КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 535:621.375.8

ОСОБЕННОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ МАЗЕРА В СЛУЧАЕ ПОЛЯРИЗУЮЩЕЙ НАКАЧКИ

О. А. Кочаровская, В. Б. Цареградский

В работе [1] было предложено простое обобщение известной модели одномодового квантового генератора [2]. Оно основано на системе гейзенберговских уравнений, описывающих изменение со временем операторов комплексной поляризации $\hat{\alpha}^+$, $\hat{\alpha}$ и инверсной разности населенностей $\hat{\sigma}$ эффективного двухуровневого атома, а также операторов рождения и уничтожения $\hat{b}^+$, $\hat{b}$ фотона в резонаторе:

$$
\begin{aligned}
d\hat{b}^+/dt &= (i\omega-\gamma)\,\hat{b}^+ + \mu N\hat{\alpha}^+,\\
d\hat{\alpha}^+/dt &= \left(i\omega - T_2^{-1}\right)\hat{\alpha}^+ + \mu\hat{b}^+\hat{\sigma} + \hat{\alpha}_0^+/\tau_0,\\
d\hat{\sigma}/dt &= -\hat{\sigma}T_1^{-1} - 2\mu\,(\hat{b}^+\hat{\alpha} + \hat{\alpha}^+\hat{b}) + \hat{\sigma}_0/\tau_0.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В отличие от общепринятой модели [2] принимается во внимание возможность поляризации атомов накачкой [1, 3]. Это обстоятельство учитывается посредством введения в систему (1) наряду с членом $\hat{\sigma}_0/\tau_0$ члена $\hat{\alpha}_0/\tau_0$, где τ_0 — время сменяемости атомов под действием накачки. Как показано в [1], учет оператора $\hat{\alpha}_0$ имеет смысл даже в случае нулевого среднего значения $\langle\hat{\alpha}_0\rangle = 0$, так как позволяет вычислить предельную ширину линии генератора и проинтерпретировать ее как проявление квантовой неопределенности поляризации, задаваемой накачкой.

В данной заметке рассмотрены физические системы, в которых задаваемая накачкой средняя поляризация меняется по гармоническому закону* $\langle\hat{\alpha}_0(t)\rangle \sim e^{i\omega t}$, и проанализированы особенности генерации в этом случае.

1. Системой указанного типа является пучковый генератор, атомы на входе которого поляризованы полем вспомогательного резонатора [5].

Другим примером может служить трехуровневая среда в бигармоническом поле. В полуклассическом приближении в рамках сосредоточенной модели соответствующие уравнения имеют вид [6]

$$
\begin{aligned}
dE_{12}/dt &= -\gamma E_{12} + i\omega N\mu_{21}\sigma_{12},\\
\frac{d\sigma_{21}}{dt} &= -\frac{\sigma_{21}}{T_2} + \frac{i}{2\hbar}\left(\mu_{21}E_{21}D_{12} + \mu_{23}E_{23}\sigma_{31} - \mu_{31}E_{31}\sigma_{23}\right),\\
\frac{dD_{12}}{dt} &= -D_{12}W_{12}^{12} - D_{13}W_{13}^{12} - W_0^{12} + \frac{i}{2\hbar}\left(2\mu_{21}E_{21}\sigma_{12} + \mu_{23}E_{23}\sigma_{32} - \mu_{31}E_{31}\sigma_{13} - \text{к.с.}\right),\\
\frac{d\sigma_{13}}{dt} &= -\frac{\sigma_{13}}{T_2^{13}} + \frac{i}{2\hbar}\left(\mu_{12}E_{12}\sigma_{23} - \mu_{13}E_{13}D_{13} - \mu_{23}E_{23}\sigma_{12}\right),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

---

* Фактически рассматриваемые системы представляют собой варианты генераторов под действием стороннего сигнала. Ширина полосы захвата может быть определена согласно [4] по формуле $\delta\omega \sim \omega\,\langle\hat{\alpha}_0\rangle/r$, где r — стационарная амплитуда генерации, определенная ниже.

