

УДК 621.371.399

# ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДЯЩИХ СТЕРЖНЕЙ В ПЛОСКОМ СЛОЕ ДИЭЛЕКТРИКА

*B. A. Каплун, B. Г. Кулиш*

Получена система простых линейных уравнений для определения постоянной распространения электромагнитных волн вдоль решетки параллельных полупроводящих стержней, заключенных в плоском слое диэлектрика параллельно границам раздела. Учтена конечная толщина стержней — их диаметр составляет десятые доли длины волн. Выявлена зависимость постоянной распространения от параметров решетки стержней и слоя диэлектрика. Рассмотрены условия возбуждения системы внешней падающей под произвольным углом плоской электромагнитной волной. Приведены выражения для полей внутри и вне слоя. Для некоторых частных случаев, интересных в практическом отношении, получены соотношения для коэффициентов прохождения и отражения. Отмечается, что рассматриваемая конструкция может найти практическое применение в антенной технике и радиопоглощающих конструкциях.

## 1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача дифракции электромагнитных волн на решетке параллельных полупроводящих стержней, расположенных в плоском диэлектрическом слое, представляется достаточно важной, поскольку различные СВЧ устройства, в которых электромагнитные волны распространяются через такие системы, находят практическое применение (например СВЧ антенны, радиопрозрачные защитные системы, радиопоглощающие устройства и т. п.). До настоящего времени такая задача не решалась.

Рассмотрим задачу в следующей постановке. Пусть в среднем сечении безграничного плоского слоя диэлектрика толщиной  $2h$  помещена решетка полупроводящих стержней радиусом  $\rho$ , шаг решетки —  $d$ . Окружающая среда, стержни и слой — не магнитные и характеризуются постоянными распространения  $k_0$ ,  $k_1$  и  $k_2$  соответственно, причем окружающая среда и слой потерь не имеют ( $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $\sigma_0 = \sigma_1 = 0$ ). Предполагается, что радиус стержней  $\rho$  соизмерим с длиной волны  $\lambda$ , однако меньше  $\lambda$  ( $0,01\lambda < \rho < 0,2\lambda$ ), что соответствует требованиям практики. Ось  $Z$  прямоугольной системы координат совпадает с осью одного из стержней (нулевого), ось  $Y$  — перпендикулярна границам слоя (рис. 1).

При решении задачи вначале предположим, что в стержнях существуют высокочастотные колебания, фаза которых меняется вдоль оси по линейному закону  $az$ , а от стержня к стержню вдоль оси  $X$  — скачками через  $\Phi$  радиан. Будем искать постоянную распространения волны вдоль решетки и зависимость ее от параметров системы (слоя и решетки стержней) и от фазировки существующих в стержнях колебаний. На заключительном этапе свяжем эти параметры с падающей сторонней электромагнитной волной. Временную зависимость положим вида  $e^{j\omega t}$ .

## 2. НАХОЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ

Поскольку в стержнях решетки при  $r < \rho$  поле в общем случае представляется суперпозицией волн ТЕ и ТМ, то в соответствии со сказанным выше и с учетом конечности радиуса стержня  $\rho$  составляющие полей в  $r$ -м стержне будут следующими [1]:

$$E_z^{(t)} = (k_2^2 - \alpha_2^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(t)} J_n \left( r_p \sqrt{k_2^2 - \alpha_2^2} \right) \exp(-jn\varphi_p - jp\psi - j\alpha_2 z), \quad (1)$$

$$H_z^{(t)} = (k_2^2 - \alpha_2^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(t)} J_n \left( r_p \sqrt{k_2^2 - \alpha_2^2} \right) \exp(-jn\varphi_p - jp\psi - j\alpha_2 z)$$

и

$$E_\varphi^{(t)} = - \frac{j\alpha_2}{r_p(k_2^2 - \alpha_2^2)} \frac{\partial E_z^{(t)}}{\partial \varphi_p} + \frac{j\omega \mu_2}{(k_2^2 - \alpha_2^2)} \frac{\partial H_z^{(t)}}{\partial r_p}, \quad (1a)$$

$$H_\varphi^{(t)} = - \frac{jk_2^2}{\omega \mu_2 (k_2^2 - \alpha_2^2)} \frac{\partial E_z^{(t)}}{\partial r_p} - \frac{j\alpha_2}{r_p(k_2^2 - \alpha_2^2)} \frac{\partial H_z^{(t)}}{\partial \varphi_p}.$$

Здесь  $A_n^{(t)}$ ,  $B_n^{(t)}$  — амплитудные коэффициенты волн ТМ- и ТЕ-типов,  $\alpha_2$  — постоянная распространения вдоль оси  $Z$ ,  $r_p = \sqrt{(x-pd)^2 + y^2}$ , а  $p$  — номер стержня (рис. 2),  $J_n(r_p v)$  — функция Бесселя  $n$ -го порядка,  $\varphi_p = \arctg[y/(x-pd)]$  — полярный угол для  $p$ -го стержня.

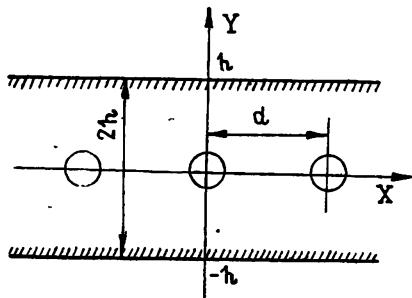


Рис. 1.

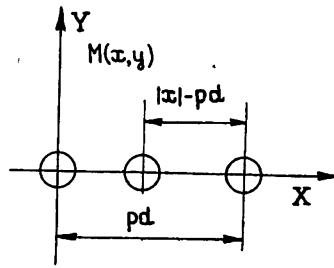


Рис. 2.

Во внешнем пространстве ( $r > \rho$ ) электромагнитное поле будет иметь аналогичные  $z$ -е и  $\varphi$ -е составляющие, получаемые путем суммирования полей от всех стержней решетки с учетом замены функций Бесселя на функции Ханкеля [2].

Для составляющих внешнего поля в среде, характеризуемой параметром распространения  $k_1$ , имеем

$$E_z^{(r)} = (k_1^2 - \alpha_1^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_n^{(r)} H_n^{(2)} \left( r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2} \right) \exp(-jn\varphi_p - jp\psi - j\alpha_1 z), \quad (2)$$

$$H_z^{(r)} = (k_1^2 - \alpha_1^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_n^{(r)} H_n^{(2)} \left( r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2} \right) \exp(-jn\varphi_p - jp\psi - j\alpha_1 z),$$

а  $\varphi$ -составляющие определяются с помощью соотношений (1a). Как и выше, в этих выражениях  $A_n^{(r)}$  и  $B_n^{(r)}$  — амплитудные коэффициенты, а  $H_n^{(2)}(r_p v)$  — функция Ханкеля второго рода  $n$ -го порядка.

Электромагнитные волны, возбужденные решеткой стержней, попадая на границы раздела слоя с окружающей средой, испытывают многократные отражения и, взаимодействуя со стержнями решетки, определенным образом влияют на процесс распространения волн вдоль всей системы. Найдем отраженные волны.

