

УДК 621 385 6

УСИЛЕНИЕ ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВОЛНОВОДЕ*

А. А. Коломенский, И. И. Пахомов

Теоретически исследовано усиление вынужденного ондуляторного излучения электронов в среде с фазовой скоростью волны, отличной от скорости света. Рассмотрение проведено как для нормального, так и для аномального эффекта Доплера на примере реальных систем лазера на свободных электронах, когда ондуляторное поле создается в волноводе или ленточной линии. Показано, что отличие фазовой скорости от скорости света может приводить к существенному изменению условий возбуждения и характеристик ондуляторного излучения, ухудшая их в случае гладкого волновода и несколько улучшая для диафрагмированных структур. Найдены и проанализированы выражения для коэффициента усиления и ширины линии излучения. Отмечено, что путем изменения фазовой скорости волны вдоль ондулятора можно повысить коэффициент полезного действия системы.

В последние годы большое внимание привлекают релятивистские убитроны или лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), преимущества которых заключаются в возможности получения коротковолнового излучения большой мощности и оперативной перестройки его частоты ω в широком диапазоне [1-5]. Принцип работы ЛСЭ основан на индуцированном ондуляторном излучении электронов. Ондулятор представляет собой устройство, в котором имеется пространственно-периодическое магнитное поле с периодом l , имеющее, например, вид

$$B = B_{\perp} (e_x \cos k_0 z + e_y \sin k_0 z), \quad k_0 = 2\pi/l. \quad (1)$$

Электроны, двигаясь в среднем вдоль оси z со скоростью $v_z = c\beta_z$, совершают под действием поля (1) сопровождаемые излучением поперечные колебания с баунс-частотой $2\pi v_z/l$. При этом длина волны излучения в вакууме λ за счет двойного доплеровского эффекта оказывается существенно меньшей периода ондулятора $\lambda \ll l$. До сих пор в опубликованных работах (теоретических и экспериментальных) рассматривались вопросы ондуляторного излучения в свободном пространстве и вакууме, когда фазовая скорость усиливаемой или генерируемой волны $v_{\text{фаз}}$ равняется скорости света c .

В настоящей работе построена теория вынужденного ондуляторного излучения электронов в диспергирующей среде, когда $v_{\text{фаз}} \neq c$ или коэффициент преломления $n(\lambda) \neq 1$. На практике это, как правило, обусловлено тем, что взаимодействующий с ондуляторным полем электронный пучок помещается в волновод. Мы не будем касаться проблем, связанных со стартовым током или селекцией мод, которые достаточно подробно проанализированы в работах [1, 5].

Условие доплеровского синхронизма электрона и волны, имеющей электрический вектор

$$E = E_0 \cos(k_z z - \omega t + \psi_0), \quad k_z = 2\pi n/\lambda, \quad (2)$$

* Результаты данной работы доложены на 3-м Всесоюзном семинаре по релятивистской высокочастотной электронике (г. Горький, февраль 1983 г.).

может быть записано в виде

$$k_0 v_z + \xi (k_z v_z - \omega) = 0, \quad \xi = \pm 1, \quad (3)$$

где $\xi = +1$ соответствует нормальному эффекту Доплера ($\beta_z < \beta_{\text{фаз}}$), а $\xi = -1$ — аномальному эффекту Доплера ($\beta_z > \beta_{\text{фаз}}$). Отсюда следует соотношение между l и λ :

$$l/\lambda = q(2\gamma^2/\sigma), \quad (4)$$

где $q = (l/\lambda)(n-1) + \xi$, q — положительный безразмерный коэффициент, который при $v_{\text{фаз}} \neq c$ может значительно отличаться от единицы, γ — релятивистский фактор электрона. Параметр $\sigma = 1 + \gamma^2 \beta_{\perp}^2$, зависящий главным образом от значения β_{\perp}^2 , определяется динамикой движения электрона в ондуляторе, причем усреднение в данном случае проводится по периоду волны. Поскольку нас интересует релятивистский случай, то $|n-1| < 1$, причем существенное замедление волны требует отдельного рассмотрения.