$$\frac{d\sigma_{32}}{dt} = -\frac{\sigma_{32}}{T_2^{32}} + \frac{i}{2\hbar}\left[\mu_{31}E_{31}\sigma_{12} + \mu_{32}E_{32}(D_{13} - D_{12}) - \mu_{12}E_{12}\sigma_{31}\right],$$

$$\frac{dD_{13}}{dt} = -D_{13}W_{13}^{13} - D_{12}W_{13}^{12} - W_0^{13} + \frac{i}{2\hbar}\left(2\mu_{31}E_{31}\sigma_{13} + \mu_{32}E_{32}\sigma_{23} + \mu_{21}E_{21}\sigma_{12} - \text{к.с.}\right).$$

Величины $E_{12} = 2i\sqrt{2\hbar\omega\pi V^{-1}}\langle\hat{b}\rangle$, $\sigma_{12} = \langle\hat{a}+\rangle$, $D_{12} = \langle\hat{\sigma}\rangle$ относятся к рабочему переходу, остальные обозначения см. в [6]. Исследованию различных аспектов подобных систем посвящен ряд работ (среди последних см. [7, 8]). Здесь выведем только условия, при которых трехуровневая система в бихроматическом поле эквивалентна двухуровневой с эффективной накачкой, не зависящей от параметров двухуровневой системы. В этом случае система уравнений (2) совпадает с (1), если поле является классическим. Разрешая систему алгебраических уравнений пятого порядка $dD_{13}/dt=0$, $d\sigma_{13}/dt=0$, $d\sigma_{23}/dt=0$ относительно D_{13}, σ_{13}, σ_{23} и подставляя решения в первые три уравнения (2), находим искомые условия: $D_{12}^{st}W_{12}^{13}W_0^{13} \ll 1$, $1/T_2 \ll 1/T_2^{13}$, $1/T_2^{23}$. Выпишем явные выражения для членов, определяющих эффективную накачку, в двух предельных случаях:

а) для полей, не насыщающих переходы 1—3 и 2—3:

$$\langle\hat{\alpha}_0\rangle/\tau_0 = W_0^{13}\mu_{23}\mu_{31}E_{23}E_{31}\left(T_2^{13} + T_2^{23}\right),$$

$$\frac{\langle\hat{\sigma}_0\rangle}{\tau_0} = W_0^{12} + \frac{W_0^{13}\left(|\mu_{32}|^2|E_{32}|^2T_2^{23} - |\mu_{13}|^2|E_{13}|^2T_2^{13}\right)}{W_{13}^{13}\left(2|\mu_{31}|^2|E_{31}|^2T_2^{13} + |\mu_{32}|^2|E_{32}|^2T_2^{23}\right)};$$

б) для достаточно больших полей, удовлетворяющих условиям

$$\left(T_1^{13}T_2^{13}\right)^{-1} \ll |\mu_{13}|^2|E_{13}|^2\hbar^{-2} \ll \left(T_1^{13}T_2^{13}D_{12}^{st}\right)^{-1},$$

$$\left(T_1^{13}T_2^{23}\right)^{-1} \ll |\mu_{32}|^2|E_{32}|^2\hbar^{-2} \ll \left(T_1^{13}T_2^{13}D_{12}^{st}\right)^{-1}:$$

$$\frac{\langle\hat{\alpha}_0\rangle}{\tau_0} = -\frac{W_0^{13}\mu_{31}\mu_{23}E_{31}E_{23}\left(T_2^{13} + T_2^{23}\right)}{2\left(2|\mu_{31}|^2|E_{31}|^2T_2^{13} + |\mu_{32}|^2|E_{32}|^2T_2^{23}\right)},$$

$$\frac{\langle\hat{\sigma}_0\rangle}{\tau_0} = W_0 + \frac{W_0^{13}\left(|\mu_{32}|^2|E_{32}|^2T_2^{23} - |\mu_{13}|^2|E_{13}|^2T_2^{13}\right)}{W_{13}^{13}\left(2|\mu_{31}|^2|E_{31}|^2T_2^{13} + |\mu_{32}|^2|E_{32}|^2T_2^{23}\right)}.$$

