

УДК 533.9

СТАЦИОНАРНЫЕ ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ С ЗАХВАЧЕННЫМИ ЧАСТИЦАМИ

И. В. Бачин, В. Б. Красовицкий

Показана возможность существования стационарных ленгмюровских волн в плазме с электронным пучком. Наличие захваченных волной электронных сгустков сопровождается модуляцией амплитуды поля, так что волновые пакеты представляют собой волны огибающей. При групповой скорости волны, близкой к групповой скорости плазмы, и не слишком малой плотности пучка геометрия импульса поля определяется эффектами самосжатия волн (модуляционной неустойчивостью) и дисперсией. Исследованы статический и динамический режимы захвата пучка волной. Получены аналитические и численные решения.

Согласно [1,2] инжекция электронного пучка в плазму с ленгмюровской турбулентностью сопровождается эволюцией предварительно сформированного газа солитонов с характерным временем, зависящим от плотности энергии пучка. При этом форма импульсов остается неизменной (солитонной), а изменяется их амплитуда и групповая скорость. Проведенное в работе [3] исследование показало, что эта ситуация реализуется лишь при достаточно малых плотностях энергии, когда можно пренебречь влиянием пучка на форму импульсов поля. В частности, если внешнее поле отсутствует, то колебания генерируются самим пучком в условиях черенковского резонанса, не распадается на отдельные солитоны и представляют собой периодические волны огибающей [3].

Полученные в работе [3] решения справедливы лишь для достаточно плотного и быстрого пучка, когда определяющим нелинейным эффектом является зависимость плотности плазмы от амплитуды поля, а пучок остается линейным. Тем самым эффекты захвата частиц пучка волной [4] оказываются несущественными. Целью настоящей работы является учет эффектов нелинейного взаимодействия пучка с волной одновременно с нелинейностью плазмы. Для получения аналитического решения этой задачи использована модель тонких электронных сгустков [5], качественно правильно описывающая сильно нелинейную стадию пламенно-пучковой неустойчивости, сопровождаемую бунчировкой пучка в поле основной волны [4]* (рассматриваются времена, меньшие характерного времени развития сателлитной неустойчивости, когда остается справедливым одномодовое приближение [4]). Заметим, что взаимодействие последовательностей электронных сгустков с плазменными колебаниями исследовалось ранее в работах [7], где в отличие от нашей постановки задачи предполагалось, что электронные сгустки предварительно формировались на входе системы, а частота возбуждаемых квазистационарных волн заметно отличалась от плазменной.

* Проведенный в работе [6] численный анализ моделей сплошного и дискретного пучков указывает на их хорошее качественное соответствие, а ошибка в численных коэффициентах не превышает 20—50 %.

1. Система нелинейных уравнений. Так как амплитуда искомого волн

$$E(t, z) = \text{Re}(z - ut) \exp [i(\omega t - kz)] \quad (1)$$

($E(z - ut)$ — комплексная амплитуда поля, u — групповая скорость, ω и k — удовлетворяют условиям плазменного и черенковского резонансов) в системе отсчета групповой скорости зависит лишь от координаты, то для решения задачи удобно воспользоваться методом теории ЛБВ [8], представляя искомую систему нелинейных уравнений в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - v_T^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega_p^2(E) \right] E(t, z) = \\ = -4\pi \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - v_T^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] j_b, \end{aligned} \quad (2)$$

$$j_b(t, z) = T j_0 \sum_{s=-\infty}^{\infty} \delta \left[t - \frac{z}{v_0 - u} - sT - \tau_s(z) \right],$$

$$\tau_s''(z) = -\frac{e}{m} \left[\frac{1}{v_0 - u} + \tau_s'(z) \right]^3 \text{Re} E \left(z, \frac{z}{v_0 - u} + sT + \tau_s(z) \right).$$