Воспользуемся преобразованием, позволяющим заменить сумму цилиндрических волн суммой плоских волн [2, 3]:

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} H_n^{(2)}(V(x-pd)^2 + y^2 \sqrt{k^2 - \alpha^2}) e^{-ip\varphi - jp\psi} = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2(j)^n \exp(-j|y|\sqrt{k^2 - \alpha^2 - m'^2} - jxm' - jn\theta')}{d \sqrt{k^2 - \alpha^2 - m'^2}}, \quad (3)$$

где  $m' = (2\pi/d)m + \psi/d$  и  $\operatorname{tg} \theta' = \sqrt{k^2 - \alpha^2 - m'^2/m'}$ ,  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Здесь каждая плоская волна спектра характеризуется углами  $\delta'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$  между волновым вектором и осями  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , причем

$$k_i \cos \delta'_i = m_{i_1}, \quad k_i \cos \beta'_i = \sqrt{k_i^2 - \alpha_i^2 - m_i'^2}, \quad k_i \cos \gamma'_i = \alpha_i,$$

где  $i$  — индекс, определяющий среду.

С учетом (3) составляющие поля, возбужденного решеткой стержней в диэлектрическом слое (в системе координат  $XYZ$ ), запишутся

$$E_z^{(r)} = \frac{2}{d} (k_1^2 - \alpha_1^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_n^{(r)}(j)^n \times \\ \times \frac{\exp(-j|y|\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1'x - j\alpha_1 z - jn\theta_1')}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}}, \\ E_x^{(r)} = -\frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \left[ A_n^{(r)} \frac{m_1' \alpha_1}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}} + B_n^{(r)} \omega \mu_1 \right] \times \\ \times \exp(-j|y|\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1'x - j\alpha_1 z - jn\theta_1'), \\ H_z^{(r)} = \frac{2}{d} (k_1^2 - \alpha_1^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_n^{(r)}(j)^n \times \\ \times \frac{\exp(-j|y|\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1'x - j\alpha_1 z - jn\theta_1')}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}}, \\ H_x^{(r)} = \frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \left[ A_n^{(r)} \frac{k_1^2}{\omega \mu_1} - B_n^{(r)} \frac{\alpha_1 m_1'}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}} \right] \times \\ \times \exp(-j|y|\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1'x - j\alpha_1 z - jn\theta_1'). \quad (4)$$

Для нахождения отраженных волн разложим каждую элементарную плоскую волну, падающую на границу раздела, на параллельно и перпендикулярно поляризованные составляющие. На рис. 3 показано взаимное расположение решетки стержней и плоскости раздела

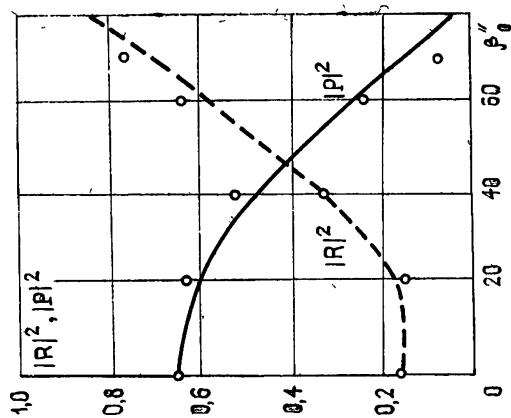


Рис. 7

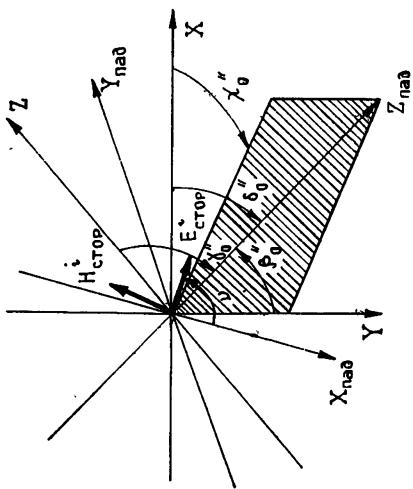


Рис. 5

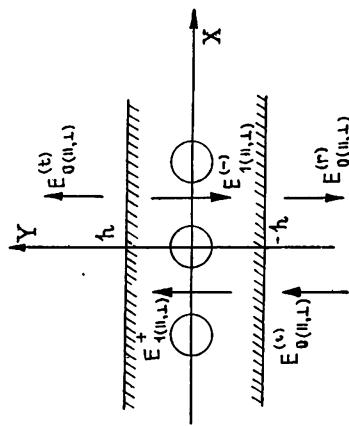


Рис. 6

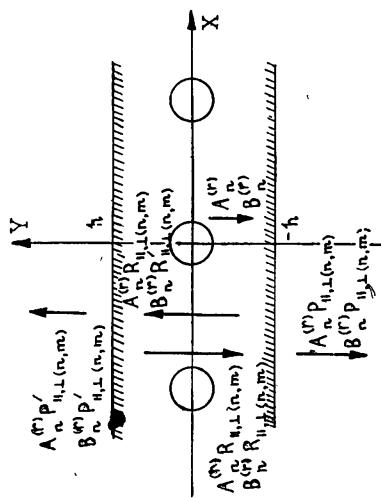


Рис. 4

( $y = -h$ ). Заштрихованная плоскость — плоскость падения,  $0M$  — направление распространения элементарной волны,  $0N$  — след плоскости падения на плоскости  $X0Z$ ,  $\vec{n}$  — нормаль. Легко видеть, что

$$\begin{aligned} \cos \psi'_1 &= \frac{\cos \delta'_1}{\sin \beta'_1} = \frac{m'_1}{\sqrt{m'^2_1 + \alpha^2_1}}, & \sin \psi'_1 &= \frac{\cos \gamma'_1}{\sin \beta'_1} = \frac{\alpha_1}{\sqrt{m'^2_1 + \alpha^2_1}}, \\ \operatorname{tg} \psi'_1 &= \frac{\cos \gamma'_1}{\cos \delta'_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Принимая направление вектора составляющей элементарной волны  $H_{x(n,m)}^{(r)}$  в сторону отрицательных  $x$ , нетрудно найти тангенциальные составляющие векторов поля, падающего на границу раздела:

$$\begin{aligned} E_{\text{пад } \tau}_{\parallel (\mp y)}^{(n,m)} &= E_{x(n,m)}^{(r)} \cos \psi'_1 + E_{z(n,m)}^{(r)} \sin \psi'_1, \\ H_{\text{пад } \tau}_{\parallel (\mp y)}^{(n,m)} &= \pm [-H_{x(n,m)}^{(r)} \sin \psi'_1 + H_{z(n,m)}^{(r)} \cos \psi'_1] \quad (6a) \end{aligned}$$

— для параллельно поляризованных составляющих и

$$\begin{aligned} E_{\text{пад } \tau}_{\perp (\mp y)}^{(n,m)} &= -E_{x(n,m)}^{(r)} \sin \psi'_1 + E_{z(n,m)}^{(r)} \cos \psi'_1, \\ H_{\text{пад } \tau}_{\perp (\mp y)}^{(n,m)} &= \pm [-H_{x(n,m)}^{(r)} \cos \psi'_1 - H_{z(n,m)}^{(r)} \sin \psi'_1] \quad (6b) \end{aligned}$$

— для перпендикулярно поляризованных составляющих.