Потери энергии на излучение электрона, движущегося в поле ондулятора, определяются работой \bar{W} , которую совершает над ним электрическое поле волны (2). Соответствующая мощность, усредненная по периоду волны, равняется

$$\bar{W} = (ev_{\perp} E_0/2) \sin \psi, \quad \psi = k_0 z + \xi (k_z z - \omega t + \psi_0), \quad (5)$$

где ψ — фаза относительного движения частицы и волны. Если обозначить через $\delta = \xi(\gamma - \gamma_s)/\gamma_s$ относительное изменение («расстройку») энергии частицы γ по сравнению с ее значением при синхронизме γ_s , то уравнения для систематического изменения энергии и фазы, совпадающие по форме с соответствующими уравнениями для ЛБВ, примут вид

$$d\delta/dz = -\xi \kappa \sin \psi, \quad d\psi/dz = (4\pi q/l)\delta, \quad (6)$$

где $\kappa = ev_{\perp} E_0/2mc^3 \gamma_s$. Используя метод последовательных приближений по схеме [2], получим значение «расстройки» на выходе из ондулятора, усредненное по всем начальным фазам ψ_0 :

$$(\bar{\delta} - \delta_0)/\delta_0 = -(\kappa l/4\pi q \delta_0^2)^2 \mu^3 f(\mu), \quad (7)$$

где

$$f(\mu) = (1/\mu^3) (1 - \cos \mu - (\mu/2) \sin \mu), \quad \mu = 4\pi N q \delta_0, \quad (8)$$

N — число периодов ондулятора, δ_0 — начальное значение δ . Получается, что наличие диспергирующей среды (волновода) как бы изменяет величину l обратно пропорционально, а число N — прямо пропорционально коэффициенту q . При положительном значении этого коэффициента можно воспользоваться формулами, полученными в [2] для случая $n = 1$, заменяя величины l и N на их эффективные значения

$$l' = l/q, \quad N' = Nq. \quad (9)$$

Перейдем теперь непосредственно к рассмотрению ондуляторного излучения электронов, помещенных в волновод, и начнем со случая гладкого волновода.

1. Гладкий волновод. В гладком волноводе, представляющем собой металлическую трубу радиуса a , может иметь место только нормальный эффект Доплера ($\beta_{\text{фаз}} > 1$). Выражение для $n(\lambda)$ имеет вид $n(\lambda) = (1 - \lambda^2/\lambda_{\text{кр}}^2)^{1/2}$, где $\lambda_{\text{кр}}$ — критическая длина волны. Например, для ТМ₀₁-волны $\lambda_{\text{кр}} = 2,615 a$, для ТЕ₀₁-волны $\lambda_{\text{кр}} = 1,640 a$. Учитывая, что $q > 0$ или

$$1 > n(\lambda) > 1 - \lambda/l, \quad (10)$$

получаем при условии $\lambda^2 \ll \lambda_{кр}^2 \ll l^2$ допустимый интервал длин волн $0 \leq \lambda \leq 2\lambda_{кр}/l$. Коэффициент q в этом случае приобретает вид

$$q \simeq 1 - \lambda l / 2\lambda_{кр}^2. \quad (11)$$

Таким образом, волноводными свойствами можно пренебрегать лишь при $2\lambda_{кр}^2/l \ll \lambda$. Вообще же при $n < 1$ с приближением λ к предельному значению $\lambda = \lambda_{кр}^2/l$ неравенство $\lambda \ll l$ заметно ослабляется. В интервале $\lambda_{кр}^2/l < \lambda < 2\lambda_{кр}^2/l$ длина волны λ с увеличением кинетической энергии электронов уже не уменьшается, а увеличивается, приближаясь к постоянной величине $\lambda = 2\lambda_{кр}^2/l$. Сказанное иллюстрирует рис. 1, где для сравнения приведены кривые $\gamma_s^2(\lambda)$ для $n < 1$ (кривая 1) и $n = 1$ (кривая 2).

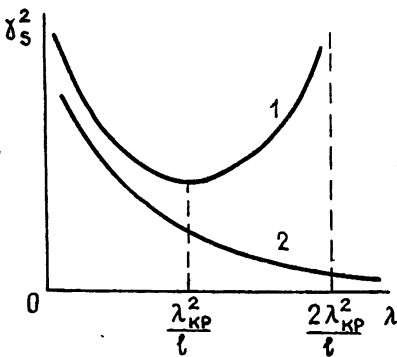


Рис. 1.

