ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 7 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 533 951

К ВОПРОСУ ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В. Г. Гавриленко, С. И. Зайцев

Рассматривается задача о включении гармонического источника в движущейся холодной замагниченной плазме. Исследуются переходные процессы излучения электромагнитных волн на большом расстоянии от антенны. Показано, что поле излучения можно представить в виде суммы двух слагаемых, отвечающих процессам установления и стационарному режиму, оба из них существенно зависят от скорости движения плазмы.

Одним из важных моментов электродинамики движущихся сред является вопрос об излучении электромагнитных волн. При этом представляет интерес рассматривать не только поля, создаваемые монохроматическим источником, но и исследовать процессы установления при излучении сигналов более сложной формы. Для движущейся среды без дисперсии и изотропной плазмы эти вопросы изучены в работах [1,2] (см. также цитированную там литературу). Как с практической, так и с общефизической точки зрения более интересной задачей является исследование полей излучения в дрейфующей магнитоактивной плазме, так как в ней могут существовать медленные волны, наиболее «чувствительные» к движению среды. Этот вопрос ввиду его сложности изучен в настоящее время недостаточно подробно.

Так, например, автор статьи [3] основное внимание уделяет вычислению зависимости полной мощности излучения стационарно работающего гармонического дипольного источника от скорости движения замагниченной плазмы и лишь кратко рассматривает вопрос об особенностях поля излучения в разных направлениях.

В настоящей работе рассматриваются электромагнитные волны, возникающие при включении гармонического источника в холодной бесстолкновительной плазме, движущейся со скоростью $\boldsymbol{v}$ вдоль бесконечно сильного магнитного поля $\boldsymbol{B}_0$. Считая плазму однородной, направим ось z вдоль движения. Тензор диэлектрической проницаемости такой среды имеет вид, характерный для одноосного кристалла (см., например, [3]):

$$\varepsilon_{ij}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1-\dfrac{\omega_p^2\gamma^2}{(\omega-k_z v)^2}\end{pmatrix}, \tag{1}$$

где ω_p — плазменная частота электронов, k_z — проекция волнового вектора на ось z, $\gamma=\sqrt{1-v^2/c^2}$, c — скорость света.

Источником является линейная антенна длиной l, расположенная вблизи начала координат и направленная вдоль скорости движения плазмы (ось z). В этой антенне создается сторонний ток с плотностью

$$I=iAf(z)\,\delta(\rho)\,U(t)\exp(i\omega_0 t)+\text{к. с.}, \tag{2}$$

где $U(t)$ — функция включения, равная нулю при $t \leqslant 0$ и единице при $t > 0$, $\boldsymbol{\rho}$ — радиус-вектор в плоскости xy, $\delta(\boldsymbol{\rho})$—$\delta$-функция Дирака.

Решая волновое уравнение в среде, описываемой тензором (1), со сторонним источником (2) методом Фурье, можно, используя цилиндрическую симметрию задачи, получить выражение для составляющей E_ρ электрического поля излучения, соответствующее необыкновенной волне:

$$E_\rho(z, \rho, t) = \frac{A}{8\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{k_z k_\rho}{\omega} \frac{\Phi(k_z)}{\omega - \omega_0} \times$$

$$\times \exp\left[i\omega t - ir\varphi(k_z)\right] d\omega dk_z + \text{к. с.}, \tag{3}$$

где $\Phi(k_z)$ — фурье-преобразование от $f(z)$, не имеющее особенностей,

$$\varphi(k_z) = k_z \cos\theta \pm \sin\theta \sqrt{\left[1 - \frac{\omega_p^2 \gamma^2}{(\omega - k_z v)^2}\right]\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right)}, \tag{4}$$

θ — угол между осью z и радиусом-вектором $\boldsymbol{r}$, проведенным из начала координат в точку наблюдения, $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{\rho^2 + z^2}$.

