

УДК 535.31 534 21

ОСОБЕННОСТИ ФОКУСИРОВКИ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ В МНОГОМОДОВЫХ ВОЛНОВЫХ КАНАЛАХ

*М. М. Даргейко, Ю. А. Кравцов, В. Г. Петников, А. С. Петросян,
Ю. И. Самойленко, М. М. Славинский*

Вопрос об особенностях локализации поля в слоистых многомодовых волноводах с известными параметрами рассматривается на основе принципа фазового сопряжения. Источники, синтезированные на основе этого принципа, характеризуются сложной структурой, создающей трудности при управлении фокальным пятном. Для поглощающих сред предложен обобщенный принцип сопряжения, основанный на использовании опережающих потенциалов и компенсирующий различия в ослаблении для разных мод (лучей). Возможности фокусировки поля в волноводах проиллюстрированы оценками продольного и поперечного размеров фокального пятна для различных ситуаций.

Проблема оптимального управления волновым полем в неоднородной среде возникает во многих областях. Достаточно указать вопросы управления диаграммой излучения в надгоризонтной и загоризонтной радиолокации в условиях неоднородной тропосферы и ионосферы Земли, задачу управления лазерными пучками в турбулентной атмосфере, проблему возбуждения планарных и волоконных световодов для широкого круга применений, а также вопросы возбуждения подводных звуковых каналов для изучения Мирового океана.

В сущности, речь идет о задаче синтеза излучающих систем в неоднородных средах. К настоящему времени задача синтеза антенн все-сторонне рассмотрена только для однородных сред (см., например, [1] и цитированную там литературу). Для неоднородных сред изучены только отдельные аспекты вопроса, связанные преимущественно с безграничными случайно-неоднородными средами. В частности, ряд работ посвящен оптимизации систем с обращением волнового фронта (в основном применительно к задачам адаптивной оптики [2-5]). Что же касается управления полями излучения в природных многомодовых волноводах, то, насколько нам известно, в общем виде задача синтеза излучателей еще не сформулирована, хотя имеется очень много примеров решения прямых задач (т. е. задач вычисления полей при заданных источниках), которые могли бы подсказать пути решения задачи синтеза.

На пути к общей постановке задачи синтеза излучателей в волноводных системах имеются значительные трудности. Главная из них состоит в том, что параметры многомодовых волноводов либо известны с весьма низкой точностью, либо нерегулярны, что особенно характерно для волноводов естественного происхождения. Кроме того, развитию универсальных подходов к задаче синтеза мешает огромное разнообразие конкретных целевых установок, возникающих в прикладных задачах радиофизики, оптики, геофизики и акустики.

В данной работе мы хотели бы подробно обсудить одну из частных задач управления полями, а именно задачу локализации (фокусиров-

ки) поля в многомодовых системах с точно известными параметрами. В основу рассмотрения задачи о фокусировке мы положим эвристический принцип фазового сопряжения (разд. 1). В разд. 2 принцип фазового сопряжения обобщается на поглощающие среды, что требует замены запаздывающих потенциалов опережающими. В разд. 3 изложены эвристические оценки эффективности фокусировки для различных частных случаев. Цель этого раздела состоит в том, чтобы выработать представления о достижимом и недостижимом в задачах о фокусировке поля.

Наконец, в заключение упомянуты другие возможные постановки вопроса об управлении полями в волноводах.

1. УСЛОВИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПОЛЕЙ, ОПИРАЮЩЕЕСЯ НА ПРИНЦИП ФАЗОВОГО СОПРЯЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу о выборе источников, обеспечивающих фокусировку поля в заданную точку пространства R_0 в предположении, что все параметры волновода и заполняющей его среды известны. Пусть источники с плотностью $q(R')$ расположены на апертуре S_a (R' — точка на апертуре). Тогда поле U в произвольной точке R дается выражением

$$U(R) = \int_{S_a} G(R', R) q(R') d^2R', \quad (1)$$

где $G(R', R)$ — функция Грина задачи, удовлетворяющая уравнению

$$\Delta G + k^2 n^2(R) G = \delta(R, R') \quad (2)$$

и необходимым условиям на границах раздела и на бесконечности (таким же, как и само поле $U(R)$).

