

О КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ — ТЕЙЛORA ДЛЯ ПРИЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ИОНОСФЕРЫ

Б. Н. Гершман, А. Н. Шевченко

Применительно к неоднородностям, с которыми связывают явление F рассеяния, развита линейная теория неустойчивости Рэлея—Тейлора, основанная на кинетическом описании с интегралом столкновений в форме Батцагара—Гросса—Крука. Для приэкваториальной области F ионосферы рассмотрены электростатические возмущения и получены формулы для скоростей нарастания в столкновительном и бесстолкновительном режимах. Проведено сравнение с выводами квазигидродинамического описания.

1. В последние годы были сделаны серьезные попытки интерпретировать явление F рассеяния (F_{spread})^[1-4]. При этом очень часто использовался механизм Рэлея—Тейлора (РТ), с которым связывалось появление неоднородностей электронной концентрации в широком интервале масштабов l_{\perp} (l_{\perp} характеризует размер сильно вытянутых вдоль геомагнитного поля H_0 неоднородностей в поперечном к этому полю направлении). Ранее при анализе нестабильности РТ в ионосфере использовалось квазигидродинамическое описание^[4-3,5]. Здесь будет применен метод кинетического уравнения, что позволит уточнить результаты ряда работ, касающихся неоднородностей с малыми l_{\perp} .

Следует оговориться, что кинетическое описание стало чаще использоваться в физике ионосферы при решении задач о возбуждении возмущений с предельно малыми масштабами $l_{\perp} \gtrsim 1 \text{ м}$ ^[4-6,8]. Однако в последних работах в качестве возмущений, обеспечивающих возбуждение неоднородностей, рассматриваются волны дрейфового типа, для которых, в отличие от мод РТ, сила тяжести (с ускорением свободного падения g) малосущественна. Недавно случай возбуждения неоднородностей с крайне малыми масштабами l_{\perp} порядка гирорадиуса электронов рассмотрен в^[9]. Однако в настоящее время в ионосферной плазме неоднородности с такими l_{\perp} не обнаружены и исследование^[9] к такой плазме отношения не имеет.

Как это делается во многих работах^[1-4], будем анализировать неустойчивость РТ для приэкваториальной ионосферы, которая характеризуется высокими (по сравнению с умеренными широтами) индексами F рассеяния^[4, 10].

2. При определении условий неустойчивости и скоростей нарастания используем квазилокальный подход, когда несмотря на наличие регулярной неоднородности плазмы принимается, что возмущения зави-

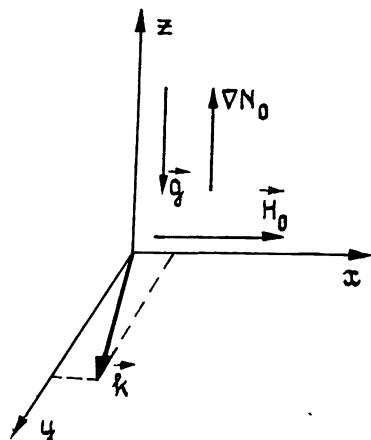


Рис. 1.

сят от времени t и радиуса-вектора \mathbf{r} по закону $\exp(-i\tilde{\omega}t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$, где $\tilde{\omega}$ — комплексная частота. Волновой вектор \mathbf{k} имеет составляющую вдоль геомагнитного поля ($k_{\parallel} = k_x$) и перпендикулярно к нему \mathbf{k}_{\perp} (рис. 1). Градиент электронной концентрации в отсутствие возмущений направлен по оси z (векторы ∇N_0 и \mathbf{g} антипараллельны).

Из гидродинамического рассмотрения известно, что неустойчивости возникают в плазме типа ионосферы только в присутствии достаточно интенсивных токов. Точнее, важна разность поперечных к \mathbf{H}_0 скоростей $\Delta u_{0\perp} = u_{i0\perp} - u_{e0\perp}$ (u_{e0} и u_{i0} — невозмущенные скорости электронов и ионов). Несовпадение скоростей $u_{e0\perp}$ и $u_{i0\perp}$, обусловленное воздействием на заряженные частицы силы тяжести и поля \mathbf{H}_0 , может привести к нестабильности РТ. Для поперечных движений по отношению к \mathbf{H}_0 и \mathbf{g} соударения играют второстепенную роль. Легко получить, что $u_{i0\perp} \gg \gg u_{e0\perp}$ и приближенно

$$\Delta u_{0\perp} = (cM/eH_0^2)[gH_0] = (1/\Omega_H)[gh_0], \quad (1)$$

где e — абсолютная величина заряда электрона, M — масса иона, Ω_H — гирочастота ионов, $h_0 = H_0/H_0$ и c — скорость света в вакууме.