Первое уравнение (2) учитывает, то в системе отсчета групповой скорости плазма движется со скоростью $-u$. Слагаемое $z/(v_0 - u)$ соответствует равномерному движению электронных сгустков, а $\tau_s(z)$ — медленному смещению s -го сгустка по фазе относительно волны, T представляет собой период следования сгустков в фиксированной плоскости $z = \text{const}$, $j_0 = \int_0^T j_b dt$ — средняя плотность пучка, $\omega_p^2(E) = \omega_p^2(0) \times$

$$\times \exp \left(-\frac{|E|^2 - E_0^2}{E_T^2} \right), E_T^2 = 16\pi n_p (T_e + T_i) (1 - u^2/c_s^2), \omega_p^2(0) = 4\pi e^2 n_p / m,$$

$c_s = (T_e + T_i/M)^{1/2}$, n_p — плотность плазмы, соответствующая амплитуде внешнего поля E_0 , M и m — массы ионов и электронов, T_i и T_e — температура ионов и электронов плазмы, $v_T^2 = T_e/m$, $u < c_s \ll v_0$.

Будем считать, что частота следования сгустков $\omega = 2\pi/T$ и волновое число k удовлетворяют условиям черенковского и плазменного резонансов

$$\omega = k(v_0 - u), \quad \omega_p^2 + k^2 v_T^2 = (\omega + ku)^2, \quad (3)$$

и подставим (1) в (2). После усреднения по временному периоду получаем

$$\begin{aligned} v_T^2 E'' + 2i\omega_p(u - v_g) E' - \omega_p^2 \left[\exp \left(-\frac{|E|^2 - E_0^2}{E_T^2} \right) - 1 \right] = \\ = i8\pi j_0 \omega_p \exp(-i\omega_p \tau), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau'' = -\frac{e}{m} \left(\frac{1}{v_0} + \tau' \right)^3 \text{Re} E \exp(i\omega_p \tau)$$

Слагаемые порядка $u^2/v_T^2 \ll 1$ и $v_T^2/v_0^2 \ll 1$ опущены, $v_g = v_T^2/v_0$ — групповая скорость плазмы, $\omega_p = \omega_p(0) \simeq kv_0$.

2. «Жестко» захваченные сгустки. Рассмотрим решение системы (4), соответствующее «жесткому» захвату электронных сгустков волной, раскладывая в ряд $\exp \left(-\frac{|E|^2 - E_0^2}{E_T^2} \right)$. Заменой переменной

$$E(z) = \varepsilon(z) \exp\left(i \frac{u - v_g}{v_T} \frac{z}{\lambda_d}\right), \quad \lambda_d = \frac{v_T}{\omega_p},$$

приведем (4) к виду

$$\lambda_d^2 \varepsilon'' - \frac{\varepsilon_c^2 - |\varepsilon|^2}{E_T^2} \varepsilon = i \frac{8\pi j_0}{\omega_p} \exp(-i\Phi),$$

$$\tau'' = -\frac{e}{m} \left(\frac{1}{v_0} + \tau'\right)^3 \operatorname{Re} \varepsilon \exp(i\Phi), \quad (5)$$

$$\varepsilon_c^2 = E_0^2 - E_T^2 \frac{(u - v_g)^2}{v_T^2}, \quad \Phi = \omega_p \tau + \frac{u - v_g}{v_T} \frac{z}{\lambda_d}.$$

Легко видеть, что при $\Phi = \pm \pi/2$ обмен энергией между электронным сгустком и волной отсутствует и уравнение движения удовлетворяется автоматически, а уравнение для поля становится вещественным [9]:

$$\frac{d^2 W}{d\xi^2} - (W_c^2 - W^2) W = J_0, \quad (6)$$

$$W = \pm \frac{\varepsilon}{E_T}, \quad W_c = \frac{\varepsilon_c}{E_T}, \quad \xi = \frac{z}{\lambda_d}, \quad J_0 = \frac{8\pi j_0}{\omega_p E_T}.$$

Проинтегрируем уравнение (6), считая выполненным условие $W'(0) = W(0) = 0$. Соответствующее уравнение первого порядка имеет вид

$$\frac{dW}{d\xi} = \left[W^2 \left(W_c^2 - \frac{W^2}{2} \right) + 2J_0 W \right]^{1/2}. \quad (7)$$

