

1. Татарский В. И. Препринт. Отделение океанологии, физики атмосферы и географии АН СССР. — М., 1970.
2. Кляцкин В. И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. — М.: Наука, 1975.
3. Барabanенков Ю. Н. — УФН, 1975, 117, вып. 1, с. 49.
4. Vanakh V. A., Mironov V. L. — Opt. Lett., 1977, 1, № 5, p. 172.
5. Калашников Н. П., Рязанов М. И. — ЖЭТФ, 1966, 50, вып. 2, с. 459.
6. Крутиков В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 12, с. 1434.
7. Mironov V. L., Tuzova S. I. — Opt. Lett., 1980, 5, № 8, p. 362.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР

Поступила в редакцию
27 сентября 1983 г.

УДК 621.396.677:537.874.6:519.65

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ТИПА КИРХГОФА

С. Н. Нефедов

При решении ряда задач теории дифракции и антенной техники возникает необходимость вычисления поля излучения плоской апертуры с заданным законом возбуждения $U_0(P)$, где P — текущие координаты точек апертуры. При использовании широко применяемого на практике приближения Кирхгофа искомое поле \dot{U} в произвольной точке P' , расположенной вне апертуры S_a , определяется известным соотношением

$$\dot{U}(P') = \iint_{S_a} \dot{U}_0(P) \frac{\exp[-ik\rho(P, P')]}{\rho(P, P')} ds, \quad (1)$$

где $\rho(P, P')$ — расстояние между точками наблюдения и интегрирования

Соотношение (1) соответствует скалярной задаче, которая без особого труда обобщается на случай векторных полей при пренебрежении излучением кромок, что допустимо для апертур с большими волновыми размерами [1].

Несмотря на простоту математической записи (1) практическое вычисление по этой формуле очень затруднительно даже на современных ЭВМ, так как под знаком двукратного интеграла содержится быстроосциллирующий фазовый множитель $\exp[-ik\rho(P, P')]$. Время счета программ, непосредственно реализующих (1), на достаточно быстродействующих ЭВМ (БЭСМ-6, ЕС-1060) в реальных задачах может достигать нескольких часов. Поэтому на практике для вычисления (1) используют либо асимптотические формулы [2], которые известны для некоторых законов возбуждения и форм апертуры, либо, наиболее часто, разложение в спектр плоских волн [4]. В последнем случае необходимо производить прямое и обратное преобразование Фурье, для чего обычно используют алгоритм быстрых преобразований. Однако такой метод расчета обладает существенными недостатками: во-первых, недостаточно эффективно используется память ЭВМ, так как необходимо хранить большие массивы результатов промежуточных вычислений, во-вторых, так как применяется алгоритм быстрого преобразования Фурье, то трудно варьировать количеством и положением точек, в которых вычисляются значения искомого поля, и, в-третьих, серьезные трудности возникают при нахождении поля на криволинейной поверхности.

Представляется перспективным следующий прием, который позволяет создать эффективный алгоритм вычисления интеграла (1). В каждой точке наблюдения P' осуществляется переход к цилиндрической системе координат r, ψ, z' , началом которой совпадает с проекцией точки наблюдения на плоскость апертуры P'_1 , а координаты r и ψ лежат в этой плоскости (аналогичный прием применен в [3] для приближенного представления поля апертуры аналитическим выражением). В этой системе координат записывается закон возбуждения первичного поля и применяется метод разделения переменных.

Тогда (1) записывается в виде

$$\dot{U}(P') = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\exp[-ik\sqrt{r^2 + (z')^2}]}{\sqrt{r^2 + (z')^2}} i(r) r dr, \quad (2)$$

где

$$I(r) = \int_{\psi_1(r)}^{\psi_2(r)} \dot{U}_0(r, \psi) d\psi. \quad (3)$$

Пределы интегрирования в (2) и (3) понятны из рисунка.

В результате задача свелась к вычислению только однократного интеграла с осциллирующим фазовым множителем (2). Вычисление (2) значительно проще, чем (1), для этого разработаны эффективные методы, удобные для реализации на ЭВМ. Например, заменой переменных этот интеграл можно свести к интегралу вида

$\int_{-1}^{+1} f(x) e^{i p x} dx$, для нахождения которого удобно использовать интерполяционную квадратурную формулу с неравноотстоящими узлами [4].

Вычисление интеграла (3) не представляет большого труда, так как необходимо проинтегрировать медленно меняющуюся функцию. Здесь может быть применена любая, даже самая простая формула численного интегрирования при достаточно редкой сетке. Кроме того, в некоторых важных случаях этот интеграл может быть взят аналитически. Возникают некоторые трудности при определении пределов интегрирования $\psi_1(r)$ и $\psi_2(r)$. Достаточно просто задача решается для апертур сравнительно простой формы (круг, кольцо, эллипс, прямоугольник).

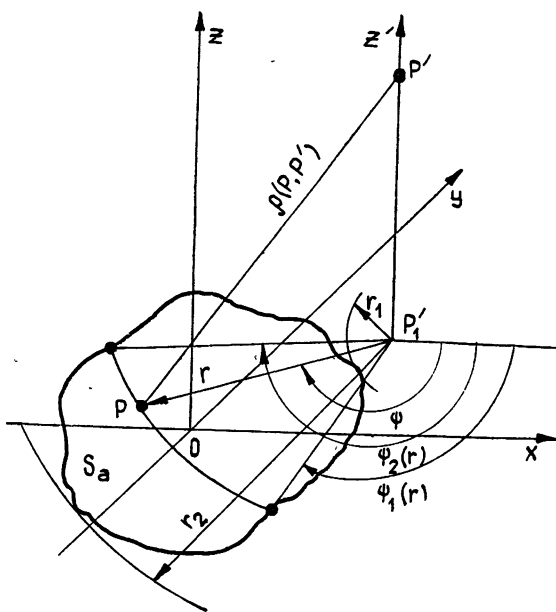


Рис. 1.

Для более сложной апертуры можно производить интегрирование в пределах от 0 до 2π , задавая вне апертуры нулевое возбуждение первичного поля, при этом, разумеется, несколько увеличится время вычислений.

Наиболее простые результаты получаются для круговой (кольцевой) апертуры с осесимметричным законом возбуждения ($\dot{U}_0(\rho) = \Delta + (1-\Delta) [1-(\rho/a)^2]^n$, где a — радиус апертуры). В этом случае интеграл по координате ψ представляется в замкнутом виде, а пределы интегрирования являются корнями квадратного уравнения. Например, для $n=2$ выражение (2) имеет окончательный вид

$$I(r) = 2 \left[\Delta + (1-\Delta) \frac{(a^2 - r_0^2 - r^2)^2}{a^4} + 2(1-\Delta) \frac{r_0^2 r^2}{a^4} \right] \arccos X + 4(1-\Delta) \times \\ \times \frac{r_0^2 r^2}{a^4} - X \sqrt{1-X^2} + 8(1-\Delta) \frac{(a^2 - r_0^2 - r^2) r_0^2}{a^4} \sqrt{1-X^2}, \quad (4)$$

где $X = (r_0^2 + r^2 - a^2)/2r_0a$, r_0 — расстояние от точки P'_1 до центра апертуры.

Для такой задачи была разработана программа для ЭВМ. Время вычисления интеграла (1) по этой программе в 10000 точках на ЭВМ ЕС-1060 не превышает трех минут практически для любых размеров излучающей апертуры. Кроме того, эффективно используется память ЭВМ, так как необходимо хранить только массивы информации об искомом поле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. Н. Теория волн.— М.: Наука, 1979 — 250 С.
2. Hansen R. S., Bailin L. L.— IRE Trans. Ant. Propag., 1959, AP-7, p. 5458.
3. Беязев Б. Г. — Труды Моск. энергетич. ин-та, 1976, вып. 301, 120 С.
4. Крылов И. В., Кругликова Л. Г. Справочная книга по численному гармоническому анализу, Минск, Наука и техника, 1968.— 64 С.

Поступила в редакцию
4 июля 1983 г.

УДК 538.574

АНОМАЛИИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА КРУПНОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

А. Н. Малахов, А. И. Саичев, Е. Г. Щемелев

1. Как известно, обратное рассеяние электромагнитных и акустических волн используют в методах бесконтактного зондирования (см., например, [1]). Обычно за рассеяние назад ответственны мелкомасштабные неоднородности [2, 3], характерный масштаб которых $l \ll \lambda$ — длины волны зондирующего излучения. Поэтому вопросу рассеяния назад на крупномасштабных неоднородностях ($l > \lambda$) уделялось мало внимания. Исследовались лишь эффекты увеличения и уменьшения интенсивности обратного рассеяния при наличии крупномасштабных неоднородностей (на них происходит рассеяние только вперед), когда рассеяние назад обеспечивали какие-либо иные объекты [4, 5]. В данной работе описан эффект аномального, в сравнении со случаем обратного рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях, роста мощности принимаемого антенной сигнала с увеличением раскрыва приемной антенны, когда обратное рассеяние происходит на статистически изотропных крупномасштабных неоднородностях. Этот эффект может привести к нарушению малоуглового приближения даже при узкой диаграмме направленности приемной антенны.

2. Рассмотрим, для определенности, обратное рассеяние скалярной, монохроматической плоской волны $U_0(r) = \exp[ik(nr)]$ на случайно-неоднородном слое толщиной ΔL , где n — единичный вектор, нормальный к случайно-неоднородному слою, k — волновое число. Пусть приемная антенна расположена в начале координат на расстоянии L от рассеивающего слоя, флуктуации диэлектрической проницаемости которого статистически изотропны, и выполнено условие дифракции Фраунгофера: $L/kd > d$, l , где d — размер апертуры антенны. Тогда средняя мощность принимаемого антенной обратно рассеянного сигнала равна:

$$\langle I \rangle = k^4 \pi \Delta L \int_0^{\pi/2} D^2(\text{tg } \alpha) \Phi_\varepsilon(k\sqrt{2 + 2\cos \alpha}) \text{tg } \alpha d \text{tg } \alpha. \quad (1)$$

Здесь $D(\text{tg } \alpha)$ описывает зависимость диаграммы направленности приемной антенны от угла α , отсчитываемого от оси антенны (ось антенны направлена перпендикулярно рассеивающему слою), $\Phi_\varepsilon(x)$ — спектральная плотность статистически изотропных флуктуаций диэлектрической проницаемости рассеивающего слоя. При выводе (1) мы пренебрегли (обычно несущественным) различием расстояний от антенны до разных областей рассеивающего слоя, дающих вклад в принимаемый сигнал.

Перейдя в (1) к новой переменной интегрирования $x = \text{tg}^2 \alpha$, получим окончательно

$$\langle I \rangle = k^4 \pi \Delta L \int_0^\infty D^2(\sqrt{x}) \Phi_\varepsilon\left(k\sqrt{2 + \frac{2}{\sqrt{1+x}}}\right) dx. \quad (2)$$

3. Исследуем основные качественные особенности обратного рассеяния на крупномасштабных неоднородностях, используя для простоты гауссову аппроксимацию диаграммы антенны и спектра неоднородностей:

$$D(\text{tg } \alpha) = D(0) \exp[-(kd \text{tg } \alpha)^2], \quad \Phi_\varepsilon(x) = \Phi_\varepsilon(0) \exp[-2(x/l)^2]. \quad (3)$$