Здесь индексы  $\mp y$  обозначают плоскую волну у границы раздела  $y = -h$  и  $y = +h$ ; к данному знаку при индексе  $y$  в соответствующей последовательности относится знак перед всем выражением для составляющих магнитных полей.

Обозначив в рассматриваемой системе (рис. 4) амплитуды отраженных  $\tau$  прошедших  $(n, m)$ -х волн соответственно через  $A_n^{(r)} R_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM})}$ ,  $B_n^{(r)} R_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TE})}$  и  $A_n^{(r)} P_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM})}$ ,  $B_n^{(r)} P_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TE})}$  — для направления, совпадающего с направлением распространения элементарной волны, и через  $A_n^{(r)} R'_{\parallel, \perp(n,m)}$ ,  $B_n^{(r)} R'_{\parallel, \perp(n,m)}$  и  $A_n^{(r)} P'_{\parallel, \perp(n,m)}$ ,  $B_n^{(r)} P'_{\parallel, \perp(n,m)}$  — для противоположного направления, и приняв, что для отраженных волн справедливо равенство

$$H_{\text{отр } \tau}^{(n,m)} = -R_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM}, \text{TE})} H_{\text{пад } \tau}^{(n,m)},$$

получим следующие выражения для введенных коэффициентов отражения  $R_{\parallel, \perp(n,m)}$  и прохождения  $P_{\parallel, \perp(n,m)}$ :

$$\begin{aligned} R_{\parallel, \perp(n,m)} &= R_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM}, \text{TE})} = \frac{r_{\parallel, \perp} \exp(-j2h \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})}{1 - r_{\parallel, \perp}^2 \exp(-j4h \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})}, \\ R'_{\parallel, \perp(n,m)} &= R'_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM}, \text{TE})} = \frac{r_{\parallel, \perp}^2 \exp(-j4h \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})}{1 - r_{\parallel, \perp}^2 \exp(-j4h \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})}, \\ P_{\parallel, \perp(n,m)} &= P_{\parallel, \perp(n,m)}^{(\text{TM}, \text{TE})} = \\ &= \frac{p_{\parallel, \perp} \exp[-jh(\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}) - jn(\theta'_1 - \theta'_0)]}{1 - r_{\parallel, \perp}^2 \exp(-j4h \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})} \frac{k_1^2}{k_0^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$P'_{\parallel, \perp(n,m)} = P'^{(\text{TM}, \text{TE})}_{\parallel, \perp(n,m)} =$$

$$= \frac{p_{\parallel, \perp} r_{\parallel, \perp} \exp[-jh(3\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} + \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}) - jn(\theta_1' - \theta_0')]}{1 - r_{\parallel, \perp}^2 \exp(-j4h\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2})} \frac{k_1^2}{k_0^2}.$$

Здесь  $r_{\parallel, \perp}$  и  $p_{\parallel, \perp}$  — коэффициенты Френеля, причем

$$r_{\parallel} = \frac{k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_1'^2} - k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}}{k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} + k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}},$$

$$p_{\parallel} = \frac{2k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}}{k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_1'^2} + k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}},$$

$$r_{\perp} = \frac{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} + \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}},$$

$$p_{\perp} = \frac{2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} + \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}}.$$

В приведенных соотношениях выбор индекса  $\parallel$  или  $\perp$  определяется поляризацией рассматриваемой волны.

Используя (5), (6а), (6б) и (7), получим  $z$ -е составляющие полей отраженных волн:

$$\begin{aligned} E_{\text{отр}\parallel(\mp y)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{\text{отр}\parallel}^{(n,m)} \sin \psi_1' = \frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \times \\ &\times \frac{\alpha_1}{m_1'^2 + \alpha_1^2} \left[ \alpha_1 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} A_n^{(r)} - \omega \mu_1 m_1' B_n^{(r)} \right] (R_{\parallel(n,m)} \times \\ &\times \exp(\pm jn\theta_1') + R'_{\parallel(n,m)} \exp(\mp jn\theta_1')) \times \\ &\times \exp(\pm jy \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1' x - ja_1 z), \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} H_{\text{отр}\parallel(\mp y)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{\text{отр}\parallel}^{(n,m)} \cos \psi_1' = \mp \frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \times \\ &\times \frac{k_1^2 m_1'}{m_1'^2 + \alpha_1^2} \left[ \frac{\alpha_1}{\omega \mu_1} A_n^{(r)} - \frac{m_1'}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}} B_n^{(r)} \right] (R_{\parallel(n,m)} \exp(\pm jn\theta_1') + \\ &+ R'_{\parallel(n,m)} \exp(\mp jn\theta_1')) \exp(\pm jy \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} - jm_1' x - ja_1 z) \end{aligned}$$

— для параллельно поляризованных составляющих поля и

$$E_{\text{отр}\perp(\mp y)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{\text{отр}\perp}^{(n,m)} \cos \psi_1' = \frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \times$$

$$\times \frac{m'_1}{m'^2_1 + \alpha^2_1} \left[ \frac{k^2_1 m'_1}{\sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1}} A_n^{(r)} + \alpha_1 \omega \mu_1 B_n^{(r)} \right] (R_{\perp(n,m)} e^{\pm j n \theta'_1} + \\ + R'_{\perp(n,m)} e^{\mp j n \theta'_1}) \exp (\pm j y \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1} - j m'_1 x - j \alpha_1 z), \quad (86)$$

$$H_{z \text{ отр } \perp(\mp y)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{\text{отр } \perp}^{(n,m)} \sin \psi'_1 = \mp \frac{2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^n \times \\ \times \frac{\alpha_1}{m'^2_1 + \alpha^2_1} \left[ \frac{k^2_1 m'_1}{\omega \mu_1} A_n^{(r)} + \alpha_1 \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1} B_n^{(r)} \right] \times$$

$$\times (R_{\perp(n,m)} e^{\pm j n \theta'_1} + R'_{\perp(n,m)} e^{\mp j n \theta'_1}) \exp (\pm j y \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1} - j m'_1 x - j \alpha_1 z)$$

— для перпендикулярно поляризованных составляющих поля.

Здесь индекс  $\pm y$  определяет отраженную волну, распространяющуюся в направлении отрицательных или положительных значений  $y$  соответственно (к данному знаку при индексе  $y$  в соответствующей последовательности относится знак перед всем выражением для  $H_z$  отр и в показателях степеней экспоненциальных множителей).