В отсутствие пучка $J_0 = 0$ при $W_c^2 > 0$ существует солитонное решение [1]:

$$W(\xi) = \sqrt{2} W_c \operatorname{ch}^{-1}(W_c \xi). \quad (8)$$

Присутствие в плазме пучка $J_0 > 0$ (даже очень слабого $\alpha = \frac{2J_0}{W_c^3} \ll 1$) принципиальным образом изменяет решение. Действительно, последнее слагаемое в правой части уравнения (7) является определяющим при малых W , и, наряду с W_{\max} , появляется вторая точка поворота $W_{\min} = 0$, так что функция $W(\xi)$ становится периодической. С уменьшением параметра α расстояние между пиками поля увеличивается, и при $\alpha \rightarrow 0$ периодическая структура вырождается в солитон (8).

В практически важном случае, когда внешнее поле отсутствует, а групповая скорость волны совпадает с групповой скоростью плазмы ($W_c = 0$), уравнение (7) упрощается:

$$\frac{dy}{d\xi} = \Lambda^{-1} [y(1 - y^3)]^{1/2}, \quad (9)$$

$$y = W(4J_0)^{-1/3}, \quad \Lambda = \sqrt{2}(4J_0)^{-1/3}.$$

Решение (9) с произвольным граничным условием $y(0)$ является периодической функцией с пространственным периодом Λ , а амплитуда y меняется в пределах от 0 до 1. Такую форму можно интерпретировать как последовательность отдельных солитонов.

Заметим, что как в случае (8), так и в (9) максимальная амплитуда поля связана с обратной длиной модуляции Δk соотношением $\varepsilon_m/E_T \sim \Delta k \lambda_d$, характерным для систем с модуляционной неустойчивостью [8]. Существенно, что при наличии пучка в плазме не существует решения типа уединенного импульса, удовлетворяющего условиям $\varepsilon' = \varepsilon = 0$ на бесконечности.

Следует отметить частное решение уравнения (6), полученное Фрайманом [9] при $W_c^2 = 3(J_0/2)^{2/3}$, представимое в элементарных функциях:

$$W = \frac{W_c}{\sqrt{3}} \left(-1 + \frac{4}{1 + (2/3)W_c^2 \xi^2} \right).$$

Эта формула описывает колоколообразный импульс и соответствует захвату неограниченного пучка, обладающего бесконечной энергией, как целого. Поэтому в отличие от обычного солитонного решения (8) такая уединенная волна обладает бесконечной энергией и носит, по-видимому, для нашей задачи формальный характер.

3. Нелинейные фазовые колебания. Рассмотренный выше режим взаимодействия пучка с плазмой характеризуется тем, что каждый электронный сгусток находится в фиксированной фазе волны, где напряженность электрического поля равна нулю. Отсутствие обмена энергией пучка с полем служит предпосылкой для распространения в плазменно-пучковой системе стационарных волн плотности заряда.

Если разность фаз пучка и поля отлична от $\pm \pi/2$, то электронные сгустки эффективно взаимодействуют с волной. Однако и в этом случае в плазме с пучком существуют стационарные волны, так как приращение энергии сгустка после пролета через пространственный период огибающей волны равно нулю. В отличие от рассмотренной выше статической ситуации теперь необходимо учесть динамику сгустков в самосогласованном поле, рассматривая уравнения для поля вместе с уравнением движения.