Из-за сложности выражение (3) для поля излучения удается проанализировать только в зоне Фраунгофера по отношению к источнику, где можно применить для вычисления интегралов метод перевала [4]. При этом после довольно громоздких вычислений удается представить поле излучения в виде суммы двух слагаемых:

$$E_\rho(z, \rho, t) = E_{\rm I} + E_{\rm II}. \tag{5}$$

Первое из них отражает вклад перевального пути и описывает процесс установления поля излучения в точке наблюдения. Оно имеет следующий вид:

$$E_{\rm I} = \frac{AK_z \sqrt{\rho}\, \omega_p (t - vzc^{-2})}{\sqrt{2\pi}\, \Omega r'^3 \gamma^2 (t^2 - r^2 c^{-2})} \sqrt{\rho^2 \left(t - \frac{vz}{c^2}\right)^2 - r'^2 \gamma^2 \left(t^2 - \frac{r^2}{c^2}\right)} \times$$

$$\times \frac{\Phi(K_z)}{\Omega - \omega_0} \exp\left(i\omega_p \frac{\rho}{r'} \sqrt{t^2 - \frac{r^2}{c^2}}\right) U\left(t - \frac{r}{c}\right) + \text{к.с.}, \tag{6}$$

где $r' = \sqrt{\rho^2 + (z - vt)^2/\gamma^2}$, $\Omega(z, \rho, t) = \omega_p \rho \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{r'}\sqrt{t^2 - \dfrac{r^2}{c^2}}\right)$ — мгновенная локальная медленно меняющаяся при больших значениях r частота, $K_z(z, \rho, t) = \omega_p \rho \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{1}{r'}\sqrt{t^2 - \dfrac{r^2}{c^2}}\right)$ — мгновенное значение проекции волнового вектора на ось z. Эта часть решения (5) была получена и частично исследована в работе [5]. Здесь рассмотрим только не отмеченные ранее особенности переходных процессов, важные для нас.

1) Зависимость мгновенной частоты от времени существенно меняется при переходе из области $z < 0$ в полупространство $z > 0$. Качественный характер этой зависимости изображен на рис. 1, где случай а) соответствует точке наблюдения, лежащей при $z < 0$, в случае б) точка наблюдения находится в области $z > 0$; $\nu = \omega_p z^2/2\rho(r - \rho)$. Изменение знака Ω в случае б) соответствует смене фазы колебаний электрического поля на π.

2) Первая часть решения существует во всех направлениях, и его амплитуда уменьшается в данной точке до нуля при $t \to \infty$. Причем

в неподвижной среде амплитуда пропорциональна t^{-1} вследствие спадания спектра $\Phi(K_z)$ при увеличении со временем величины K_z, а в движущейся среде амплитуда пропорциональна t^{-3} за счет добавления явной зависимости от времени в (6).

3) Выражение (6) имеет особенность при $\Omega = \omega_0$. Математически она связана с совпадением полюса подынтегральной функции в (3) с седловой точкой при использовании метода перевала. В этом случае формула (6) несправедлива, и необходимо брать другое асимптотическое представление для E_{I} (см. [6], стр. 493), не содержащее указанной особенности. Однако значения E_{I} при $\Omega = \omega_0$ можно получить только численно, и поэтому они не приводятся.

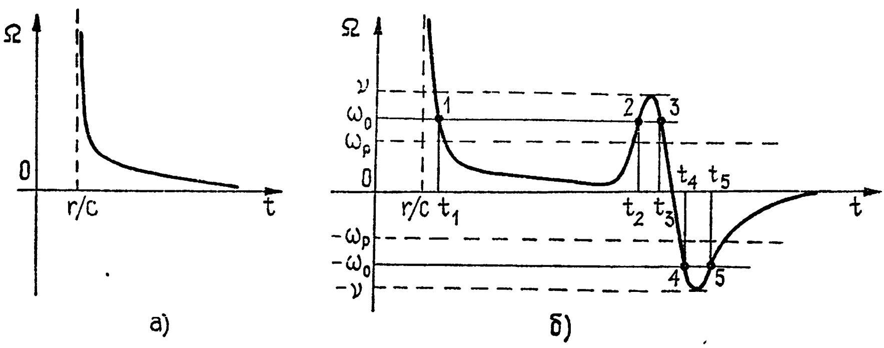

Рис. 1.