В квазилокальном приближении (при $|kL_0| \gg 1$, где $L_0^{-1} = d\ln N_0/dz$) линейная теория неустойчивости плазмы хорошо разработана. В качестве исходного можно взять в общей форме дисперсионное уравнение с интегралом столкновений в форме Батнагара—Гросса—Крука [11]. При использовании преобразований и упрощений получим конкретные выводы, касающиеся неустойчивости РТ в условиях области F ионосферы.

Равновесная функция распределения ионов по скоростям в неоднородной плазме при наличии равномерного упорядоченного движения имеет вид [7, 9, 11]

$$F_{0i} = \left(\frac{M}{2\pi\kappa T_i} \right)^{3/2} \left[N_0 + \frac{(v_y - u_{i0y})}{\Omega_H} \frac{dN_0}{dz} \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{M(v - u_{i0})^2}{2\kappa T_i} \right], \quad (2)$$

где κ — постоянная Больцмана, T_i — температура ионов, которая дальше приравнивается к температуре электронов ($T_e = T_i = T$). Считается выполненным условие квазинейтральности ($N_e \approx N_i = N$). Принимается, что $u_{e,i0x} = u_{e,i0z} = 0$. Наличие движения электронов ионов по оси y (рис. 1) связывается не только с влиянием силы тяжести, но и с другими воздействиями (например с поперечным к \mathbf{H}_0 электрическим полем \mathbf{E}_0). Однако в то же время считается, что появление тока в направлении оси y происходит только из-за совместного воздействия тяжести и поля \mathbf{H}_0 .

Для распределения электронов по скоростям справедлива аналогичная (2) формула, но с заменой M на m , Ω_H на ω_H (m — масса электрона и ω_H — их гирочастота).

При использовании распределения вида (2) для электростатических (безвихревых) возмущений имеем дисперсионное уравнение [11]

$$1 + \frac{\omega_e^3}{k^2 v_e^2} \left\{ 1 + \sum_n \frac{\omega'_e}{\omega'_e + n\omega_H} B_{en} \left[1 - \frac{k_y \bar{v}_e}{\omega'_e \omega_H} \frac{d \ln N_0}{dz} \right] \times \right. \\ \left. \times i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega'_e}{|k_{\parallel}| \bar{v}_e} W \left(\frac{\omega'_e + n\omega_H}{\sqrt{2} |k_{\parallel}| \bar{v}_e} \right) \right\} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[1 - \sum_n \frac{\nu_e}{\omega'_e + n\Omega_H} \frac{\omega'_e}{|k_{\parallel}| \bar{v}_e} \sqrt{\frac{\pi}{2}} B_{en} W\left(\frac{\omega'_e + n\Omega_H}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_e}\right) \right]^{-1} + \\
& + \frac{\omega_{0l}^2}{k^2 \bar{v}_i^2} \left\{ 1 + \sum_n \frac{\omega'_i}{\omega'_i - n\Omega_H} B_{in} \left[1 + \frac{k_y \bar{v}_i^2}{\omega'_i \Omega_H} \frac{d \ln N_0}{dz} \right] \times \right. \\
& \times i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega'_i}{|k_{\parallel}| \bar{v}_i} W\left(\frac{\omega'_i - n\Omega_H}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_i}\right) \Big\} \times \\
& \times \left[1 - \sum_n \frac{\nu_i}{\omega'_i - n\Omega_H} \frac{\omega'_i}{|k_{\parallel}| \bar{v}_i} \sqrt{\frac{\pi}{2}} B_{in} W\left(\frac{\omega'_i - n\Omega_H}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_i}\right) \right]^{-1} = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где $\omega_{0e} = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$ и $\omega_{0i} = \sqrt{4\pi e^2 N/M}$ — ленгмюровские частоты электронов и ионов, $\bar{v}_e = \sqrt{\pi T_e/m}$ и $\bar{v}_i = \sqrt{\pi T_i/M}$ — их средние тепловые скорости, $\omega'_e = \omega + i\nu_e - ik_y u_{e0y}$, $\omega'_i = \omega + i\nu_i - ik_y u_{i0y}$, ν_e и ν_i — эффективные частоты столкновений электронов и ионов с другими частицами. Далее, в (3) $B_{in} = \exp(-k_{\perp}^2 \bar{v}_i^2 / \Omega_H^2) I_n(k_{\perp}^2 \bar{v}_i^2 / \Omega_H^2)$, где I_n — модифицированная функция Бесселя (для B_{en} формула аналогична) и W — плазменная функция (см., например, [11]). Суммирование в (3) проводится по целым n от $-\infty$ до $+\infty$.