Интегрируя систему уравнений (4) с начальными условиями $E'(0) = E(0) = \tau'(0) = 0$, находим интеграл энергии:

$$\begin{aligned} i v_T^2 \int (E E^* - E^* E') + 2\omega_p (u - v_g) |E|^2 &= \\ &= \frac{8\pi\omega_p j_0 m}{e} [(1/v_0 + \tau')^{-2} - v_0^2]. \end{aligned} \quad (10)$$

Дальнейшее аналитическое решение уравнений (4) и (10) возможно при условии, что эффектом дисперсии можно пренебречь. Тогда, опуская в (9) первое слагаемое, получаем

$$\tau' = \left[v_0^2 + \frac{e(u - v_g) |E|^2}{4\pi m j_0} \right]^{-1/2} - \frac{1}{v_0}. \quad (11)$$

Представляя поле в виде $E = |E| \exp(-i\theta)$ и вводя разностную фазу $\eta = \omega_p \tau - \theta$, из (4) и (11) получаем

$$\begin{aligned} E' &= \frac{4\pi j_0}{u - v_g} \cos \eta, \\ \omega_p^{-1} \eta' &= \left[v_0^2 + \frac{e(u - v_g) E^2}{4\pi m j_0} \right]^{-1/2} - \frac{1}{v_0} - \frac{1}{2(u - v_g)} \times \\ &\times \left[\exp\left(-\frac{E^2}{E_T^2}\right) - 1 \right] - \frac{4\pi j_0}{\omega_p E (u - v_g)} \sin \eta \end{aligned} \quad (12)$$

(знак модуля у амплитуды опущен).

Интегрируя (12), находим зависимость фазы от амплитуды поля:

$$\frac{4\pi j_0 E}{\omega_p} \sin \eta = \frac{4\pi m j_0}{e} \left\{ \left[v_0^2 + \frac{e(u - v_g) E^2}{4\pi m j_0} \right]^{1/2} - v_0 \right\} - \frac{u - v_g}{2v_0} E^2 + \frac{E_T^2}{4} \left[\exp \left(-\frac{E^2}{E_T^2} \right) - 1 \right] + \frac{E^2}{4}. \quad (13)$$

Постоянная интегрирования определена из условия $\eta(0) = E(0) = 0$.

После подстановки (13) в первое уравнение (12) получаем уравнение, определяющее периодическое изменение амплитуды поля с координатой в пределах от $E_{\min} = 0$ до максимального значения E_{\max} , соответствующего условию $|\eta| = \pi/2$. Упростим (13), раскладывая правую часть равенства в ряд по амплитуде поля:

$$\sin \eta = Q_1 (E/E_b)^3 + Q_2 (E/E_b)^5, \quad (14)$$

$$Q_1 = -1 + \left(\frac{E_b}{E_T} \right)^3, \quad Q_2 = 2 \left(\frac{j_0}{en_p |u - v_g|} \right)^{1/3} - \frac{E_b^5}{3E_T^2 E_p^3},$$

$$\frac{eE_b}{2m\omega_p v_0} = \left(\frac{j_0}{en_p |u - v_g|} \right)^{2/3} \ll 1, \quad \frac{E_p}{E_T} = \left(\frac{32j_0}{\omega_p E_T} \right)^{1/3} \ll 1.$$

Подставляя в (14) $\sin \eta = \pm 1$, находим

$$\frac{E_m}{E_b} \begin{cases} |Q_1|^{-1/3}, & |Q_1|^{5/3} \gg Q_2 \\ Q_2^{-1/5}, & |Q_1|^{5/3} \ll Q_2 \end{cases} \quad (15)$$

Расфазировка пучка с волной возникает из-за торможения электронных сгустков в поле волны и нелинейного уменьшения фазовой скорости волны. Если имеет место резонанс $|Q_1| \rightarrow 0$, то фазовая скорость понижается синхронно с торможением пучка [5], уход фазы определяется более высокой степенью амплитуды и максимальное значение амплитуды поля заметно увеличивается. Этому случаю соответствует вторая асимптотика (15).