Второе слагаемое в (5) возникает из-за наличия полюса в (3) на частоте ω_0 и описывает излучение в установившемся режиме. Для него может быть полученно выражение

$$E_{\text{II}} = \sum_j \frac{A\bar{k}_{zj}}{4\pi\omega_0} \sqrt{-\frac{2\pi}{\rho r f''(\bar{k}_{zj})}}\, \Phi(\bar{k}_{zj})\, U(t - t_j) \times$$
$$\times \exp\left[i\omega_0 t - ir\varphi(\bar{k}_{zj})\right] + \text{к. с.} \tag{7}$$

В этой формуле $\bar{k}_{zj}$ — значения продольной составляющей волнового вектора в перевальных точках, определяемых уравнением

$$\partial\varphi(k_z)/\partial k_z = 0, \tag{8}$$

которое эквивалентно соотношению

$$\partial k_\rho/\partial k_z = -\operatorname{ctg}\theta, \tag{9}$$

где $k_\rho = \pm\sqrt{\left[1 - \frac{\omega_p^2\gamma^2}{(\omega - k_z v)^2}\right]\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right)}$ — поперечная составляющая волнового вектора необыкновенной волны, приведенное выражение для которой может быть найдено из дисперсионного уравнения однородно движущейся замагниченной плазмы. Нетрудно убедиться в том, что равенство (9) эквивалентно утверждению, что групповая скорость волны в точке наблюдения параллельна линии, соединяющей эту точку с началом координат.

Для выбора правильного знака k_ρ использовался принцип излучения, основанный на введении бесконечно малой частоты соударений электронов и требовании, чтобы волны затухали по мере удаления от источника, что соответствует рассмотрению только таких решений, для которых групповая скорость направлена от источника. С учетом всего сказанного выше искомые значения $\bar{k}_{zj}$ можно определить, решая уравнение (9) графически. Для этого строится кривая зависимости $-\partial k_\rho/\partial k_z$ от k_z и проводится горизонтальная прямая, соответствующая выбранному значению $\operatorname{ctg}\theta$ (см. рис. 2). Абсциссы точек пересечения последней с кривой дают искомые значения продольной составляющей волнового вектора волн, существующих в окрестности выбранного направления наблюдения. В дальнейшем мы для краткости ограничимся анализом случая, когда $\omega_0 > \omega_p\sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)}$. Соответствующие этому графики построены на рис. 2. Нетрудно видеть, что в конусе углов, для которых $\operatorname{ctg}\theta > 2(\omega_0/\omega_p)\sqrt{1-\omega_p/\omega_0}$, распространяются пять волн одинаковой частоты, но с разными волновыми векторами, различающиеся величиной групповой скорости. Волны *2—5* существуют только при наличии движения замагниченной плазмы ($v \neq 0$). Для того чтобы амплитуда всех этих волн отличалась от нуля ($\Phi(\bar{k}_{zj}) \neq 0$), нужен достатоно малый источник с размером $l < 2\pi v/(\omega_0 + \gamma\omega_p)$. За пределами указанного конуса в стационарном режиме излучается только одна волна [4]. Время появления в точке наблюдения каждой из волн, составляющих установившееся решение (7), t_j соответствует их групповому запаздыванию. Математический анализ интеграла (3) показывает, что это время можно определить, решая уравнение

$$\Omega(z, \rho, t_j) \equiv \omega_p\rho\,\frac{|t\,(r^2 + z^2v^2c^{-2}) - zv\,(t^2 + r^2c^{-2})|}{\gamma^2\sqrt{t^2 - r^2c^{-2}}\,(r')^2} = \omega_0. \tag{10}$$