Управление полем подразумевает возможность варьировать распределением источников $q(R')$, добиваясь удовлетворения того или иного критерия оптимизации с соблюдением ряда ограничений. Наиболее очевидное из них — ограничение общей излучаемой мощности.

Если речь идет о фокусировке поля в заданную точку R_0 , то критерий оптимизации мог бы состоять в том, чтобы сосредоточить возможно большую часть излучаемой мощности (скажем, 90%) в возможной меньшей окрестности точки R_0 при одновременном выполнении условия минимизации интерференционных всплесков поля в других точках. Именно такая постановка вопроса обычно и принимается в теории синтеза антенн [1].

Реализация этой программы для излучения в волноводах сопряжена со значительно большими трудностями, чем в свободном пространстве. Поэтому мы будем исходить из нестроого, но наглядного эвристического принципа фазового сопряжения, который широко используется при разработке оптических и радиотехнических систем [2–5].

Пусть $G(R_0, R')$ — поле, созданное точечным источником, расположенным в точке R_0 , на плоской апертуре S_a (рис. 1). Принцип фазового сопряжения предполагает, чтобы распределение источников $q(R')$ было сопряжено по фазе с $G(R_0, R')$:

$$q(R) = \begin{cases} 2 \frac{\partial G^*}{\partial x}(R_0, R') & \text{на } S_a \\ 0 & \text{вне } S_a \end{cases} \quad (3)$$

Такое распределение источников возбудит обращенную волну, т. е. волну, сходящуюся к точке R_0 . Естественно ожидать поэтому, что условие (3) обеспечит фокусировку поля в точке R_0 . Согласно (1) распределению источников (3) отвечает поле излучения

$$U(\mathbf{R}) = 2 \int_{S_a} \frac{\partial G^*}{\partial x}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}') G(\mathbf{R}', \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R}'. \quad (4)$$

Несмотря на свою естественность условие фазового сопряжения отнюдь не дает решения задачи оптимального синтеза излучателя в указанной выше постановке вопроса. В самом деле, из (4) никак не следует, что условие (3) обеспечивает минимизацию интерференционных лепестков. Более того, из (4) не ясны даже размеры области локализации поля, т. е. размеры фокального пятна. Можно утверждать только, что распределение (3) обеспечивает максимум поля в точке \mathbf{R}_0 [4] (и то лишь для непоглощающей среды).

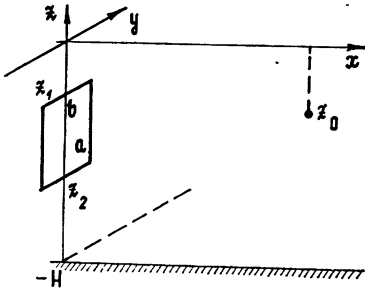


Рис. 1.

Важнейшее отличие распределения (3) в волноводах от однородной среды состоит в очень сложном «устройстве» источника, что обусловлено многомодовым (или многолучевым) распространением волн.

2. ОБОБЩЕННЫЙ ПРИНЦИП СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ВОЛНОВОДОВ С ПОГЛОЩЕНИЕМ

В случае каналов с поглощением распределение источников (3) явно оказывается неоптимальным и требует определенной модификации. Необходимость такой модификации можно увидеть и из модового, и из лучевого представления полей. Если опираться на модовое представление, то в поглощающем волноводе коэффициенты затухания отдельных мод ($\kappa_m = \text{Im } h_m$) неодинаковы по величине. Поэтому для эффективной фокусировки поля в точке \mathbf{R}_0 сильно ослабленные моды необходимо возбуждать с фактором $\exp(\kappa_m |r_0 - r'|)$, компенсирующим затухание. Введение такого фактора направлено не на улучшение фазировки мод в точке \mathbf{R}_0 (условие фазировки обеспечивается фазовым сопряжением), а на эффективное взаимное погашение полей в других точках. На лучевом языке этому отвечает необходимость скомпенсировать неодинаковое ослабление лучевых полей, распространяющихся по различным траекториям.