В области F ионосферы $\Omega_H \gg \nu_i$ ($\Omega_H \gg \nu_e$). Рассматривая возмущения с периодами от минут до часа, мы можем принять, что $\Omega_H \gg \omega$. При $k_y \leq 10^{-1} \text{ м}^{-1}$ и $u_{e0} \sim u_{i0} \leq 100 \text{ м/с}$ $\Omega_H \gg k u_{i0}$ ($\Omega_H \gg k u_{e0}$). При выполнении этих ограничений можно приближенно в суммах, имеющихся в (3), оставить только слагаемые с $n=0$. Так как длины волн возмущений больше дебаевских радиусов, то можно пренебречь в (3) слева единицей. В итоге приходим к более простой формулировке уравнения (3), а именно:

$$\begin{aligned}
& \left\{ 1 + B_{e0} \left[1 - \frac{k_y \bar{v}_e^2}{\omega'_e \Omega_H} L_0^{-1} \right] i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega'_e}{|k_{\parallel}| \bar{v}_e} W\left(\frac{\omega'_e}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_e}\right) \right\} \times \\
& \times \left[1 - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\nu_e}{|k_{\parallel}| \bar{v}_e} B_{e0} W\left(\frac{\omega'_e}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_e}\right) \right]^{-1} + \\
& + \left\{ 1 + B_{i0} \left[1 + \frac{k_y \bar{v}_i^2}{\omega'_i \Omega_H} L_0^{-1} \right] i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega'_i}{|k_{\parallel}| \bar{v}_i} W\left(\frac{\omega'_i}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_i}\right) \right\} \times \\
& \times \left[1 - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\nu_i}{|k_{\parallel}| \bar{v}_i} B_{i0} W\left(\frac{\omega'_i}{\sqrt{2}|k_{\parallel}| \bar{v}_i}\right) \right]^{-1} = 0,
\end{aligned} \tag{4}$$

где $L_0 = N_0 (dN_0/dz)^{-1}$.

Далее, как это часто делалось в работах по теории формирования ионосферных неоднородностей, примем сначала $k_{\parallel} = 0$. Имея в виду, что при $|x| \gg 1$ $\sqrt{\pi x} W(x) \approx i$, можно упростить и уравнение (4). В связи с этим учтем, что поперечные размеры наблюдаемых неоднородностей l_{\perp} всегда больше гирорадиуса электронов $r_{He} = \bar{v}_e / \omega_H$, так что

$$k_{\perp}^2 r_{He}^2 \ll 1. \tag{5}$$

При выполнении условия (5) $B_{e0} \approx 1 - k_{\perp}^2 r_{He}^2$. Используя это равенство, при $k_{\parallel} = 0$ из (4) получаем

$$\frac{\omega_d + k^2 r_{He}^2 \omega'_e}{\tilde{\omega} - k_y u_{e0y} + i v_e k^2 r_{He}^2} + \frac{\omega'_i (1 - B_{i0}) - \omega_d B_{i0}}{\omega'_i - i v_i B_{i0}} = 0, \quad (6)$$

где $\omega_d = k_y \bar{v}_e^2 / \omega_H L_0 = k_y \bar{v}_i^2 / \Omega_H L_0$ и учтено, что при $k_{\parallel} = 0$ $k_y^2 = k^2$.

Примем, что $|\omega_d| \ll k^2 r_{He}^2 |\omega - k_y u_{e0y}|$, имея в виду, что при возникновении неустойчивости РТ частота $|\omega_d|$ не может быть очень малой. Тогда при учете (5) числитель первой дроби в (6) приближенно равен $\omega_d + i v_e k^2 r_{He}^2$. Имея в виду, что $v_e \leq \sqrt{M/m} v_i$, приходим к условию $r_{Hi}^2 v_i \gg r_{He}^2 v_e$, которое позволяет сделать еще ряд пренебрежений слагаемыми с v_e при $k^2 r_{Hi}^2 \ll 1$ (r_{Hi} — гирорадиус ионов). При учете всех этих упрощений из (6) приближенно имеем