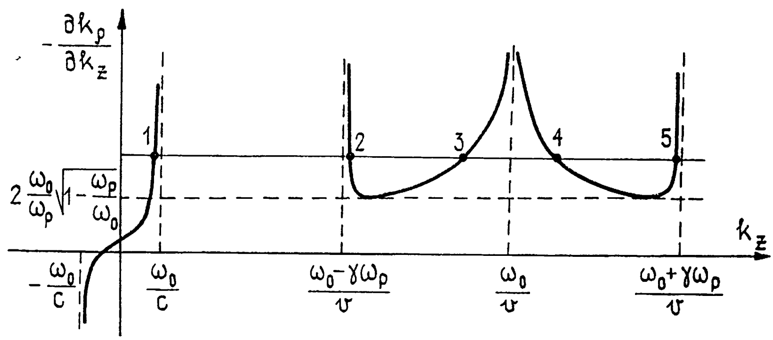

Рис. 2.

Это означает что волны установившегося решения появляются в те моменты времени, когда мгновенная частота переходного решения становится равной $\pm\omega_0$. При этом, очевидно, $K_z(z, \rho, t_j) = \bar{k}_{zj}$. Для нахождения значений t_j удобно воспользоваться рис. 1, проводя на нем горизонтальные прямые, соответствующие соотношению (10), и определяя абсциссы их точек пересечения с кривой $\Omega(t)$. Условие $\omega_0 < \nu$ означает, как нетрудно показать, что точка наблюдения находится внутри того конуса углов, где существуют пять волн в установившемся решении. Во избежание недоразумений отметим, что существование этих пяти волн не противоречит тому, что согласно дисперсионному уравнению для движущейся замагниченной плазмы в ней есть при фиксированном значении k_z [7] только одна нормальная волна (необыкновенная) с вектором $\boldsymbol{E}$, лежащим в главной плоскости. Дело в том, что при заданных частоте ω_0 и направлении групповой скорости (от источника в точку наблюдения) дисперсионное уравнение (9) дает несколько значений волнового вектора $\boldsymbol{k}_j\,\{\boldsymbol{k}_\rho(\bar{k}_{zj}), \bar{k}_{zj}\}$. Отметим также, что в пределе при $\theta \to 0$ волны *1*, *3*, *4* становятся поперечными ($E=E_\rho$), а 2, 5 — продольными ($E=E_z$), $t_1 \to z/c$, $t_2 \to t_3 \to t_4 \to$ $\to t_5 \to z/v$. Причем волны 3 и 4 в точках на оси z имеют одинаковые волновые векторы, сдвинуты по фазе на π и гасят друг друга. Остальные хорошо известны: первая представляет собой необыкновенную волну, бегущую вдоль оси кристалла, а вторая и пятая есть не что иное, как быстрая и медленная волны пространственного заряда.

Если распределение стороннего тока по источнику $f(z)$ синусоидально, то, подбирая его пространственный период, можно увеличивать амплитуду интересующей волны (за счет появления максимума в спектре $\Phi(k_z)$).

Таким образом, можно сделать вывод, что даже нерелятивистское ($v/c \ll 1$) движение магнитоактивной плазмы может оказывать существенное влиянис как на процесс установления поля излучения после включения источника, так и на характеристики электромагнитных волн в установившемся режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М, Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник, 1974 М.: Наука, 1976.
2. Günther Johannsen — J. Math. Phys, 1972, 13, № 1, p. 78.
3. Mc Kenzie J. F. — J. Appl. Phys, 1967, 38, № 13, p. 5249.
4. Федорюк М. В. Метод перевала. — М.: Наука, 1977.
5. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. — Физика плазмы, 1980, 6, вып. 6, с. 1227.
6. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. — М.: Мир, 1978.
7. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 7, с. 982.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 28 апреля 1983 г.

TO THE QUESTION OF ESTABLISHING OF THE SOURCE OF MODULATION IN THE MOVING PLASMA IN THE POWERFUL MAGNETIC FIELD

V. G. Gavrilenko, S. I. Zaitsev

The problem of switching on the harmonic source in the cold moving plasma in the powerful magnetic field is considered. The transitional processes of radiation of electromagnetic waves at a large distance from the antenna are investigated. It is shown that the radiation field can be represented as a sum of 2 items, which corresponding to the processes of establishing and static regime which are both greatly depend on the velosity movement of plasma.