Полные значения продольных составляющих отраженного поля будут

$$E_z \text{ отр} = E_z \text{ отр } \parallel (+y) + E_z \text{ отр } \parallel (-y) + E_z \text{ отр } \perp (+y) + E_z \text{ отр } \perp (-y), \quad (9)$$

$$H_z \text{ отр} = H_z \text{ отр } \parallel (+y) + H_z \text{ отр } \parallel (-y) + H_z \text{ отр } \perp (+y) + H_z \text{ отр } \perp (-y).$$

Неизвестные амплитудные коэффициенты  $A_n^{(t)}$ ,  $A_n^{(r)}$ ,  $B_n^{(t)}$ ,  $B_n^{(r)}$  могут быть найдены из граничных условий на поверхности  $P$ -го стержня решетки для электрических и магнитных  $z$ -х и  $\phi$ -х составляющих полных полей внутри и вне стержня. Внутреннее поле определено выражениями (1), (1а), внешнее полное поле складывается из поля, создаваемого решеткой стержней (2), и поля отраженной волны (9). Продольные составляющие внешнего полного поля, таким образом, будут:

$$E_z \text{ полн} = E_z \text{ отр} + E_z^{(r)}, \quad H_z \text{ полн} = H_z \text{ отр} + H_z, \quad (10)$$

где  $E_z^{(r)}$  и  $H_z^{(r)}$  определены в (2).

Чтобы решения удовлетворяли граничным условиям, представим составляющие  $E_z \text{ полн}$  и  $H_z \text{ полн}$  в виде разложения по цилиндрическим функциям относительно оси произвольного  $P$ -го стержня. Для этого, во-первых, воспользуемся теоремой сложения для цилиндрических функций [2, 4] применительно к составляющим  $E_z^{(r)}$  и  $H_z^{(r)}$  (2). Во-вторых, представим составляющие отраженного поля  $E_z \text{ отр}$  и  $H_z \text{ отр}$  (10) в виде разложения по цилиндрическим функциям (относительно оси  $P$ -го стержня), воспользовавшись для этого следующим соотношением [2] (при  $x = x' + Pd$ ):

$$\exp (\mp j y \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1} - j m'_1 x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j)^l J_l (r_p \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1}) \times \\ \times \exp (-j l (\varphi_1 \pm \eta'_1) - j P d m'_1), \quad (11)$$

где  $r_p = \sqrt{(x-Pd)^2 + y^2}$  (рис. 2),  $\operatorname{tg} \eta'_1 = \sqrt{k^2_1 - \alpha^2_1 - m'^2_1} / m'_1$ ,  $x = r_p \cos \varphi_1$ ,  $y = r_p \sin \varphi_1$ , а  $\cos \eta'_1 = \cos \delta'_1 / \sin \gamma'_1$ ,  $\sin \eta'_1 = \cos \delta'_1 / \sin \gamma'_1$ ,

$k_1 \sin \eta'_1 = \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}$ ; кроме того, здесь  $\exp(-jPdm'_1) = \exp(-jP2\pi m - j\psi P) = e^{-j\psi P}$ , так как  $m$  и  $P$  — натуральные числа.

С учетом сказанного для продольных составляющих полного поля (внешнего) вместо (10) будем иметь:

$$\begin{aligned}
 E_z^{(r)}_{\text{полн}} &= (k_1^2 - \alpha_1^2) \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) \exp[-j(i\varphi_1 + \psi P + \alpha_1 z)] \times \right. \\
 &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (C_{A_{nl}} A_n^{(r)} + C_{B_{nl}} B_n^{(r)}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(r)} \left[ H_n^{(2)}(r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) \times \right. \\
 &\times e^{-jn\varphi_1} + 2 \sum_{p=P+1}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} (j)^q H_q^{(2)}((p-P)d \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2})(r_p \times \\
 &\times \left. \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}\right) e^{-j(n+q)\varphi_1} \cos\left((p-P)\psi + q \frac{\pi}{2}\right) \left. \right] \exp(-j\alpha_1 z - j\psi P) \}, \\
 (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_z^{(r)}_{\text{полн}} &= (k_1^2 - \alpha_1^2) \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} l J_l(r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) \exp[-j(i\varphi_1 + \psi P + \alpha_1 z)] \times \right. \\
 &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (D_{A_{nl}} A_n^{(r)} + D_{B_{nl}} B_n^{(r)}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(r)} \left[ H_n^{(2)}(r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) e^{-jn\varphi_1} + \right. \\
 &+ 2 \sum_{p=P+1}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} (j)^q H_q^{(2)}((p-P)d \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) J_{n+q}(r_p \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2}) \times \\
 &\times \left. e^{-j(n+q)\varphi_1} \cos\left((p-P)\psi + q \frac{\pi}{2}\right) \right] \exp(-j\alpha_1 z - j\psi P) \}, \\
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 C_{A_{nl}} &= 4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^l (j)^{l+n}}{d(m_1'^2 + \alpha_1^2)(k_1^2 - \alpha_1^2)} \left[ \left( \alpha_1^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} R'_{\parallel(n,m)} + \right. \right. \\
 &+ \frac{k_1^2 m_1'^2}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}} R'_{\perp(n,m)} \left. \right) \cos(i\eta'_1 + n\theta'_1) + \left( \alpha_1^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2} \times \right. \\
 &\times R_{\parallel(n,m)} + \left. \frac{k_1^2 m_1'^2}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m_1'^2}} R_{\perp(n,m)} \right) \cos(-i\eta'_1 - n\theta'_1) \left. \right], \\
 C_{B_{nl}} &= -4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^l (j)^{l+n}}{d(m_1'^2 + \alpha_1^2)(k_1^2 - \alpha_1^2)} m_1' \alpha_1 \omega \mu_1 [(R'_{\parallel(n,m)} - \\
 &- R'_{\perp(n,m)}) \cos(-i\eta'_1 + n\theta'_1) + (R_{\parallel(n,m)} - R_{\perp(n,m)}) \cos(-i\eta'_1 - n\theta'_1)], \\
 D_{A_{nl}} &= 4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^l (j)^{l+n}}{d(m_1'^2 + \alpha_1^2)(k_1^2 - \alpha_1^2)} \frac{k_1^2 m_1' \alpha_1}{\omega \mu_1} [(R'_{\parallel(n,m)} + \\
 &+ R'_{\perp(n,m)}) \sin(-i\eta'_1 + n\theta'_1) + (R_{\parallel(n,m)} + R_{\perp(n,m)}) \sin(-i\eta'_1 - n\theta'_1)], \\
 (13)
 \end{aligned}$$

$$D_{B_{nl}} = -4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^l(j)^{l+n}}{d(m'^2 + \alpha_1^2)(k_1^2 - \alpha_1^2)} \left[ \left( \frac{k_1^2 m'^2}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m'^2}} \times \right. \right.$$

$$\left. \times R'_{\parallel(n,m)} - \alpha_1^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m'^2} R'_{\perp(n,m)} \right) \sin(i\eta'_1 + n\theta'_1) +$$

$$+ \left( \frac{k_1^2 m'^2}{\sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m'^2}} R_{\parallel(n,m)} - \alpha_1^2 \sqrt{k_1^2 - \alpha_1^2 - m'^2} R_{\perp(n,m)} \right) \sin(-i\eta'_1 - n\theta'_1) \right].$$

Заметим, что ф-е составляющие полного внешнего поля определяются соотношениями (1а) при замене  $E_z^{(t)}$  и  $H_z^{(t)}$  на  $E_z^{(r)}$ <sub>полн</sub> и  $H_z^{(r)}$ <sub>полн</sub>.