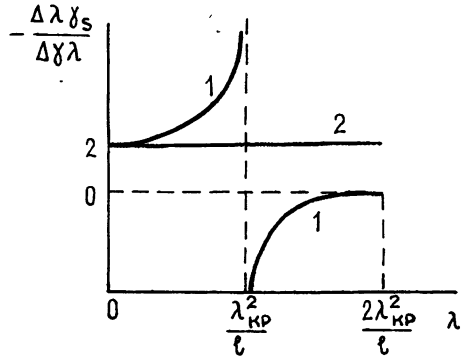


Рис. 2.

Из (4), (11) следует также связь между шириной линии излучения и разбросом кинетической энергии электронов:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = - \left(\frac{2\lambda_{кр}^2 - \lambda l}{\lambda_{кр}^2 - \lambda l} \right) \frac{\Delta\gamma}{\gamma_s}. \quad (12)$$

Очевидно, что только при $\lambda \ll \lambda_{кр}^2/l$ волноводные свойства не сказываются существенно на ширине линии излучения, но если $\lambda \simeq \lambda_{кр}^2/l$, то ширина линии оказывается аномально велика. Зависимость (12) для $n < 1$ (кривая 1) и для $n = 1$ (кривая 2) показана на рис. 2.

Электроны могут двигаться в ондуляторном поле либо по винтовой линии, ось которой совпадает с осью волновода, либо по спирали с осью, параллельной оси волновода, и радиусом, много меньшим радиуса волновода. Мы для определенности рассмотрим последний случай, который, кстати, чаще встречается. Используя выражения (7), (8), найдем коэффициент усиления G для этого случая. Последний есть, по определению, относительное приращение потока вектора Пойнтинга при прохождении через ондулятор тока электронов I , когда $z = L = Nl$. Выражение для G , соответствующее ТМ₀₁- и ТЕ₀₁-волнам и плотности тока $j_z(r)$, имеет вид $(J_1(x))$ —функция Бесселя 1-го порядка 1-го рода)

$$G = 16 \pi^2 q \frac{N}{\gamma_s} L^2 \beta_{\perp}^2 f(\mu) \frac{1}{I_A} \int_0^1 \left[\frac{J_1(2\pi(a/\lambda_{кр})y)}{J_1(2\pi(a/\lambda_{кр}))} \right]^2 j_z(y) y dy, \quad (13)$$

где $y = r/a$, $I_A = mc^3/e = 17 \text{ кА}$ — ток Альфвена. Если плотность тока равномерно распределена по сечению волновода $j_z(r) = I/\pi a^2 = \text{const}$, то (13) дает

$$G = 8\pi q \frac{N}{\gamma_s} \frac{L^2}{a^2} \beta_{\perp}^2 f(\mu) \frac{I}{I_A}. \quad (14)$$

Величина коэффициента усиления при одном и том же значении μ и сама величина μ при одинаковых значениях N и δ_0 оказываются в q^{-1} раз меньше, чем в случае плоской волны.

2. Диафрагмированный волновод. Диафрагмированный волновод представляет собой металлическую трубу радиуса b , снабженную диафрагмами, отверстия в которых имеют радиус a . В данном случае нас будет интересовать только волна типа TM_{01} , так как для нее фазовая скорость меньше скорости света ($n > 1$), причем может иметь место как нормальный, так и аномальный эффект Доплера. Соотношение (4) в этом случае записывается в виде

$$\frac{l}{\lambda} = 2\xi\sigma^{-1} \frac{\gamma_s^2}{1 - \gamma_s^2/\gamma_{\text{гp}}^2}, \quad \gamma_{\text{гp}}^2 = \frac{\sigma}{2(n-1)}. \quad (15)$$

Эта зависимость при $n-1 = \text{const}$ показана на рис. 3 (кривая 1). Область слева от граничной точки ($\gamma_s = \gamma_{\text{гp}}$) соответствует нормальному эффекту Доплера, область справа от нее — аномальному эффекту Доплера. Волноводными свойствами можно пренебречь только при $\gamma_s \ll \gamma_{\text{гp}}$. По мере приближения к граничной точке волноводные свойства становятся определяющими и величина l/λ быстро возрастает по отношению к своему значению при $n = 1$ (кривая 2 на рис. 3).