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}^2 + [\omega_d + i v_i - k_y (u_{e0y} + u_{i0y})] \tilde{\omega} - 2 v_e v_i k^2 r_{He}^2 - \\ - \omega_d [k_y u_{i0y} (1 - B_{i0})^{-1} - i v_i] - k_y u_{e0y} [i v_i - k_y u_{i0y} - \\ - \omega_d B_{i0} (1 - B_{i0})^{-1}] = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Из этого уравнения в столкновительном режиме, когда

$$v_i^2 \gg \gamma^2, \quad (8)$$

для комплексной частоты $\tilde{\omega}$ получаем

$$\tilde{\omega} = k_y u_{e0y} - \omega_d - i [2 k^2 D_{e\perp} + \omega_d k_y u_{i0y} v_i^{-1} (1 - B_{i0})^{-1} B_{i0}], \quad (9)$$

где $D_{e\perp} = \kappa T_{ven}/m \omega_{2H}$ — коэффициент диффузии в поперечном H_0 -направлении.

Мнимая часть $\tilde{\omega}$ характеризует нарастание с инкрементом γ (при $\gamma > 0$). В квазигидродинамическом приближении, когда $k^2 r_{Hi}^2 \ll 1$, используя разложение $B_{i0} \approx 1 - k^2 r_{Hi}^2$ по малому параметру, получаем с учетом (1)

$$\gamma = g (L_0 v_i)^{-1} - 2 k^2 D_{e\perp}. \quad (10)$$

Для коротковолновых возмущений ($k^2 r_{Hi}^2 \gg 1$), используя приближенное соотношение для $B_{i0} \approx (\sqrt{2\pi} k r_{Hi})^{-1}$, приходим к формуле

$$\gamma = k r_{Hi} g (\sqrt{2\pi} L_0 v_i)^{-1} - 2 k^2 D_{e\perp}. \quad (11)$$

Естественно, что для возникновения неустойчивости нужно, чтобы первые члены в (10) или (11) превышали диффузионные слагаемые. Формула (10) уже фигурировала ранее в многочисленных работах гидродинамического приближения, тогда как соотношение (11) является новым.

В бесстолкновительном режиме при $k^2 r_{Hi}^2 \ll 1$, когда выполнено обратное (8) требование $v_i^2 \gg g/L_0$, приходим к известному ранее результату

$$\gamma = \sqrt{g/L_0}, \quad (12)$$

тогда как при $k^2 r_H^2 \gg 1$ в этом режиме имеем формулу

$$\gamma = k r_H V \sqrt{g/2\pi L_0}. \quad (13)$$

Для появления неустойчивости необходимы достаточно резкие градиенты электронной концентрации, чему может способствовать, например, прохождение сигналов типа перемещающихся возмущений.

Заметим, что при $v_i^2 \sim g/L_0$ и $k^2 r_H^2 \ll 1$ формулы как столкновительного, так и бесстолкновительного режимов согласуются между собой.

3. Рассмотрим влияние малой продольной компоненты волнового вектора \mathbf{k} ($k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$, $k_{\parallel}^2 \ll k_{\perp}^2$). Путем громоздких преобразований, основанных в конечном счете на заменах k_{\perp}^2 на $k_{\perp}^2 + (\Omega_H^2/v_i^2)k_{\parallel}^2$ в ионной части (4) и k_{\perp}^2 на $k_{\perp}^2 + (\omega_H^2/v_e^2)k_{\parallel}^2$ в электронной части, в столкновительном режиме получаем

$$\gamma = \left[\frac{k_y^2 g v_e}{L_0 \Omega_H \omega_H} - \frac{2\pi T}{M v_i} \left(k_{\parallel}^2 + \frac{v_e^2}{\omega_H^2} k_{\perp}^2 \right) \left(k_{\parallel}^2 + \frac{v_i^2}{\Omega_H^2} k_{\perp}^2 \right) \right] \times \\ \times \left[k_{\parallel}^2 + \frac{v_e v_i}{\omega_H \Omega_H} k_{\perp}^2 \right]^{-1}. \quad (14)$$

Если неоднородности не слишком вытянуты вдоль геомагнитного поля \mathbf{H}_0 , а именно при

$$\mu = (v_e v_i / \omega_H \Omega_H) (k_{\perp}^2 / k_{\parallel}^2) \ll 1, \quad (15)$$

из (14) имеем

$$\gamma = \frac{k_y^2}{k_{\perp}^2} \mu \frac{g}{L_0 v_i} - 2k_{\parallel}^2 D_{i\parallel} - 2k_{\perp}^2 D_{i\perp}, \quad (16)$$

где $D_{i\parallel} = \pi T / M v_i$ и $D_{i\perp} = \pi T v_i / M \Omega_H^2$ — коэффициенты диффузии для ионов вдоль и поперек поля \mathbf{H}_0 .