Границные условия на поверхности  $P$ -го сержня:

$$\left. \begin{array}{ll} E_z^{(t)} = E_z^{(r)} \text{полн}, & H_z^{(t)} = H_z^{(r)} \text{полн} \\ E_\varphi^{(t)} = E_\varphi^{(r)} \text{полн}, & H_\varphi^{(t)} = H_\varphi^{(r)} \text{полн} \end{array} \right\} \text{при } r = \rho \text{ и } x = x' + Pd. \quad (14)$$

С помощью (1), (1а), (12) и (13) данная система представляется в развернутом виде. При ее решении следует использовать свойства ортогональности функций. В этом случае все члены уравнений системы умножаются на множитель, комплексно-сопряженный с множителем  $e^{-jl\varphi}$ , после чего проводится интегрирование по периоду (от 0 до  $2\pi$ ). Такая процедура проводится  $l$  раз при  $l=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ , что дает возможность найти все неизвестные коэффициенты  $A_l^{(t)}, A_l^{(r)}, B_l^{(t)}, B_l^{(r)}$ . При выборе числа индексов  $n, q, i$  исходят из физических соображений: при достаточно малых толщинах стержней решетки ( $\rho < 0,2\lambda$ ) порядок используемых цилиндрических функций (т. е. членов используемых рядов), описывающих поле, мал (не более трех) и тогда  $q=i=n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ .

В общем случае система уравнений (14) при  $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm l$  (соответственно при  $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, n+q=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ) содержит  $4(2l+1)$  уравнений с таким же числом неизвестных коэффициентов  $A_l^{(t)}, A_l^{(r)}, B_l^{(t)}, B_l^{(r)}$ . При этом в некоторых уравнениях отдельные значения неизвестных могут выпадать (так что должно выполняться условие  $n+q=\pm l$ , и члены, дающие превышение допустимых значений  $n$  или  $q$ , исключаются).

Система (14) позволяет определить неизвестные коэффициенты  $A_l^{(t)}, A_l^{(r)}, B_l^{(t)}, B_l^{(r)}$  и после их исключения — постоянную распространения  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = \alpha_0$  в зависимости от параметров слоя и решетки стержней.

Анализ показывает, что действительные значения  $\alpha = \alpha_0$  получаются лишь в том случае, если ряды, входящие в выражения для  $C_{A_{nl}}, C_{B_{nl}}, D_{A_{nl}}, D_{B_{nl}}$ , содержат хотя бы один член, в котором

$$k_1^2 - \alpha_1^2 - (2\pi m/d + \psi_0/d) \geq 0.$$

При этом условии распространение волны вдоль слоя с решеткой стержней возможно. При его нарушении  $\alpha = \alpha_0$  — мнимая величина и волна в слое не распространяется. Значения  $m$ , при которых это условие выполняется, определяют типы распространяющихся волн, каждый со своим значением  $\alpha$ . Нетрудно видеть, что при неизменных  $h, \rho, \lambda$  и фиксированных значениях  $\psi$  (или  $d$ ) существуют дискретные области значений  $d$  (или  $\psi$ ), определяемые параметром  $m$  ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), при которых волна распространяется в слое.

### 3. ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕШЕТКИ СТЕРЖНЕЙ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНОЙ

Пусть на слой с решеткой стержней падает плоская волна, поляризованная под углом  $\nu$  к плоскости падения. Направление распространения волны определяется углами  $\delta_0''$ ,  $\beta_0''$ ,  $\gamma_0''$  (рис. 5).

Для падающей волны

$$E_{\text{стор}}^{(t)} = E_0 \exp [-jk_0(x \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0'' + y \sin \gamma_0'' \sin \varphi_0'' + z \cos \gamma_0'')],$$

здесь  $\cos \varphi_0'' = \cos \delta_0'' / \sin \gamma_0''$ .

Границные условия на  $r$ -м стержне решетки следующие:

$$\left. \begin{aligned} E_z^{(t)} &= E_z^{(r)}_{\text{полн}} + E_z^{(h)}_{\text{стор}}, & H_z^{(t)} &= H_z^{(r)}_{\text{полн}} + H_z^{(h)}_{\text{стор}} \end{aligned} \right\} \text{при } r = \rho \text{ и} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} E_\varphi^{(t)} &= E_\varphi^{(r)}_{\text{полн}} + E_\varphi^{(h)}_{\text{стор}}, & H_\varphi^{(t)} &= H_\varphi^{(r)}_{\text{полн}} + H_\varphi^{(h)}_{\text{стор}} \end{aligned} \right\} x = x' + Pd.$$

Здесь  $E_z^{(h)}$ ,  $E_\varphi^{(h)}$ ,  $H_z^{(h)}$ ,  $H_\varphi^{(h)}$  —  $z$ -я и  $\varphi$ -я составляющие поля сторонней волны в слое.

Для нахождения этих составляющих необходимо разложить падающую волну на составляющие, поляризованные параллельно и перпендикулярно плоскости падения, и для каждого случая в отдельности найти значение амплитуд прошедшей ( $E_{0(\parallel, \perp)}^{(t)}$ ), отраженной ( $E_{0(\parallel, \perp)}^{(r)}$ ) и преломленной в слое ( $E_{1(\parallel, \perp)}^+$  и  $E_{1(\parallel, \perp)}^-$ ) волн (рис. 6). Такая задача легко решается при использовании условий на границах  $y=h$  и  $y=-h$ . Решение ее и необходимые здесь результаты можно найти, например, в работе [3].

Зная эти результаты, нетрудно далее найти  $z$ -е составляющие поля волны в слое, получаемого суммированием полей с амплитудами  $E_1^+$  и  $E_1^-$  для параллельно и перпендикулярно поляризованных составляющих падающей волны:  $E_z^{(h) \parallel}$ ,  $H_z^{(h) \parallel}$ ,  $E_z^{(h) \perp}$ ,  $H_z^{(h) \perp}$ , записанных в виде плоской волны. После представления входящих в эти соотношения прямой и обратных волн в слое (с амплитудами  $E_1^+$ ,  $E_1^-$ ) суммой цилиндрических волн, отнесенных к координате  $P$ -го стержня, получим

$$E_z^{(h) \text{стор} \parallel} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j)^l \operatorname{ctg} \beta_1'' \cos \gamma_1'' J_l(k_1 r_p \sin \gamma_1'') \times$$

$$\times (E_{1(\parallel)}^+ e^{-jl\eta'_1} + E_{1(\parallel)}^- e^{jl\eta'_1}) \exp (-ji\varphi_1' - jk_1 z \cos \gamma_1'' - jk_1 P d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1''),$$

