находятся значения c_0 и $c(\beta)$, которые используются далее в (11) для получения первого приближения $E_y(x)$.

Рассматриваемая задача целиком попадает под первый случай, особенно если разность $n_1 - n_0$ достаточно велика и, следовательно, поле снаружи волновода мало. В нулевом приближении $c_0 = 1$, $c(\beta) = 0$, $E_y(x) = 0$.

Для получения первого приближения решаем уравнение (10) с этими значениями c_0 и $c(\beta)$:

$$\frac{2\beta_0}{k} E_0(x) = \frac{1}{2k} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \int_0^\infty H_0^{(1)}(k|x-\xi|) E_y(\xi) d\xi. \quad (12)$$

Уравнение (12) решается методом Винера—Хопфа. Обозначим через $E_0(u)$ и $E_y(u)$ следующие функции, аналитические в верхней полуплоскости:

$$E_0(u) = \int_0^\infty E_0(x) e^{iux} dx = \frac{i}{u + i\gamma_0}, \quad E_y(u) = \int_0^\infty E_y(x) e^{iux} dx.$$

Кроме того, воспользуемся формулой [4]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(k|x|) e^{iux} dx = \frac{2}{\sqrt{k^2 - u^2}}.$$

Требуется найти такую функцию $E_y(u)$, чтобы функция $\Phi(u)$, определяемая из уравнения

$$\Phi(u) = (2\beta_0/k) E_0(u) - E_y(u)(k^2 - u^2)/\sqrt{k^2 - u^2}, \quad (13)$$

была аналитична в нижней полуплоскости. (Как обычно, полагаем, что k имеет небольшую мнимую часть, $k = k' + ik''$, причем $k'' > 0$, а в окончательном выражении k'' можно положить равным нулю.) Уравнение (13) перепишем в виде

$$\begin{aligned} 2\beta_0 i (u + i\gamma_0)^{-1} (k + i\gamma_0)^{-1/2} - E_y(u) \sqrt{k+u} = \\ = \frac{k\Phi(u)}{\sqrt{k-u}} + \frac{2\beta_0 i}{u + i\gamma_0} \left(\frac{1}{\sqrt{k+i\gamma_0}} - \frac{1}{\sqrt{k-u}} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Левая часть (14) аналитична при $\text{Im } u > -k''$, правая часть — при $\text{Im } u < k''$, и, следовательно, обе равны нулю. Отсюда находим

$$E_y(u) = 2\beta_0 i / (u + i\gamma_0) \sqrt{k+i\gamma_0} \sqrt{k+u}. \quad (15)$$

Неизвестную функцию $E_y(x)$ можно выразить через $E_y(u)$:

$$E_y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_y(u) e^{-iux} du. \quad (16)$$

Интеграл (16) сводится к интегралам Френеля. Однако функция $E_y(x)$ не представляет большого интереса — достаточно ограничиться нахождением коэффициента отражения c_0 . Он определяется из (11) и (16) с использованием соотношений ортогональности для собственных волн:

$$1 - c_0 = \frac{1}{N_{TE}} \int_0^\infty E_y(x) e^{-i_0 x} dx. \quad (17)$$

Нормировочный коэффициент $N_{TE} = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0^2(x) dx = \frac{d_{TE}}{2} \frac{x^2 + \gamma_0^2}{x^2},$

d_{TE} — эффективная глубина волновода для направляемой ТЕ-моды:

$$d_{TE} = d + \gamma_0^{-1} + \gamma_2^{-1}.$$

Подставляя $E_y(x)$ из (15) и (16) и меняя в (17) порядок интегрирования, получим

$$1 - c_0 = \beta_0 / N_{TE} \gamma_0 (k + i\gamma_0). \quad (18)$$

Интеграл по du вычисляется замыканием пути интегрирования в верхней полуплоскости полуокружностью бесконечно большого радиуса. И, наконец, находим дифракционные потери, возникающие при отражении ТЕ-моды:

$$K = 1 - |c_0|^2 = 2k / N_{TE} \gamma_0 \beta_0. \quad (19)$$

Отражение ТМ-моды. Если на зеркало падает направляемая ТМ-мода волновода, то во всем пространстве отличными от нуля будут только компоненты E_x , E_z , H_y . Распределение поперечного магнитного поля в падающей волне имеет следующий вид:

$$H_y(x, z, t) = H_0(x) \exp [i(\beta_0 z - \omega t)], \quad (20)$$

$$H_0(x) = \begin{cases} \exp(-\gamma_0 x), & x > 0 \\ \cos \kappa x - n_1^2(\gamma_0/\kappa) \sin \kappa x, & -d < x < 0 \\ (\cos \kappa d + n_1^2(\gamma_0/\kappa) \sin \kappa d) \exp[\gamma_2(x + d)], & x < -d \end{cases}$$