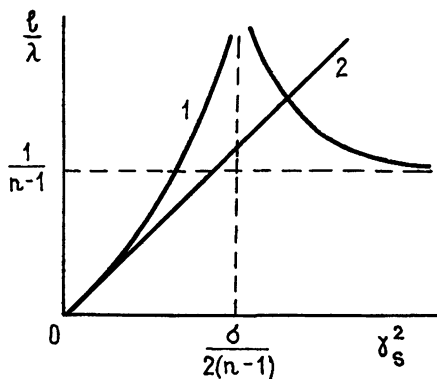


Рис. 3.

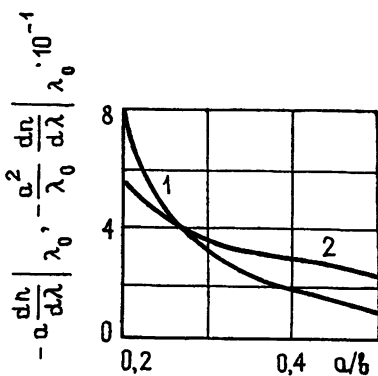


Рис. 4.

В окрестности точки $\lambda = \lambda_0$, где $n(\lambda_0) = 1$, выражение для q принимает вид

$$q = (\lambda - \lambda_0)/a (l/a) (a^2/\lambda_0) (dn/d\lambda)|_{\lambda_0} + \xi. \quad (16)$$

Используя (4), (16), получаем формулу для ширины линии излучения $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda/\lambda = -2q(l(dn/d\lambda)|_{\lambda_0} + \xi)^{-1} (\Delta\gamma/\gamma_s). \quad (17)$$

Поскольку в диафрагмированном волноводе имеет место нормальная дисперсия ($dn/d\lambda < 0$), то только для нормального эффекта Доплера в частном случае, когда $l(dn/d\lambda)|_{\lambda_0} \simeq -1$, ширина линии, как и в гладком волноводе, оказывается аномально велика. В общем же слу-

чае, когда $l(dn/d\lambda)|_{\lambda_0} \gg 1$, ширина линии излучения сужается, уменьшаясь приблизительно в $(l/q)(dn/d\lambda)|_{\lambda_0}$ раз. На рис. 4 показано, как изменяются безразмерные величины $-a(dn/d\lambda)|_{\lambda_0}$ (кривая 1) и $-(a^2/\lambda_0)(dn/d\lambda)|_{\lambda_0} \cdot 10^{-1}$ (кривая 2) в зависимости от параметров волновода. Дисперсионная зависимость в диафрагмированном волноводе, в отличие от гладкого, достаточно сильная [7], поэтому ширина линии излучения в нем может быть уменьшена в 10—100 раз по сравнению с соответствующим случаем в вакууме.

Проводя вычисления коэффициента усиления G по той же схеме, как и для гладкого волновода, с учетом того, что $k_z/k \rightarrow 1$ при $n \rightarrow 1$, где $k = \omega/c$, имеем

$$G = 32 \pi^2 q (N/\gamma_s) L^2 \beta_{\perp}^2 f(\mu) (1/I_A) \int_0^1 j_z(y) \cdot y^3 dy. \quad (18)$$

Для однородного сплошного пучка коэффициент усиления по-прежнему дается формулой (14) с учетом того, что значение q определяется выражением (16). В отличие от гладкого волновода в диафрагмированном волноводе величины G и μ оказываются уже в q раз больше, а величина γ_s^2 — во столько же раз меньше, чем значения этих величин для случая плоской волны. На практике их можно изменить в 2—3 раза.

3. Гофрированная ленточная линия. Для того чтобы провести аналитическое рассмотрение вопроса об ондуляторном излучении в замедляющих линиях, рассмотрим ленточную гофрированную линию, дисперсионные характеристики которой схожи с характеристиками круглого диафрагмированного волновода. Линия представляет собой две параллельные проводящие плоскости, расположенные на расстоянии $2b$ друг от друга, каждая из которых снабжена гофром с периодом d и глубиной h , причем глубина мала по сравнению с расстоянием между плоскостями, а форма гофра близка к синусоидальной. Для изучения свойств такой системы применялся предложенный Запольновым [6] метод конформных преобразований. Опуская довольно громоздкие выкладки, приведем окончательные результаты, полученные для первой полосы пропускания волны типа TM_{01} . Если параметры ленточной линии удовлетворяют условиям

$$b/d > 4\pi, \quad h/d \ll 1/2\pi, \quad (19)$$

то существует узкая спектральная область

$$d/8\pi^2 > \lambda - 2d > d^2/2\pi b, \quad (20)$$

в которой фазовая скорость волны будет меньше скорости света ($n > 1$). Коэффициент преломления $n(\lambda)$ в этой области имеет вид

$$n(\lambda) = 1 + \frac{d^2}{2b^2} \varphi(\lambda), \quad \varphi(\lambda) = \left[8\pi^2 \left(1 - \frac{4d^2}{\lambda^2} \right) \right]^{-1} - 1, \quad (21)$$