$$E_z^{(h) \text{стор} \perp} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j)^l \frac{\cos \delta_1''}{\sin \beta_1''} J_l(k_1 r_p \sin \gamma_1'') \times$$

$$\times (E_{1(\perp)}^+ e^{-jl\eta'_1} + E_{1(\perp)}^- e^{jl\eta'_1}) \exp (-ji\varphi_1' - jk_1 z \cos \gamma_1'' - jk_1 P d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1''), \quad (16)$$

$$H_z^{(h) \text{стор} \parallel} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j)^l \frac{k_1}{\omega \mu_1} \frac{\cos \delta_1''}{\sin \beta_1''} J_l(k_1 r_p \sin \gamma_1'') \times$$

$$\times (E_{1(\parallel)}^+ e^{-jl\eta'_1} - E_{1(\parallel)}^- e^{jl\eta'_1}) \exp (-ji\varphi_1' - jk_1 z \cos \gamma_1'' - jk_1 P d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1''),$$

$$H_z^{(h) \text{стор} \perp} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j)^l \frac{k_1}{\omega \mu_1} \operatorname{ctg} \beta_1'' \cos \gamma_1'' J_l(k_1 r_p \sin \gamma_1'') \times$$

$$\times (E_{1(\perp)}^+ e^{-jl\eta'_1} - E_{1(\perp)}^- e^{jl\eta'_1}) \exp (-ji\varphi_1' - jk_1 z \cos \gamma_1'' - jk_1 P d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1''),$$

тогда как ф-е составляющие полного внутреннего поля сторонней волны для каждого вида поляризации могут быть найдены с помощью соотношений (1а).

Общее суммарное поле сторонней волны будет следующим:

$$\begin{aligned} E_z^{(h)}_{\text{стор}} &= E_z^{(h)}_{\text{стор}\parallel} + E_z^{(h)}_{\text{стор}\perp}, & H_z^{(h)}_{\text{стор}} &= H_z^{(h)}_{\text{стор}\parallel} + H_z^{(h)}_{\text{стор}\perp}, \\ E_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}} &= E_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}\parallel} + E_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}\perp}, & H_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}} &= H_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}\parallel} + H_{\varphi}^{(h)}_{\text{стор}\perp}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (1), (1а), (12), (13), (17) в (15) при  $r_p = p$ , получим систему, из которой находятся неизвестные коэффициенты  $A_l^{(t)}$ ,  $A_l^{(r)}$ ,  $B_l^{(t)}$ ,  $B_l^{(r)}$  при  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , определяемые необходимой степенью приближения, зависящей от диаметра стержней решетки.

Анализ системы показывает, что необходимым условием для ее решения являются следующие равенства:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha_1 = \alpha_2 = k_1 \cos \gamma_1'' = k_0 \cos \gamma_0'', \\ \psi &= k_1 d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1'' = k_0 d \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0''. \end{aligned} \quad (18)$$

а также  $\gamma_1'' = \gamma_1'$ ,  $\varphi_1'' = \varphi_1'$ ,  $\delta_1'' = \delta_1'$ ,  $\beta_1'' = \beta_1'$ .

Решение системы (15) при приведенных условиях позволяет составить полное представление о характере возбуждения произвольно падающей волной рассматриваемого слоя с решеткой стержней и о влиянии параметров слоя и решетки на характер распространения волны вдоль всей системы.

#### 4. ПОЛЕ ВО ВНЕШНЕЙ СРЕДЕ

Для нахождения поля во внешней среде сначала найдем в области  $y > h$  и  $y < -h$  составляющие поля от решетки стержней. С помощью (6а), (6б) и (7) определим

$$\begin{aligned} E_x^{\text{прош}(\mp y)} &= E_x^{\text{прош}\parallel} + E_x^{\text{прош}\perp} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{d} \frac{(j)^n}{m'^2 + \alpha^2} \times \\ &\times \left\{ \left[ m'_0 \alpha_0 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} A_n^{(r)} - \omega \mu_0 m_0'^2 B_n^{(r)} \right] \left( P_{\parallel(n,m)} \times \right. \right. \\ &\times e^{\pm j n \theta_0'} + P'_{\parallel(n,m)} e^{\mp j n \theta_0'} \left. \right) - \left[ \frac{k_0^2 m'_0 \alpha_0}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}} A_n^{(r)} + \right. \\ &\left. \left. + \omega \mu_0 \alpha_0^2 B_n^{(r)} \right] \left( P_{\perp(n,m)} e^{\pm j n \theta_0'} + P'_{\perp(n,m)} e^{\mp j n \theta_0'} \right) \right\} \times \\ &\times \exp \left( \pm j y \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} - j m'_0 x - j \alpha_0 z \right), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} E_y^{\text{прош}(\mp y)} &= - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{d} (j)^n \left[ \alpha_0 A_n^{(r)} \frac{\omega \mu_0 m'_0}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}} B_n^{(r)} \right] \times \\ &\times \left( P_{\parallel(n,m)} e^{\pm j n \theta_0'} + P'_{\parallel(n,m)} e^{\mp j n \theta_0'} \right) \exp \left( \pm j y \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} - j m'_0 x - j \alpha_0 z \right), \\ E_z^{\text{прош}(\mp y)} &= E_z^{\text{прош}\parallel} + E_z^{\text{прош}\perp} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{d} \frac{(j)^n}{m_0'^2 + \alpha_0^2} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \left[ \alpha_0^2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} A_n^{(r)} - \omega \mu_0 m_0' \alpha_0 B_n^{(r)} \right] (P_{\parallel(n,m)} \times \right. \\ & \times e^{\pm j n \theta_0'} + P'_{\parallel(n,m)} e^{\mp j n \theta_0'}) + \left[ \frac{k_0^2 m_0'^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2}} A_n^{(r)} + \omega \mu_0 m_0' \alpha_0 B_n^{(r)} \right] \times \\ & \left. \times \left( P_{\perp(n,m)} e^{\pm j n \theta_0'} + P'_{\perp(n,m)} e^{\mp j n \theta_0'} \right) \right\} \exp \left( \pm j y \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - m_0'^2} - j m_0' x - j \alpha_0 z \right). \end{aligned}$$

Здесь везде, в том числе и в выражениях  $P_{\parallel}$ ,  $P_{\perp}$ ,  $A_n^{(r)}$ ,  $B_n^{(r)}$ ,  $\alpha_0 = \alpha_1 = k_0 \cos \gamma_0'$ ,  $\psi = k_0 d \sin \gamma_0' \cos \varphi_0'$ .