2. Стационарный режим генерации найдем путем усреднения уравнений (1) по матрице плотности всей системы (см. [2]). Средние значения поля, поляризации и разности населенностей представим в виде:

$$\langle\hat{\sigma}\rangle = \sigma_{st}, \quad \langle\hat{b}+\rangle = r_{st}e^{i(\omega t+\varphi_{st})}, \quad \langle\hat{a}+\rangle = A_{st}e^{i(\omega t+\theta_{st})}.$$

Стационарная амплитуда поля r_{st} удовлетворяет следующему уравнению, получающемуся непосредственно из системы (1) (ср. [1]):

$$z^3 + (1 - \eta\sigma_0)z - 2|\alpha_0|\eta\sqrt{T_2/T_1} = 0, \qquad z = 2\mu\sqrt{T_2T_1}\,r_{st}; \tag{3}$$

$$\eta = \mu^2NT_1T_2/\gamma\tau_0. \tag{4}$$

При любых значениях параметров мазера существует только один положительный корень уравнения (3). Он и определяет стационарный режим*:

$$r_{st} > 0 \ \text{ из } \ (3), \quad A_{st} = \frac{\sqrt{T_1T_2}\,z}{2\tau_0\eta}, \qquad \sigma_{st} = \frac{T_2}{\tau_0}(\sigma_0 - z^2\eta^{-1}), \qquad \varphi_{st} = \theta_{st} = \theta_0. \tag{5}$$

---

* Исследование стационарного режима на устойчивость показывает, что с увеличением поляризации $|\alpha_0|$ область устойчивости расширяется. Неустойчивость, как и в случае неполяризующей накачки, возможна лишь при $\gamma T_2 < 1$ для достаточно больших значений параметра генерации η и практически не достигается.

Основные особенности стационарного режима генерации (по сравнению со случаем неполяризующей накачки $|\alpha_0|=0$) состоят в следующем (ср. графики $z(\eta)$ и $\sigma_{st}(\eta)$ для случаев $|\alpha_0|=\sqrt{1-\sigma_0/2}$, $\sigma_0=2/3$ (кривые *1* и *2*) и $|\alpha_0|=0$, $\sigma_0=2/3$ (кривые *1'* и *2'*) на рис. 1).

а) За счет совпадения фаз (см. (5)) задаваемая накачкой поляризация $\langle\alpha_0\rangle$ эффективно увеличивает стационарную поляризацию A_{st} и, следовательно, амплитуду генерации z. По существу происходит увеличение спонтанного когерентного излучения дипольных моментов атомов, которое наряду с индуцированным излучением определяет стационарный режим.

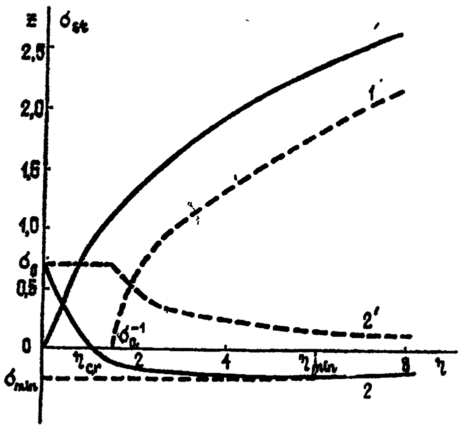

Рис. 1.