причем $dn/d\lambda|_{\lambda_0} = -4\pi^2 d/b^2$. Учитывая (19), легко получить, что значения $n(\lambda)$ и $dn/d\lambda|_{\lambda_0}$ ограничены сверху величинами

$$n(\lambda) \leq 1 + 1/32\pi^2, \quad -(dn/d\lambda)|_{\lambda_0} \leq 1/2\lambda_0. \quad (22)$$

Таким образом, выражения для отношения l/λ и ширины линии излучения приобретают вид

$$l/\lambda = ((ld/4b^2) \varphi(\lambda) + \xi) (2\gamma_s^2/\sigma); \quad (23)$$

$$\Delta\lambda/\lambda = -2 ((ld/4b^2) \varphi(\lambda) + \xi) (\xi - 4\pi^2 (ld/b^2))^{-1} (\Delta\gamma/\gamma_s). \quad (24)$$

Таким образом, даже для слабо гофрированной ленточной линии ширина линии излучения может быть ошутимо уменьшена (максимально в $2l/\lambda$ раз), а величины γ_s^2 и G изменяются незначительно.

Заметим, что свойства диспергирующей среды сказываются существенным образом на характеристиках ЛСЭ не только в приближении малого сигнала, как это было показано выше, но и в случае сильного сигнала. В этом случае становится возможным значительное увеличение коэффициента полезного действия η , характеризующего эффективность взаимодействия электронов с высокочастотным полем волны и равного доле кинетической энергии, отбираемой полем у электронов; при $\gamma_s = \text{const}$ (слабый сигнал) величина η мала и сравнима с относительной шириной линии $\eta \simeq \delta_0 - \delta \simeq 1/N$. При $n=1$ величину η можно повысить, адиабатически изменяя параметры системы: период ондулятора l и амплитуду ондуляторного поля B_{\perp} [8]. Использование волновода открывает дополнительные возможности увеличения η за счет такого изменения показателя преломления $n=n(z)$, которое соответствует уменьшению $v_{\text{фаз}}$ вдоль оси волновода. Это приводит к «синхронному» уменьшению энергии электрона γ_s , компенсирующему потери на излучение при фиксированной длине волны λ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Петелин М. И., Сморгонский А. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 2, с. 294.
2. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. — Квантовая электроника, 1978, 5, № 7, с. 1543.
3. Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 217.
4. Birkett D. S., Marshall T. C., Schlesinger S. P., McDermott D. B. — IEEE J. Quant. Electron., 1981, 17, p. 1348.
5. Денисов Г. Г., Резников М. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 5, с. 562.
6. Запольнов Н. П. Некоторые вопросы расчета электромагнитного поля в замкнутых системах. — М.: Сов. радио, 1973, с. 10.
7. Вальднер О. А., Собенин Н. П., Зверев Б. В., Щедрин И. С. Справочник по диафрагмированным волноводам. — М.: Атомиздат, 1969, с. 50.
8. Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N. — IEEE J. Quant. Electron., 1981, 17, p. 1436.

Физический институт им. П. В. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
31 мая 1983 г.

AMPLIFICATION OF THE UNDULATOR RADIATION IN A WAVEGUIDE

A. A. Kolomensky, I. I. Pakhomov

The amplification of stimulated undulator radiation of electrons moving in media with phase velocity differing from the velocity of light has been theoretically investigated. The cases of normal and anomalous Doppler effect have been considered for a real free electron laser system, when the undulator field is excited in a waveguide or in a strip line. It is shown that the difference between phase velocity and velocity of light can lead to a significant change of the conditions of radiation excitation and its parameters. They are worse in the case of a smooth waveguide and to some extent improved in the case of diaphragmed structures. Expressions for the gain coefficient and radiation line width are found and analyzed. It is noted that efficiency of the system can be increased by altering the wave phase velocity along the undulator.