Обращаясь к рис. 5 и (18), легко найти составляющую электрического поля решетки, ориентированную параллельно вектору  $E$  падающей сторонней волны:

$$E_{\text{прош}(\mp y)} = E_x \text{ прош}(\mp y) (-\sin \chi_0 \sin \nu - \cos \chi_0 \cos \beta_0 \cos \nu) + \quad (20)$$

$$+ E_y \text{ прош}(\mp y) \sin \beta_0 \cos \nu + E_z \text{ прош}(\mp y) (\cos \chi_0 \sin \nu - \cos \beta_0 \sin \chi_0 \cos \nu).$$

Далее с помощью [3] определяются составляющие электрического отраженного и прошедшего поля сторонней волны (рис. 6):

$$\begin{aligned} E_{\text{стор}}^{(t)} = & (E_{0\parallel}^{(t)} \cos \nu + E_{0\perp}^{(t)} \sin \nu) \exp [-j k_0 (x \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0'' + \\ & + y \sin \varphi_0'' \sin \gamma_0'' + z \cos \gamma_0'')] \quad (21a) \end{aligned}$$

— для прошедшей волны ( $y > h$ ) и

$$\begin{aligned} E_{\text{стор}}^{(r)} = & (E_{0\parallel}^{(r)} \cos \nu + E_{0\perp}^{(r)} \sin \nu) \exp [-j k_0 (x \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0'' + \\ & + y \sin \varphi_0'' \sin \gamma_0'' + z \cos \gamma_0'')] \quad (21b) \end{aligned}$$

— для отраженной волны ( $y < -h$ ).

Окончательно полные прошедшее и отраженное поля, поляризованные одинаково с падающей волной, будут иметь следующие электрические составляющие:

$$E_{\text{прош}}^{(\text{полн})} = E_{\text{прош}(+y)} + E_{\text{стор}}^{(t)} \quad \text{для } y > h, \quad (22)$$

$$E_{\text{отр}}^{(\text{полн})} = E_{\text{прош}(-y)} + E_{\text{стор}}^{(r)} \quad \text{для } y < -h.$$

Анализ (22) показывает, что прошедшее и отраженное поля представляют собой спектр плоских волн, отличающихся составляющими постоянной распространения по осям  $X$  и  $Y$ . Эти составляющие зависят от коэффициента  $m$  и параметров слоя и решетки стержней. Выделяя основную волну спектра (при  $m=0$ ), легко найти соотношение между параметрами слоя и решетки, при которых будет только эта основная волна. Такое соотношение определяется условием  $\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2} > 0$ . Учитывая (18), легко найти условия, ограничивающие размеры стержней и шаг решетки, при которых существует лишь основная волна:

$$\rho < \lambda, \quad d/\lambda < 1/[\sin \gamma_0'' (1 + \cos \varphi_0'')]. \quad (23)$$

Коэффициенты прохождения и отражения запишутся:

$$P = E_{\text{прош}}^{(\text{полн})}/E_{\text{стор}}^{(t)}, \quad R = E_{\text{отр}}^{(\text{полн})}/E_{\text{стор}}^{(r)}. \quad (24)$$

## 5. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

Рассмотрим несколько частных случаев, представляющих практический интерес.

а) Решетка стержней, удовлетворяющая ограничениям (23). Для такой решетки система (15) существенно упрощается, так как остаются лишь неизвестные коэффициенты с индексом «0»:  $A_0^{(r)}$ ,  $A_0^{'(r)}$ ,  $B_0^{(r)}$ ,  $B_0^{'(r)}$  (существенны лишь члены с индексами  $i=0$ ,  $n=0$ ). Кроме того, в выражениях для полей (19) основную роль играют члены при  $m=0$ ; члены при  $m \neq 0$  с увеличением  $|y|$  стремятся к нулю.

При условии  $|y| \gg \lambda$  вместо (22) имеем

$$E_{\text{прош}}^{(\text{полн})} = E_{\text{прош}(+y)}|_{m=0} + E_{\text{стор}}^{(r)}, \quad E_{\text{отр}}^{(\text{полн})} = E_{\text{прош}(-y)}|_{m=0} + E_{\text{стор}}^{(r)}, \quad (25)$$

где  $E_{\text{прош}(+y)}|_{m=0}$ ,  $E_{\text{прош}(-y)}|_{m=0}$  определяются (20), но при  $m=0$ :

$$\begin{aligned} E_{\text{прош}(+y)}|_{m=0} &= \frac{2}{d} \left\{ \frac{-1}{(\psi/d)^2 + \alpha_0^2} \left[ \left( \frac{\psi}{d} \alpha_0 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2} A_0^{(r)} - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \omega \mu_0 \left( \frac{\psi}{d} \right)^2 B_0^{(r)} \right) (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) - \left( \frac{k_0^2 (\psi/d) \alpha_0}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2}} A_0^{'(r)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \omega \mu_0 \alpha_0^2 B_0^{'(r)} \right) (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) \right] (\sin \chi_0 \sin \nu + \cos \chi_0 \cos \beta_0'' \cos \nu) + \\ &\quad \left. + \frac{1}{(\psi/d)^2 + \alpha_0^2} \left[ \left( \alpha_0^2 \sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2} A_0^{(r)} - \omega \mu_0 \alpha_0 \frac{\psi}{d} B_0^{(r)} \right) \times \right. \right. \\ &\quad \times (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) + \frac{k_0^2 (\psi/d)^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2}} A_0^{'(r)} + \omega \mu_0 \alpha_0 \frac{\psi}{d} B_0^{'(r)} \times \\ &\quad \times (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) \left. \right] (\cos \chi_0 \sin \nu - \cos \beta_0'' \sin \chi_0 \cos \nu) - \\ &\quad \left. - (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) \left( \alpha_0 A_0^{(r)} - \frac{\omega \mu_0 (\psi/d)}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_0^2 - (\psi/d)^2}} B_0^{(r)} \right) \sin \beta_0'' \cos \nu \right\} \times \\ &\quad \times \exp [-jk_0(x \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0'' + y \sin \gamma_0'' \sin \varphi_0'' + z \cos \gamma_0'')]. \end{aligned} \quad (25a)$$

Выражение для  $E_{\text{прош}(-y)}|_{m=0}$  имеет аналогичный вид, но при замене знака перед  $y$  на обратный.

В приведенных выражениях везде (в том числе для  $P_{\parallel, \perp(0)}$ ,  $A_0^{(r)}$ ,  $B_0^{(r)}$ )

$$\alpha_1 = \alpha_0 = k_0 \cos \gamma_0'', \quad \psi = k_0 d \sin \gamma_0'' \cos \varphi_0'' = k_1 d \sin \gamma_1'' \cos \varphi_1''.$$

Соотношения (25) с учетом (25a) определяют плоские волны, распространяющиеся от слоя в сторону  $+$  и  $-y$  соответственно. При увеличении шага решетки  $d/\lambda$  больше критического появляются дополнительные плоские волны, соответствующие значениям  $m \neq 0$ , т. е. решетка начинает рассеивать падающую на нее волну.

б) Решетка подчинена условию (23); плоскость падения сторонней волны перпендикулярна стержням, падающая волна поляризована перпендикулярно плоскости падения ( $\gamma_0'' = 90^\circ$ ,  $\delta_0'' = \varphi_0'' = 90^\circ - \beta_0''$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi_0 = 0^\circ$ ).