б) Стационарная инверсия уменьшается с увеличением поляризации $|\alpha_0|$, что означает уменьшение роли индуцированного излучения по сравнению со спонтанным когерентным. При $\eta>\eta_{cr}=\sigma_0T_1/4|\alpha_0|^2T_2$ знак инверсии изменяется ($\sigma_{st}<0$) — осуществляется индуцированное поглощение. С ростом параметра генерации η инверсия падает до значения $\sigma_{min}=-T_1/\tau_0\,\eta_{min}$ при $\eta_{min}=2\eta_{cr}(1+\sqrt{1+1/\sigma_0\eta_{cr}})$. Ее дальнейшее падение при увеличении η прекращается вследствие увеличения поля генерации, которое выравнивает населенности уровней.

в) Благодаря тому, что поляризующая накачка как внешняя сила вынуждает атомные диполи колебаться и когерентно излучать фотоны в моду поля, отсутствует порог генерации. Вместе с тем, при условии $\sigma_0\eta_{cr}>1$ зависимость производной $dz/d\eta$ от параметра генерации η имеет резко выраженный максимум в точке $\tilde{z}(\tilde{\eta})$, так что можно говорить о пороговой области с шириной $\delta\eta=2\tilde{\eta}(\tilde{z}^3+|\alpha_0|\,\tilde{\eta}\sqrt{T_2/T_1})/\tilde{z}(\tilde{z}^2+1)$.

3. Представляет интерес вопрос об оптимальном выборе значений инверсии σ_0^* и поляризации α_0^*, задаваемых накачкой, при которых амплитуда генерации будет максимальной (при $\eta=\text{const}$). Поскольку $\partial z/\partial|\alpha_0|_{\sigma=\text{const}}\geqslant 0$ (см. (3)), максимальная амплитуда генерации достигается при максимально возможной поляризации, т. е. в чистом квантовом состоянии $|\alpha_0^*|=(1/2)\sqrt{1-\sigma_0^{*2}}$. Исследование (3) на максимум z приводит к следующему соотношению для оптимальной инверсии σ_0^*:

$$\left(1-\sigma_0^{*2}\right)\left(\eta-\sigma_0^*\right)=(T_2/T_1)\,\sigma_0^{*3}. \qquad (6)$$

Из уравнений (6) и (3) находим максимальную амплитуду генерации:

$$z_{max}=\sqrt{\eta\left(\sigma_0^*\right)^{-1}-1}. \qquad (7)$$

Как видно из (6), (7), выигрыш в амплитуде генерации тем больше, чем больше отношение времен релаксации T_2/T_1 $(0<T_2/T_1<1)$.

В случае $T_2/T_1=1$ (например, в пучковых генераторах) имеем следующие точные решения уравнений (6) и (7):

$$\sigma_0^*=(2\eta)^{-1}\left(\sqrt{1+4\eta^2}-1\right), \qquad z_{max}^2=\left(\sqrt{1+4\eta^2}-1\right)/2. \qquad (8)$$

Заметим, что стационарная инверсия здесь отсутствует ($\sigma_{st}=0$), так что стационарная генерация определяется спонтанным когерентным излучением. Максимальная амплитуда генерации плавно зависит от параметра генерации η в области $\eta\sim1$ и оказывается существенно больше, чем в случае полностью инвертированных накачкой атомов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочаровская О. А., Цареградский В. Б. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 12, с. 1427.
2. Хакен Г., Вайдлих В. — В сб. Квантовые флуктуации излучения лазера. — М.: Мир, 1974.
3. Быков В. П., Шепелев Г. В. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 9, с. 1844.

4. Tang C. L., Stats H. — J. Appl. Phys., 1967, 33, № 1, p. 323.
5 Басов Н. Г., Ораевский А. Н., Страховский Г. М., Татаренков В. М. — ЖЭТФ, 1963, 45, вып. 6(12), с. 1768; Ораевский А. Н. Молекулярные генераторы. — М.: Наука, 1964.
6. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Сов. радио, 1975.
7. Senitzky I. R., Genossar I. — Phys. Rev. Lett., 1980, 44, № 22, p. 1453.
8. Orriols G. — Nuovo Cimento, 1979, 53 B, № 1, p. 1.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 11 июля 1983 г.