Полученное выше аналитическое решение справедливо лишь при не слишком малых значениях расстройки по групповым скоростям $u - v_g$, когда старшая производная в (4), учитывающая эффекты дисперсии, может быть опущена. В общем случае система нелинейных уравнений (4) может быть исследована численно. Переходя к безразмерным переменным, представим (4) в виде

$$\varepsilon'' + i\alpha\varepsilon' + \beta|\varepsilon|^2\varepsilon = i \exp(-i\theta), \quad (16)$$

$$\theta'' = -\operatorname{Re} \varepsilon \exp(i\theta),$$

где $\varepsilon = E/E_m$, $E_m = \frac{mv_0\omega_p}{e} \left(\frac{v_0\Delta k}{\omega_p} \right)^2$, $\Delta k = \left(\frac{8\pi e j_0}{mv_0^3 \lambda_d^2} \right)^{1/4}$, $\theta = \omega_p \tau$,

$$\alpha = 2 \frac{u - v_g}{v_T} \frac{1}{\Delta k \lambda_d}, \quad \beta = \frac{E_m^2}{E_T^2} \frac{1}{(\Delta k \lambda_d)^2},$$

а штрихом обозначена производная по $\xi = \Delta k z$.

Найденное аналитическое решение соответствует $|\alpha| \gg 1$. При этом нелинейность как пучка, так и плазмы приводит к расфазировке пучка с волной. В случае, когда $|\alpha| \lesssim 1$, ситуация значительно усложняется,

поскольку на динамику плазменно-пучковой неустойчивости накладывается эффект самосжатия ленгмюровских волновых пакетов [3].

Относительная роль этих эффектов определяется величиной параметра β в формулах (16). Если $\beta \ll 1$, то амплитуда поля, пропорциональная плотности тока пучка, достаточно мала и эффекты самомодуляции незначительны. Влияние дисперсии на форму импульсов поля, возбуждаемых очень слабым пучком в плазме ($\beta \approx 0$), иллюстрирует рис. 1.

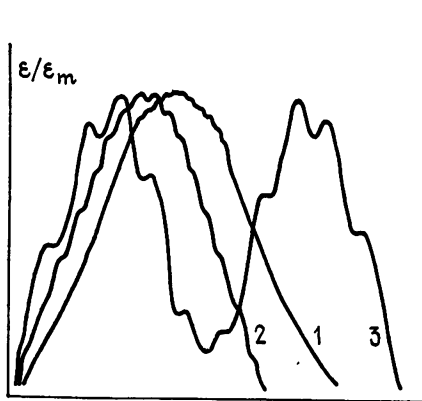


Рис. 1.

Рис. 1. Влияние дисперсии на форму импульсов поля, возбуждаемых слабым пучком в плазме:

$$1 - \beta = 0, \alpha = 100; \quad 2 - \beta = 0, \alpha = 50; \quad 3 - \beta = 0, \alpha = 20.$$

Рис. 2. Форма возбуждаемых пучком импульсов поля при учете влияния стрикционной нелинейности плазмы:

$$1 - \beta = 1, \alpha = 20; \quad 2 - \beta = 10, \alpha = 20.$$

Рис. 2.

С уменьшением параметра α растет роль второй производной в первом уравнении системы (16). При $\alpha = 100$ на профиле стационарной волны появляются мелкие осцилляции, при $\alpha = 50$ волна деформирована сильнее, а уже при $\alpha = 20$ дисперсия столь велика, что осцилляции изрезают весь профиль волны.

Геометрия стационарной волны в случае $\beta \neq 0$, когда существенным становится влияние модуляционной неустойчивости, изменяется, как показано на рис. 2.

При постоянном α и возрастании β результаты численного счета можно интерпретировать так: для малых β влияние нелинейности плазмы незначительно и форма импульса мало отличается от случая $\beta = 0$. Когда $\beta \sim \alpha$, основной профиль определяется уже стрикционной нелинейностью, а влияние дисперсии проявляется в наличии мелкомасштабной ряби.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рудаков Л. И. — ДАН СССР, 1972, 207, с. 821.
2. Горев В. В., Кингсен А. С., Рудаков Л. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, с. 691.
3. Бачин И. В., Красовицкий В. Б., Крымский А. М. — Физика плазмы, 1983, 9, № 2, с. 278.
4. Шапиро В. Д., Шевченко В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, с. 767.
5. Красовицкий В. Б. — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 12, с. 1902; Письма в ЖЭТФ, 1972, 15, с. 346.
6. Гапанович В. Г., Лебедев А. Н. — ЖТФ, 1975, 45, с. 844.