В этом случае при  $|y| \gg \lambda$  вместо (25) имеем

$$E_{\text{прош}}^{(\text{полн})} = \left[ -A_0^{(r)} \frac{2k_0}{d \cos \beta_0''} (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) + E_{0\perp}^{(t)} \right] \times \\ \times \exp [-jk_0 (x \sin \beta_0'' + y \cos \beta_0'')],$$

$$E_{\text{отр}}^{(\text{полн})} = \left[ -A_0^{(r)} \frac{2k_0}{d \cos \beta_0''} (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) + E_{0\perp}^{(t)} \right] \times \\ \times \exp [-jk_0 (x \sin \beta_0'' - y \cos \beta_0'')].$$

Коэффициенты прохождения и отражения для сторонней волны будут

$$P = -\frac{A_0^{(r)}}{E_0} \frac{2k_0}{d \cos \beta_0''} (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) + \frac{E_{0\perp}^{(t)}}{E_0}, \\ R = -\frac{A_0^{(r)}}{E_0} \frac{2k_0}{d \cos \beta_0''} (P_{\perp(0)} + P'_{\perp(0)}) + \frac{E_{0\perp}^{(t)}}{E_0}. \quad (26)$$

в) Решетка подчинена условию (23); стержни лежат в плоскости падения, падающая волна поляризована параллельно плоскости падения ( $\gamma_0 = 90^\circ - \beta_0'', \delta_0'' = \varphi_0'' = 90^\circ, \chi_0 = -90^\circ, \nu = 0^\circ$ ).

В данном случае при  $|y| \gg \lambda$

$$E_{\text{прош}}^{(\text{полн})} = \left[ -A_0^{(r)} \frac{2k_0}{d} (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) + E_{0\parallel}^{(t)} \right] \exp [-jk_0 (y \cos \beta_0'' + z \sin \beta_0'')],$$

$$E_{\text{отр}}^{(\text{полн})} = \left[ -A_0^{(r)} \frac{2k_0}{d} (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) + E_{0\parallel}^{(t)} \right] \exp [+jk_0 (y \cos \beta_0'' - z \sin \beta_0'')].$$

Коэффициенты прохождения и отражения будут

$$P = -\frac{A_0^{(r)}}{E_0} \frac{2k_0}{d} (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) + \frac{E_{0\parallel}^{(t)}}{E_0}, \\ R = \left[ -\frac{A_0^{(r)}}{E_0} \frac{2k_0}{d} (P_{\parallel(0)} + P'_{\parallel(0)}) + \frac{E_{0\parallel}^{(t)}}{E_0} \right] \exp (-j2k_0 h \cos \beta_0''). \quad (27)$$

г) Решетка подчинена условию (23); проводимость стержней бесконечно большая (металл); условия падения сторонней волны те же, что и в п. б).

Бесконечно большая проводимость стержней приводит к равенству нулю коэффициентов  $A_n^{(t)}, B_n^{(t)}$ . Условие (23) приводит к тому, что в выражениях (22) остаются лишь члены при  $m=0$ . Все вместе определяет тот факт, что соотношения (22) полностью соответствуют соотношениям, полученным в работе [3], в которой рассмотрена аналогичная задача, но с решеткой тонких металлических стержней.

Правильность изложенной теории проверялась экспериментально. На рис. 7 приведены расчетные кривые, полученные с помощью выражений (26) для слоя с решеткой стержней при  $d/\lambda=0,15, \rho/\lambda=0,01, h/\lambda=0,1, \mu_1=\mu_2=1,0, \varepsilon_1=4,0, \varepsilon_2=4,0, \sigma_2=3,0 \text{ } \Omega m^{-1} \cdot m^{-1}, k_0=1,96 \cdot 10^2$ . На том же рисунке точками отмечены измеренные значения коэффи-

циентов прохождения и отражения (по мощности). Расчетные данные достаточно хорошо согласуются с экспериментальными результатами, что говорит о правильности теоретических предпосылок, положенных в основу решения, и полученных расчетных соотношений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Уэйт Д. Электромагнитное излучение из цилиндрических систем. / Пер. с англ / Под ред. Г. В. Кисунько. — М.: Сов. радио, 1963.
2. Стреттон А. Дж. Теория электромагнетизма. — М.—Л.: ОГИЗ, 1948.
3. Каплун В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1965, 8, № 4, с. 743.
4. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. — М.—Л.: Физматгиз, 1963.

Всесоюзный заочный политехнический  
институт

Поступила в редакцию  
23 мая 1983 г.

## DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A LATTICE OF CYLINDRICAL SEMICONDUCTING RODS IN A PLANE DIELECTRIC LAYER

V. A. Kaplun, V. I. Kulish

A system has been obtained of simple linear equations for definition of a constant of electromagnetic wave propagation along a lattice of parallel semiconducting rods being placed in a plane dielectric layer parallel to the boundary surface. The finite depth of rods is taken into account, their diameter amounts tenth fraction of the wave length. The dependence has been found of the propagation constant on parameters of rod lattice and the dielectric layer. Conditions have been considered for the excitation of the system by an external plane electromagnetic wave incident under an arbitrary angle. Expressions are given for fields inside and outside the layer. For certain particular cases interesting for practical purposes, relations have been obtained for the coefficients of transmission and reflection. It is noted that the construction considered may find practical use in antenna technique and radio absorbing constructions.

## V КОНФЕРЕНЦИЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ СТРАН ПО ЖИДКИМ КРИСТАЛЛАМ (Окончание)

Доклад А. Г. Петрова и др. был посвящен электрической и термической неустойчивостям лиотропных ЖК, образующихся, например, при растворении лецитина в воде или этиленгликоле. На основе результатов, изложенных в этом и других докладах, можно сделать вывод, что значение лиотропных мезофаз в описании функционирования биологических систем стремительно возрастает. В этой связи уместно отметить доклад Ю. М. Евдокимова, в котором обсуждалось открытие жидкокристаллического состояния нуклеиновых кислот, и доклад А. А. Вазиной об обнаружении короткоживущих мезофаз в мышечных тканях в процессе их сокращения.

По решению конференции в ближайшее время синтезу и изучению различных лиотропных ЖК и мезоморфогенов на основе макроциклов будет уделяться особое внимание. Что касается смектических и полимерных ЖК, то их исследования уже сейчас проводятся широким фронтом. Подтверждением тому служили доклады Л. Бата «Дизлектрические свойства смектиков», С. М. Стишова, А. Н. Зисмана, С. Н. Нефедова «Исследование фазовых переходов в смектических ЖК при высоких давлениях», М. Чопича «Точка Лифшица в хиральных смектиках С», В. П. Шибаева, Н. А. Плат «Молекулярная подвижность и структурные превращения в термотропных жидких кристаллических полимерах», А. Ю. Гросберга «К статистической теории макроскопических свойств полимерных и биополимерных ЖК» и др. Можно не сомневаться, что на следующей конференции социалистических стран в г. Галле (ГДР, 1985 г.) ЖК еще не раз заставят нас удивиться многообразию архитектурных композиций, созданных из органических молекул природой и человеком.

В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский.