

УДК 621.385.6

НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ О-ТИПА

С. Г. Курбаров, А. А. Шматько

Проведено исследование шумовых характеристик резонансных генераторов с длительным взаимодействием О-типа на основе нелинейных уравнений для амплитуды и частоты генерируемого колебания при условии, что время корреляции случайных возмущений гораздо больше времени установления колебаний в резонаторе. Анализируется влияние отдельных компонент низкочастотного шума на интенсивность амплитудных и частотных флуктуаций в пределах зоны генерации. Установлены основные особенности преобразования исходных шумов в генераторе с учетом нелинейного взаимодействия электронного пучка с полем резонатора при изменении различных параметров системы.

При построении теории резонансных автогенераторов с распределенным взаимодействием намечались два пути исследований. К первому направлению можно отнести традиционное изучение основных физических особенностей нелинейного электронно-волнового процесса взаимодействия с целью повышения выходной мощности, КПД, расширения частотного диапазона генерации детерминированных колебаний [1-4]. Другое направление связано с исследованием влияния различного рода возмущений, регулярных или случайных, как на сам процесс генерации, так и на характеристики излучения — возникновение амплитудно-фазовой модуляции в выходном колебании, изменение спектра излучения и др. По анализу шумовых явлений в указанных генераторах имеются лишь отдельные публикации [5-7], в которых на основе упрощенных математических моделей генераторов изучаются флуктуационные процессы и их влияние на некоторые выходные параметры приборов. К общим ограничениям этих работ следует отнести приближение малого сигнала для регулярных колебаний и однородность распределения поля в резонаторе вдоль движения электронов. Исследование флуктуационных явлений в нелинейном режиме не проводилось. Разработка генератора с малым уровнем модуляционных шумов требует исследования воздействия различных флуктуационных составляющих на амплитуду колебаний в полосе генерации [8-10].

В данной работе на основе нелинейной самосогласованной системы уравнений и общей флуктуационной теории автогенераторов проведено исследование влияния низкочастотных составляющих естественных и технических шумов электронного потока на амплитуду и частоту колебаний в режиме развитой генерации.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Будем считать, что на вход в пространство взаимодействия автогенератора поступает случайно модулированный по скорости и плотности заряда электронный пучок. Движение электронов одномерное, а пучок плоский [2]. В работе рассматриваются низкочастотные состав-

ляющие шума. Возмущения тока пучка \tilde{I}_0 обусловлены дробовым и фликкерным шумом, явлением токоперехвата [11, 12], а флуктуации начальной скорости электронов \tilde{v}_0 — нестабильностью источников питания и разбросом начальных тепловых скоростей электронов. Флуктуационные величины \tilde{I}_0 и \tilde{v}_0 связаны с составляющими модуляционных шумов соотношениями [13]

$$\tilde{I}_0 = \bar{I}_0 \left[\beta \left(\frac{\tilde{I}_{др}}{\bar{I}_0} + \frac{\tilde{I}_{фл}}{\bar{I}_0} \right) + \frac{\tilde{I}_T}{\bar{I}_0} \right], \quad \tilde{v}_0 = \bar{v}_0 \left(\frac{\tilde{v}}{\bar{v}_0} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{U}_0}{\bar{U}_0} \right). \quad (1)$$

Величины $\tilde{I}_{др}$, $\tilde{I}_{фл}$, \tilde{I}_T определяют соответственно флуктуации тока вследствие дробового, фликкерного шумов и явления токоперехвата, а \tilde{v} , \tilde{U}_0 — флуктуации тепловой скорости и источника питания. Коэффициент β ($0 < \beta < 1$) характеризует потери тока на пути от катода до входа в резонатор, \bar{I}_0 , \bar{v}_0 — регулярные значения тока и скорости электронов. Исходные спектральные плотности модуляционных шумов (1) считаются заданными. Рассматриваются шумы, время корреляции которых $\tau_{кор}$ существенно превышает время установления колебаний в резонаторе $\tau_{уст}$. Известно [2], что для данного класса приборов время пролета электронов через резонатор $\tau_{пр} = L/\bar{v}_0$ (L — длина резонатора) мало по сравнению с $\tau_{уст}$. Поэтому можно считать амплитуду и частоту случайно-модулированных колебаний медленно меняющимися и за время пролета $\tau_{пр}$. Пространственным зарядом пучка пренебрегаем. Тогда система уравнений, описывающая самосогласованный электронно-волновой процесс взаимодействия, с учетом исходных предпосылок и традиционных приближений, характерных для данного класса резонансных генераторов [1-4], запишется в виде

$$\frac{dR}{dt} + \frac{\omega_r'}{2Q} R = - \frac{1}{N_r T_1} \operatorname{Re} \hat{\Phi}(t), \quad \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{N_r T_1 R} \operatorname{Im} \hat{\Phi}(t); \quad (2a)$$

$$\hat{\Phi}(t) = \frac{L}{2} \int_0^1 \int_{t-T_1}^t J(t_0) f(\xi) \exp [i(\varphi_0 + \Phi_s \xi + \theta + \gamma(t))] dt_0 d\xi, \quad (2b)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \left(1 + \frac{1}{\Phi_0} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^2 \frac{R \Phi_0}{4 E_0} f(\xi) \cos(\varphi_0 + \Phi_s \xi + \theta + \gamma(t)).$$

Здесь $R(t)$, $\gamma(t)$ — модуль и фаза амплитуды возбуждаемого колебания при наличии низкочастотных модуляционных шумов, продольная электрическая составляющая синхронной волны которого имеет вид

$$E_r = (1/2) R(t) f(\xi) \exp [-i(\omega_r' t - L\beta_\varphi \xi + \gamma(t))],$$

где $\beta_\varphi = \omega_r'/v_\varphi$ — волновое число синхронной с пучком волны, v_φ — ее фазовая скорость, $\omega_r = \omega_r' (1 - i/2Q)$ — резонансная частота, $T_1 = 2\pi/\omega_r'$ — период колебаний, Q — нагруженная добротность, $\xi = y/L$ — безразмерная координата, $f(\xi)$ — функция, описывающая амплитудное распределение поля вдоль резонатора ($0 \leq \xi \leq 1$), N_r — норма колебания, $J(t_0)$ — конвекционный ток пучка при $\xi = 0$, $\Phi_0 = \omega_r' L/\bar{v}_0$ — невозмущенный угол пролета, $\Phi_s = \Phi_0 (1 - \bar{v}_0/v_\varphi)$ — относительный рассинхронизм между скоростью пучка \bar{v}_0 и фазовой

скоростью волны v_φ , $\theta = \omega_r'(t - t_0) - \Phi_0 \xi$ — высокочастотная фаза электронов, t_0 — время влета электрона в резонатор, $\varphi_0 = \omega_r' t_0$, $E_0 = \bar{U}_0/L$, \bar{U}_0 — регулярная составляющая ускоряющего напряжения.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФЛУКТУАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

В отсутствие предварительной случайной модуляции параметров электронного пучка система уравнений (2) описывает развитие детерминированных колебаний в генераторе [2]. При наличии флукуационного воздействия необходимо определить начальные условия для фазы электрона $\theta(\xi, \varphi_0)$ и его производной $\partial\theta(\xi, \varphi_0)/\partial\xi$ уравнения (2). Высокочастотная фаза электронов θ в момент влета в пространство взаимодействия ($t = t_0$, $\xi = 0$) равна нулю ($\theta|_{\xi=0} = 0$), а величину $\partial\theta/\partial\xi|_{\xi=0}$ определим через текущее значение скорости $v(\xi, \varphi_0)$:

$$v(\xi, \varphi_0)|_{\xi=0} = \bar{v}_0 [1 + (1/\Phi_0)(\partial\theta/\partial\xi)]^{-1}|_{\xi=0}. \quad (3)$$

Представляя высокочастотную фазу электрона $\theta(\xi, \varphi_0)$ на траектории электрона в виде суммы регулярной $\bar{\theta}$ и флукуационной частей $\tilde{\theta}$ и учитывая малость флукуационных величин по сравнению с их регулярными составляющими $|\tilde{\theta}/\bar{\theta}| \ll 1$, $|(\partial\tilde{\theta}/\partial\xi)/(\partial\bar{\theta}/\partial\xi)| \ll 1$, получим для производных $\partial\bar{\theta}/\partial\xi$ и $\partial\tilde{\theta}/\partial\xi$ начальные условия

$$\partial\bar{\theta}/\partial\xi|_{\xi=0} = 0, \quad \partial\tilde{\theta}/\partial\xi|_{\xi=0} = -\Phi_0 \tilde{v}_0/\bar{v}_0. \quad (4)$$

Линеаризация нелинейного уравнения движения (2б) относительно случайной фазы электрона $\tilde{\theta}$ приводит к двум связанным уравнениям: нелинейному уравнению относительно фазы $\tilde{\theta}$, в точности совпадающему с уравнением движения системы (2б), и линейному дифференциальному уравнению второго порядка относительно случайной добавки $\tilde{\theta}$ с переменными коэффициентами, определяемыми решением регулярной задачи. Представим $\tilde{\theta}$ в виде $\tilde{\theta} = -\theta_v \Phi_0 \tilde{v}_0/\bar{v}_0$. Тогда для $\theta_v(\xi, \varphi)$ получим дифференциальное уравнение с регулярными начальными условиями

$$\frac{\partial^2 \theta_v}{\partial \xi^2} + A(\xi, \varphi) \frac{\partial \theta_v}{\partial \xi} + B(\xi, \varphi) \theta_v = 0, \quad \theta_v|_{\xi=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta_v}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 1. \quad (5)$$