Эти качественные соображения наводят на мысль, что для локализации поля в поглощающих каналах распределение источников $q(\mathbf{R})$ целесообразно взять в виде

$$q(\mathbf{R}') = \begin{cases} 2 \frac{\partial \overset{\vee}{G}}{\partial x}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}') & \text{на } S_a, \\ 0 & \text{вне } S_a \end{cases} \quad (5)$$

где $\overset{\vee}{G}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}')$ — функция Грина, отвечающая опережающим потенциалам.

Эта функция подчиняется уравнению (2), удовлетворяет обычным условиям на границах раздела и, в отличие от G , обращенному условию на бесконечности: при $\mathbf{R} \rightarrow \infty$ функция Грина $\overset{\vee}{G}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$ является сходящейся волной. Разумеется, в отсутствие поглощения «опережающая» функция Грина $\overset{\vee}{G}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$ переходит в фазово-сопряженную функцию $G^*(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$. Поэтому (5) можно рассматривать как обобщение принципа фазового сопряжения на поглощающие среды.

В отличие от поля в непоглощающей среде, поле

$$U(\mathbf{R}) = 2 \int_{S_a} \frac{\partial G}{\partial x}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}') G(\mathbf{R}', \mathbf{R}) d^2 R' \quad (6)$$

теперь не обязательно обеспечивает максимум поля в фокальном пятне, но можно думать, что область локализации поля будет примерно такой же, как и в отсутствие поглощения. Реализация заданного уровня поля в окрестности точки \mathbf{R}_0 требует, разумеется, более высокой мощности, чем в отсутствие поглощения. Большая часть дополнительной мощности может пойти на моды (или лучи), подвергающиеся самому сильному ослаблению. Один из путей оптимизации состоит в том, чтобы «пожертвовать» этими модами (лучами), имея в виду перераспределить энергию между оставшимися модами (лучами) с целью увеличить поле в точке \mathbf{R}_0 . При этом следует считаться с увеличением площади фокального пятна или уровнем побочных интерференционных всплесков.

3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ОЦЕНКИ ОБЛАСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПОЛЯ

Приведенные выше выражения для поля, сфокусированного по принципу сопряжения фазы (3) или по обобщенному принципу сопряжения для поглощающей среды (5), чересчур сложны по форме, чтобы из них можно было извлечь простые оценки ширины фокального пятна. Между тем, такие оценки вытекают из наглядных соображений, основанных на соотношении неопределенности $\Delta z \Delta k_z \sim 2\pi$. Из этого соотношения вытекает, в частности, что поперечный (по оси z) и продольный (по r) размеры фокального пятна l_z и l_{\parallel} с точностью до коэффициента порядка единицы даются выражениями

$$l_z \sim \lambda/\beta, \quad l_{\parallel} \sim \lambda/\beta^2, \quad \beta < 1, \quad (7)$$

где β — ширина углового спектра волнового пучка (рис. 2). Используя (7), рассмотрим несколько характерных случаев.

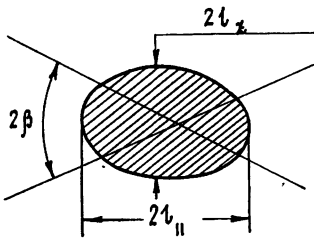


Рис. 2.

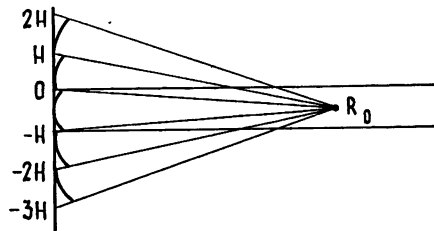


Рис. 3.