УДК 621.371.243

МЕТОД ГЮЙГЕНСА—КИРХГОФА В ЗАДАЧАХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С ДИСКРЕТНЫМИ КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

В. Л. Миронов, С. И. Тузова

В настоящем сообщении предлагаются и обосновываются аппроксимации решения скалярного волнового уравнения в параболическом приближении, позволяющие получать с оцениваемой степенью точности аналитические выражения для статистических моментов поля оптического пучка, распространяющегося в турбулентной среде с дискретными крупномасштабными неоднородностями.

Распространение оптической волны в среде с крупномасштабными неоднородностями ($kl \gg 1$, l — линейный размер неоднородности, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны излучения) описывается в параболическом приближении скалярного волнового уравнения [1, 2]:

$$[2ik(\partial/\partial x') + \Delta' + \widetilde{V}(x', \rho')]\, U(x', \rho') = 0. \tag{1}$$

Здесь $U(x', \rho')$ — комплексная амплитуда поля волны, распространяющейся в направлении оси $0x'$, $\rho' = \{y' z'\}$ — вектор в плоскости, перпендикулярной оси $0x'$; $\Delta' = \partial^2/\partial y'^2 + \partial^2/\partial z'^2$ — двумерный оператор Лапласа, $\widetilde{V}(x', \rho') = k^2 \varepsilon_1 (x', \rho') - V(x', \rho')$, $\varepsilon_1 (x', \rho')$ — поле флуктуаций диэлектрической проницаемости в турбулентной среде, $V(x', \rho') = \sum_{j=1}^{N} V_j (x', x_j; \rho', \rho_j)$ — рассеивающий потенциал совокупности N дискретных неоднородностей [3], x_j, $\rho_j = \{y_j, z_j\}$ — координаты случайных положений центра j-го рассеивателя. Решение уравнения (1) представляется в виде интеграла Гюйгенса—Кирхгофа

$$U(x, \rho) = \int d^2\rho' \, U_0(\rho')\, G(x, x_0; \rho, \rho'), \tag{2}$$

где $G(x, x'; \rho, \rho')$ — функция Грина, удовлетворяющая сопряженному к (1) уравнению и граничному условию $G(x, x; \rho, \rho') = \delta(\rho - \rho')$, $U_0(\rho')$ — начальное поле в плоскости излучающей апертуры $x' = x_0 = \mathrm{const}$.

В качестве нулевого приближения к решению уравнения (1) используется представление (2), в котором функция Грина берется в приближенном виде:

$$G^0(x, x'; \rho, \rho') = G_0(x, x'; \rho, \rho')\, G_1^0(x, x'; \rho, \rho')\, G_2^0(x, x'; \rho, \rho'). \tag{3}$$

Здесь $G_0(x, x'; \rho, \rho')$ — функция Грина свободного пространства. Выражение для турбулентной составляющей функции Грина в ФПМГК $G_1^0(x, x'; \rho, \rho') = \exp\{iS_T(x, x'; \rho, \rho')\}$ записывается в виде, предложенном в [4]. Найдено, что функция Грина, соответствующая ансамблю дискретных неоднородностей,

$$G_2^0(x, x'; \rho, \rho') = \exp\{\Phi(x, x'; \rho, \rho')\} = \exp\left\{\sum_{j=1}^{N} \Phi_j (x, x', x_j; \rho, \rho', \rho_j)\right\}, \tag{4}$$

удовлетворяет уравнению

$$-2ik \frac{\partial}{\partial x'} G_2^0 + \Delta' G_2^0 + 2\nabla' \ln G_0 \cdot \nabla' G_2^0 - V G_2^0 = G_2^0 \sum^{N} \sum^{N}_{i \neq j} (\nabla' \Phi_i \cdot \nabla' \Phi_j) \tag{5}$$