Из (16) видно, что наличие компоненты $k_{\parallel} \neq 0$ снижает эффективность рассматриваемого механизма РТ, что связано не столько с влиянием продольной ионной диффузии, сколько с появлением малого множителя μ у первого слагаемого.

При сильной вытянутости неоднородностей ($\mu \gg 1$) в условиях области F мы приходим к старому результату (10). Если рассматривать реальные вытянутости неоднородностей, то не видно достаточных оснований, чтобы отказаться от условия (15), так как при $\mu \geq 1$ значения $D_{i\parallel}/D_{i\perp}$ были бы очень велики, превышая 10^3 . Таким образом, еще рано говорить о соответствии теории при $k_{\parallel} = 0$ с экспериментом.

В бесстолкновительном режиме ($v_i^2 \ll g/L_0$) при ненулевых k_{\parallel} может возникнуть ионное затухание Ландау. Не останавливаясь на деталях, отметим, что его влияние в области F ионосферы не должно быть определяющим при анализе нестабильности РТ. Так, например, можно установить при $k^2 r_H^2 \gg 1$, что вклад этого затухания невелик, если $k_y r_H \gg \sqrt{H/L_0}$. В то же время в области F высота однородной атмосферы $H = \pi T / (Mg)$ обычно порядка масштаба L_0 , и оба последних неравенства фактически согласуются между собой.

Роль механизма неустойчивости РТ в авроральной области может быть более значительной, чем в приэкваториальной ионосфере, из-за более резких высокоширотных градиентов электронной концентрации N_0 . Однако условия возбуждения этой нестабильности при квазиверти-

кальном поле H^0 таковы, что становятся наиболее существенными регулярные горизонтальные неоднородности. Такие неоднородности присутствуют в авроральной ионосфере (скажем, на границе зоны высыпания энергичных частиц).

В экваториальной ионосфере нельзя не отметить, что возникновение неоднородностей больших масштабов с сильными вертикальными градиентами часто связывается с крупномасштабными образованиями, называемыми пузырями [4]. Пузыри могут формироваться у нижней границы области F и постепенно подниматься на высоты максимума F -области.

В целом же вопрос о роли механизма нестабильности РТ на различных широтах может, на наш взгляд, быть решен только вместе с вопросом о степени вытянутости ионосферных неоднородностей, который до сих пор остается открытым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hudson M. K., Keppele C. F.—J. Geophys. Res., 1975, A80, № 40, p. 4581
2. Ossakow S. L., Zalezak S. T., McDonald B. E., Chaturvedi P. K.—J. Geophys. Res., 1979, A84, № 1, p. 17.
3. Keskinen M. J., Ossakow S. L., Chaturvedi P. K.—J. Geophys. Res., 1980, A85, № 4, p. 1775.
4. Ossakow S. L. Wave instabilities in space plasmas (Proc. Symp. of XIX URSI Gen. Assembly, Helsinki, July 31—Aug. 1, 1978), 1978, ed. Polmadesso H., Popandopolous K., Reid. Publ. Comp., p. 265.
5. Гершман Б. Н.—Сб. Ионосферные неоднородности. /Под ред. В. И. Шаftана.—Якутск: СО АН СССР, 1981, с. 3
6. Costa E., Kelley M. C.—J. Geophys. Res., 1978, A83, № 9, p. 4365
7. Huba J. P., Ossakow S. L.—J. Geophys. Res., 1979, A84, № 11, p. 6697.
8. Huba J. P., Ossakow S. L.—J. Geophys. Res., 1981, A86, № 2, p. 829
9. Gary S. P., Thompson M. F.—J. Geophys. Res., 1982, A87, № 2, p. 551
10. Ерухимов Л. М., Максименко О. И., Мясников Е. Н.—Сб: Ионосферные исследования, 1980, 30, с. 27.
11. Александров А. С., Богданович А. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы.—М.: Высшая школа, 1978.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
20 июля 1983 г.

ON THE KINETIC RAYLEIGH—TAYLOR INSTABILITY THEORY IN THE IONOSPHERE NEAR EQUATOR

B. N. Gershman, A. N. Shevchenko

In application to the origin of spread F ionospheric irregularities the linear theory of Rayleigh—Taylor instability with Bhatnagar—Gross—Krook collision integral is presented. The electrostatic perturbations for the ionosphere F region near equator are considered and the formulas for growth rates are received. The results obtained are compared with the conclusions of quasihydrodynamic approximation.