а) *Волновод с идеально отражающими стенками и однородным заполнением.* Проще всего оценить размеры фокального пятна в условиях, когда апертура полностью перекрывает сечение волновода $0 > z > -H$. В этом случае излучающий раскрыв и его изображения в стенках заполняют всю ось z , и поэтому при сколь угодно большом удалении наблюдатель увидел бы перед собой бесконечную апертуру, сфокусированную в точку \mathbf{R}_0 (рис. 3). Для бесконечной эффективной апертуры $\beta \sim 1$, и тогда из (7) следует, что $l_z \sim l_{\parallel} \sim \lambda$, т. е. фокальное пятно имеет размеры порядка длины волны λ на любом расстоянии от апертуры.

Таким образом, поведение сфокусированного излучения в волноводе резко контрастирует с излучением, сфокусированным в свободном пространстве, где размеры фокального пятна непрерывно увеличиваются

ся с удалением от апертуры ($l_z \sim r\lambda/l_a$). Возможность острой фокусировки поля в волноводе обусловлена линзовым действием стенок, которые возвращают все излучение в волновод. Правда, используя аналогию с линзами, следует принимать во внимание наличие очень сильных аберраций, для исправления которых как раз и требуется создавать весьма сложные распределения источников на апертуре.

б) Волновод с однородным заполнением при наличии поглощения. Как известно, при наличии диссипации высшие моды обычно затухают быстрее низших, так как высшие моды легче высвечиваются из волновода, а также поглощаются стенками. Поэтому с удалением от излучателя спектр собственных волн обедняется за счет более быстрого затухания мод с высокими номерами. Пусть $\mu = \mu(r)$ — число собственных волн (из общего числа $M \sim H/\lambda$), вносящих заметный вклад в поле излучения на расстоянии r от апертуры. Каждой моде номера m поставим в соответствие бриллюэновский угол β_m , отвечающий двум плоским волнам, формирующим собственную функцию $U_m = \Psi_m(z) \exp(ih_m r)$, при этом $\beta_m \sim \sin \beta_m \sim \pi m/k_0 H \sim \lambda m/H$. Угол β_μ , отвечающий граничной моде $m = \mu$, как раз и следует использовать для оценок l_z и l_{\parallel} по формулам (7):

$$l_z \sim \lambda/\beta_\mu, \quad l_{\parallel} \sim \lambda/\beta_\mu^2, \quad \mu < M. \quad (8)$$

В предельном случае, когда из всех мод выживает только первая, имеем $\mu = 1$, $\beta_1 \sim \lambda/H$, так что

$$l_z \sim H, \quad (9)$$

т. е. фокальное пятно занимает все поперечное сечение волновода, а его продольный размер стремится к бесконечности. Разумеется, при использовании обобщенного принципа сопряжения (5) можно добиться такой же острой фокусировки, как и в отсутствие поглощения (см. п. а).

в) Волновод с однородным заполнением, возбуждаемый малой апертурой. Пусть апертура $a = |z_1 - z_2|$ заполняет сечение волновода только частично (рис. 1). Возбуждение какой-либо моды m подходящим синусоидальным распределением источников на апертуре a сопровождается одновременным возбуждением нескольких других мод Δm , число которых оценивается как отношение ширины диаграммы направленности апертуры $\beta_a \sim \lambda/a$ к угловому расстоянию между модами $\Delta\beta \sim \beta_1 \sim \lambda/H$, так что $\Delta m \sim \beta_a/\beta_1 \sim H/a$. Иными словами, это число мод, попавших в диаграмму излучения апертуры.

В итоге число мод, которые можно было независимо возбудить апертурой a , составляет $\mu \sim M - \Delta m \sim H/\lambda - H/a$. В этом случае $\beta_\mu \sim \lambda\mu/H \sim 1 - \lambda/a$, и в соответствии с (7) имеем

$$l_z \sim \frac{\lambda}{1 - \lambda/a}, \quad l_{\parallel} \sim \frac{\lambda}{(1 - \lambda/a)^2}. \quad (10)$$

В пределе точечного источника $a \rightarrow \lambda$ продольный и поперечный размеры резко возрастают, но, разумеется, не до бесконечности, а до естественного предела (9). Расширение фокального пятна должно сопровождаться ростом побочных интерференционных всплесков.

г) Рефракционный волновод. Оценку области локализации в рефракционных волноводах тоже можно получить при помощи соотношений (7). Будем рассматривать постоянную распространения h_m как горизонтальную проекцию волнового вектора, отвечающего ВКБ-аппроксимации волновой функции: $h_m = k_0 n(z) \cos \beta_m(z)$. Постоянство h_m в данном случае можно интерпретировать как следствие закона Снеллиуса для «собственных» лучей, т. е. лучей, соответствующих ВКБ-приближению:

$$h_m = k_0 n(z) \cos \beta_m(z) = k_0 n(z) \sin \theta_m(z) = \text{const}, \quad (11)$$

где $\theta_m = \pi/2 - \beta_m$ — угол падения луча на слоистую среду. Зависящий от z угол β_m обращается в нуль в точке поворота $z = z_m$ (для определенности будем ориентироваться на верхнюю точку поворота, хотя все рассуждения можно повторить и для нижней точки поворота \bar{z}_m). Выше точки поворота собственные функции спадают практически до нуля, так что при $z > z_m$ формирование поля происходит только с участием собственных волн с номерами $m' > m$.

Вблизи оси волнового канала, где $dn/dz = 0$, фокальное пятно формируется всеми модами с номерами вплоть до граничного значения μ . Здесь можно рассуждать на наилучшую фокусировку поля, как это демонстрируется известным примером волновода с параболическим профилем $n(z) = 1 - z^2/B^2$. Действительно, по оценкам (8) на оси канала лучи идут наиболее круто [6, 7] и β_μ принимает наибольшее значение. При удалении от оси приосевые моды выбывают из игры и фокальное пятно заметно увеличивается. В выражениях (10) этому отвечает уменьшение угла β_μ , который даже стремится к нулю при приближении к точке поворота z_μ .

Разумеется, приблизиться к точке поворота z_μ меньше, чем на ширину каустической зоны Λ_μ нельзя* [8, 9]. Соответствующее предельное значение β_μ оценивается как λ/Λ_μ , так что в силу (8) фокальное пятно в окрестности точки поворота z_μ имеет размеры

$$l_z \sim \Lambda_\mu, \quad l_{\parallel} \sim \Lambda_\mu^2/\lambda,$$

а выше точки \bar{z}_μ фокусировка вообще невозможна. Важно отметить еще, что при удалении от оси волновода следует ожидать возрастания уровня дополнительных интерференционных максимумов.

д) *Продольные размеры и периодичность повторения фокальных пятен с точки зрения модовой теории.* Продольный размер пятна $l_{\parallel} \sim \lambda/\beta^2$, выступающий как дифракционная длина, отвечающая поперечному размеру, $l_{\parallel} \sim l_z^2/\lambda$, допускает простую интерпретацию на основе модовой теории. Будем исходить из того, что μ мод, существенных для распространения, сфазированы в фокальной точке R_0 . При удалении от фокальной точки между основной (первой) и граничной (μ -й) модами возникает разность фаз $\delta = |h_\mu - h_1| |r - r_0|$. Разрушению фокального пятна отвечает расстояние $|r - r_0| = l_{\parallel}$, на котором разность фаз δ сравнивается с π :

$$l_{\parallel} \sim \pi / |h_\mu - h_1|. \quad (12)$$

Но, согласно (11),

$$h_\mu - h_1 = k_0 n (\cos \beta_\mu - \cos \beta_1) \approx k_0 n (\beta_\mu^2 - \beta_1^2)/2,$$

и если $\beta_\mu \gg \beta_1$, то оценка (12) эквивалентна (8), так как $2\pi/k_0 n = \lambda$.