Постоянная распространения β_0 находится из дисперсионного уравнения для ТМ-мод [3]. Величины γ_0 , κ и γ_2 имеют тот же смысл, что и в уравнении (2). Далее рассуждаем так же, как и в случае падения на зеркало ТЕ-моды. Через неизвестное распределение составляющей $E_x(x)$ в плоскости $z=0$ определяем H_y слева и справа от торца волновода и переходим к пределу при $z \rightarrow \pm 0$. Поле справа от зеркала

$$H_y(x)|_{z=+0} = -\frac{k}{2} \int_0^{\infty} H_0^{(1)}(k|x-\xi|) E_x(\xi) d\xi. \quad (21)$$

При получении (21) использовалось равенство

$$ikn^2 E_x = -\partial H_y / \partial z. \quad (22)$$

Поле в левой части представим в виде суммы падающей направляемой моды и отраженных с неизвестными коэффициентами направляемой и излучательных ТМ-мод. С помощью этого разложения находим тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей и требуем, чтобы они были непрерывны в плоскости $z=0$. Получаем систему из двух интегральных уравнений:

$$\frac{k}{\beta_0} E_0(x)(1 + c_0) + \sum \int \frac{k}{\beta} c(\beta) E_\beta(x) d\beta = \frac{k}{2} \int_0^{\infty} H_0^{(1)}(k|x-\xi|) \times \\ \times E_x(\xi) d\xi, \quad x \geq 0; \quad (23)$$

$$E_0(x)(1 - c_0) - \sum \int c(\beta) E_\beta(x) d\beta = E_x(x). \quad (24)$$

Система (23), (24) заменяет систему (10), (11) в случае ТМ-волн. Хотя уравнение (23) — интегральное, а (10) — интегродифференциальное, метод решения (23), (24) вполне аналогичен методу решения

(10), (11). Находя первое приближение для решения системы методом Винера—Хопфа, получим для фурье-образа $E_x(x)$ выражение

$$E_x(u) = (2i/k) [V\sqrt{k+i\gamma_0} V\sqrt{k+u}/(u+i\gamma_0)]. \quad (25)$$

Коэффициент отражения

$$c_0 = 1 - (k+i\gamma_0)/N_{TM} \gamma_0 \beta_0. \quad (26)$$

Нормировочный коэффициент N_{TM} для ТМ-моды находится теперь из равенства

$$N_{TM} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n^2} H_y^2 dx = \frac{d_{TM}}{2} \frac{x^2 + n_1^4 \gamma_0^2}{n_1^2 x^2},$$

где d_{TM} — эффективная толщина волновода для ТМ-моды:

$$d_{TM} = d + \frac{n_1^2}{\gamma_0} \frac{x^2 + \gamma_0^2}{x^2 + n_1^4 \gamma_0^2} + \frac{n_1^2 n_2^2}{\gamma_2} \frac{x^2 + \gamma_2^2}{n_2^4 x^2 + n_1^4 \gamma_2^2}.$$

Коэффициент потерь

$$K = 1 - |c_0|^2 = 2k/N_{TM} \gamma_0 \beta_0. \quad (27)$$

Для волновода со следующими параметрами: $n_1=2,2$, $d=1$ мкм, $\lambda_0=0,63$ мкм — и для моды, далекой от отсечки ($\beta_0 \approx n_1 k$, $\kappa \approx \pi/d$, $d_{TE} \approx d_{TM} \approx d$), коэффициенты потерь имеют значения $K_{TE}=0,23\%$, $K_{TM}=0,05\%$. Как видно, $K_{TE} > K_{TM}$. Это объясняется тем, что ТМ-мода сдвинута в сторону подложки по сравнению с ТЕ-модой и, следовательно, имеет меньшие дифракционные потери.

Причина возникновения дифракционных потерь, как было уже сказано, состоит в том, что часть потока энергии направляемой моды распространяется выше волноводного слоя и, следовательно, не попадает на зеркало. Можно ожидать, что коэффициент потерь по порядку величины будет совпадать с отношением той части потока энергии, которая распространяется над волноводным слоем, ко всему потоку. Действительно, это отношение равно $1/2\gamma_0 N$, причем для ТЕ-моды N имеет тот же смысл, что и в формуле (18), а для ТМ-моды — в формуле (26). Выражения (19) и (27) отличаются от этой оценки множителем порядка двух.

ЛИТЕРАТУРА

1. Smith P., Kaminow I., Malones P., Stulz L. — Appl. Phys. Lett., 1976, 34, p. 62.
2. Введение в интегральную оптику. /Под ред. М. Барноски. — М.: Мир, 1977, гл 5
3. Интегральная оптика. /Под ред. Т. Тамира. — М.: Мир, 1978.
4. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1956.
5. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. — М.: Наука, 1969.

Московский физико-технический институт

Поступила в редакцию
25 апреля 1983 г.

GUIDED WAVE REFLECTION FROM METALLIZED EDGE OF PLANAR WAVEGUIDE

V. N. Protopopov

Losses at guided wave reflected from metallized edge of planar waveguide are calculated by the Wiener—Hopf method.