7. Гладкий А. М., Коваленко В. П. — ЖЭТФ, 1978, 74, с. 984; Коваленко В. П. — Физика плазмы, 1979, 5, с. 804.
8. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.

Ростовский-на-Дону государственный университет

Поступила в редакцию
26 июля 1983 г.

STATIONARY LENGMUIR WAVES WITH TRAPPED PARTICLES

I. V. Bachin, V. B. Krasovitskiy

It is shown the possibility of existence of stationary Lengmuir waves in plasma with an electron beam. The presence of trapped electrons is accompanied by field amplitude modulation, so that wave packets being envelope waves. Static and dynamic regimes of beam trapping were investigated. Analytical and numerical solutions are received.

ХРОНИКА

У КОНФЕРЕНЦИЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ СТРАН ПО ЖИДКИМ КРИСТАЛЛАМ

Традиционная, пятая, международная конференция социалистических стран по жидким кристаллам (Одесса, 11—15 октября 1983 г.) собрала более 400 участников из СССР, многих социалистических стран, Японии и ряда стран Западной Европы. Ее организаторы (ФХИ АН УССР, ИК АН СССР и НИИОПНИК) во главе с Б. К. Вайнштейном создали непринужденную обстановку заинтересованного обсуждения проблем жидких кристаллов (ЖК). Такая обстановка была немаловажной, поскольку исследования ЖК, представленные на конференции, содержали весьма разнородные физические, химические, биологические и технические аспекты.

В программу конференции было включено примерно 40 заказных (в основном обзорных) и более 400 стендовых докладов, демонстрировался фильм о ЖК, созданный под руководством А. Адамчика. Следует подчеркнуть, что уровень интереса к стендовым докладам был весьма высок, и около стендов часто возникали оживленные дискуссии. Среди обзорных докладов, относящихся к области физики, отметим следующие.

М. А. Анисимов сделал обзор экспериментальных исследований критических явлений в ЖК. В докладе В. Қ. Долганова и др. были представлены результаты первых наблюдений переохлажденных метастабильных (стеклообразных) состояний ЖК МББА и фазовых переходов между ними, обусловленных конформационными изменениями внутри молекул.

Е. И. Кац рассмотрел задачи нелинейной гидродинамики ЖК и показал, что для смектиков и дискотиков, обладающих одномерным или двумерным пространственным упорядочением, приближение линейной гидродинамики несправедливо. Р. Бартолино, а также М. И. Барник, А. Н. Труфанов, В. Г. Чигринов представили веские теоретические и экспериментальные доводы, приводящие к пересмотру традиционной точки зрения на роль гидродинамических течений в возникновении доменной неустойчивости в холестериках и нематиках, обладающих только ориентационным упорядочением молекул.

О. А. Капустина в своем докладе указала на значительное продвижение в экспериментальных исследованиях и практическом использовании влияния упругих деформаций на оптические свойства ЖК. Этот прогресс в акустооптике во многом связан с теоретическими работами Е. Н. Кожевникова.

Много внимания было уделено оптике ЖК.

Л. М. Блинов, М. И. Барник, Н. М. Штыков на основе результатов экспериментальных исследований показали, что генерацию второй гармоники света в центросимметричных фазах обеспечивает квадрупольный механизм, причем условия синхронизма выполняются благодаря анизотропии ЖК и невозможны в изотропной фазе.

Б. Я. Зельдович, А. В. Сухов, Н. В. Табиран изложили состояние теории и эксперимента по ориентационной оптической нелинейности ЖК и, в частности, по вынужденному рассеянию и обращению волнового фронта. В заключение, однако, они призвали к поиску диссипативных (и достаточно быстрых) оптических нелинейностей, перспективность использования и преимущество которых по сравнению с рассмотренной ориентационной недиссипативной нелинейностью представляется очевидной с энергетической точки зрения.

(Продолжение см. с. 612)