Разрушение фокальных пятен при $|r - r_0| \gtrsim l_{\parallel}$ из-за расфазировки мод не означает, что при дальнейшем увеличении расстояния не возникает новых фокальных пятен. Это может произойти вследствие известного свойства многомодовых волноводов давать периодически повторяющиеся, хотя и ухудшающиеся, изображения. Период таких фокусировок L оценивается как

$$L \sim 2\pi (dh_m/dm)^{-1}.$$

* Расстояние от каустики $\Lambda_\mu = (k_0^2 |\partial n / \partial z|)^{-1/3}$ отвечает первому максимуму функции Эйри.

Обычно этот период больше, чем размер первоначального пятна l_{\parallel} , при этом размеры последующих пятен постепенно размываются из-за накапливающейся расфазировки мод (см. [10]).

В задаче синтеза излучателей в многомодовых волноводах мы использовали эвристический критерий фокусировки, основанный на принципе фазового сопряжения. При этом выявился ряд особенностей фокусировки полей в многомодовых волноводах. Вследствие многомодовости, в отличие от свободного пространства, нужное распределение источников получается достаточно сложным, что существенно затрудняет управление положением фокального пятна. За счет действия стенок или вследствие рефракции в волноводах в принципе можно локализовать поля в меньших объемах, чем в безграничной среде. Однако возможность фокусировки может ухудшиться при наличии поглощения, вследствие неодинаковости затухания различных мод (лучей). Для этого случая предложен обобщенный метод сопряжения, основанный на использовании опережающих потенциалов и компенсирующей разницы в ослаблении для разных мод (лучей).

Из качественных соображений в работе приведены оценки размеров фокального пятна, которые дают представление о предельных возможностях фокусировки поля в волноводных каналах. Кроме рассмотренных возможны и другие постановки вопроса об управлении полями в многомодовых волноводах. Можно говорить о равномерной засветке всего канала или его части, о доставке энергии на максимально достижимое расстояние, об управлении параметрами в средах с неточно известными параметрами, об адаптивном управлении полем, а также об управлении спектром и формой излучаемого сигнала.

Авторы глубоко признательны В. И. Таланову за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахрах Д. Д., Кременецкий С. Д. Синтез излучающих систем — М.: Сов. радио, 1974.
2. Обращение волнового фронта оптического излучения в нелинейных средах. Сб. статей под ред. В. И. Беспалова. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979.
3. Адаптивная оптика. Сб. статей. — М.: Мир, 1980.
4. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. — Квантовая электроника, 1981, 8, № 1, с. 57.
5. Воронцов М. А., Егоров К. Д., Кандидов В. П. и др. Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере — Томск, 1981.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
7. Распространение волн и подводная акустика. Сб. статей под ред. Дж. Б. Келлера и Дж. С. Пападакиса. — М.: Мир, 1980.
8. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1981.
9. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. — УФН, 1980, 123, № 3, с. 475.
10. Григорьева Е. Е., Семенова А. Т. — Квантовая электроника, 1978, 5, № 9, с. 1877.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
11 июля 1983 г.

PECULIARITIES OF THE RADIATION FIELD FOCUSING IN MULTIMODE WAVE CHANNELS

*M. M. Dargeiko, Yu. A. Kravtsov, V. G. Petnikov,
A. S. Petrosyan, Yu. I. Samoilenko, M. M. Slavinskij*

A problem on peculiarities of the field localization in stratified multimode waveguides with the known parameters is considered on the basis of the phase conjugation principle. Sources synthesized according to this principle, are characterized by a complex structure. The complex structure of sources creates difficulties in controlling the focal spot. For absorbing media a generalized conjugation principle is suggested which is based on the use of advanced potentials and compensates differences in attenuation for different modes (rays). Possibilities of the field focusing in waveguides are illustrated by estimations of longitudinal and transverse dimensions of the focal spot for different situations.