Переменные коэффициенты $A(\xi, \varphi)$, $B(\xi, \varphi)$ имеют вид

$$A(\xi, \varphi) = -\frac{3}{4} \frac{R}{E_0} f(\xi) \left(1 + \frac{1}{\Phi_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \xi}\right)^2 \cos(\Phi_s \xi + \bar{\theta} + \varphi), \quad (6)$$

$$B(\xi, \varphi) = \frac{R \Phi_0}{4 E_0} f(\xi) \left(1 + \frac{1}{\Phi_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \xi}\right)^3 \sin(\Phi_s \xi + \bar{\theta} + \varphi),$$

где $\varphi = \varphi_0 + \gamma$. Система взаимно связанных уравнений для определения $\tilde{\theta}$ и θ_v указывает на сложный механизм преобразования исходных модуляционных шумов в генераторе, которые существенным образом зависят от режима генерации. Заметим, что в случае воздействия регулярных возмущений на генератор, таких, как скоростная или токовая предварительная модуляция пучка, уравнения (5) остаются без изменения. Таким образом, полученная система уравнений для θ и θ_v

одинаково пригодна для описания процессов, связанных с флуктуационным и регулярным воздействием сигналов на систему.

Получим флуктуационные уравнения для амплитуды и частоты колебания. Ограничиваясь линейными слагаемыми в разложении подынтегрального выражения функции $\hat{\Phi}(t)$ (2а) по малым флуктуационным величинам \tilde{I}_0/\bar{I}_0 , \tilde{v}_0/\bar{v}_0 , учитывая при этом, что $J(t_0) = \bar{I}_0 + \tilde{I}_0$, $\theta = \bar{\theta} + \tilde{\theta}$, уравнение (2а) преобразуем к виду

$$\partial R/\partial t = -(1/2 \omega'_r) \Phi(\omega'_r, R) + \omega'_r E_0 \tilde{\epsilon}_1(t, \omega'_r, R); \quad (7)$$

$$d\gamma/dt = -(1/2 \omega'_r R) \Psi(\omega'_r, R) + (\omega'_r/R) E_0 \tilde{\epsilon}_2(t, \omega'_r, R). \quad (8)$$

Здесь

$$\tilde{\epsilon}_1(t, \omega'_r, R) = (G/2Q) [A_c(\omega'_r, R) \tilde{I}_0(t)/\bar{I}_0 + \Phi_0 B_s(\omega'_r, R) \tilde{v}_0(t)/\bar{v}_0],$$

$$\tilde{\epsilon}_2(t, \omega'_r, R) = (G/2Q) [-A_s(\omega'_r, R) \tilde{I}_0(t)/\bar{I}_0 + \Phi_0 B_c(\omega'_r, R) \tilde{v}_0(t)/\bar{v}_0]$$

— флуктуационные функции, отражающие вклад различных случайных компонент в модуляционные шумы,

$$\Phi(\omega'_r, R) = (\omega_r'^2/Q) E_0 [R/E_0 - G A_c(\omega'_r, R)],$$

$$\Psi(\omega'_r, R) = (\omega_r'^2/Q) E_0 G A_s(\omega'_r, R),$$

$$A_{c,s}(\omega'_r, R) = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\varphi + \Phi_s \xi + \bar{\theta})}{\sin} d\xi d\varphi,$$

$$B_{c,s}(\omega'_r, R) = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \theta_v(\xi, \varphi) \frac{\cos(\varphi + \Phi_s \xi + \bar{\theta})}{\sin} d\xi d\varphi,$$

$G = 2QL^2 |\bar{I}_0| / (\omega'_r N_r \bar{U}_0)$ — параметр, характеризующий эффективность взаимодействия электронов и поля в генераторе [2].

Конкретизация типа прибора и источников нестабильностей позволяет вычислить все необходимые величины для определения флуктуационных характеристик. В режиме развитой генерации (амплитуда регулярных колебаний существенно больше флуктуационной добавки к ней) величину $R(t)$ и мгновенную частоту колебаний $\omega_M(t) = \omega_r' + d\gamma/dt$ можно представить в виде

$$R(t) = R_0 (1 + \alpha(t)), \quad \omega_M(t) = \omega_0 + \nu(t), \quad (9)$$

$$|\alpha| \ll 1, \quad |\nu(t)| \ll \omega_0.$$

Здесь R_0 и ω_0 — амплитуда и частота детерминированных колебаний в стационарном режиме:

$$\Phi(\omega'_r, R_0) = 0, \quad \omega_0 = \omega'_r - \Psi(\omega'_r, R_0)/(2\omega'_r R_0), \quad (10)$$

$\alpha(t)$ и $\nu(t)$ — флуктуационные добавки к амплитуде R_0 и частоте ω_0 регулярных колебаний, которые находятся из флуктуационных уравнений, по форме совпадающих с аналогичными уравнениями генератора с сосредоточенными параметрами [14]

$$d\alpha/dt + p\alpha = (\omega'_r/\bar{F}) \tilde{E}_1(t), \quad \nu + q\alpha = (\omega'_r/\bar{F}) \tilde{E}_2(t), \quad (11)$$

где $\tilde{E}_1(t) = \tilde{\varepsilon}_1(t, \omega'_r, \bar{F})$, $E_2(t) = \tilde{\varepsilon}_2(t, \omega'_r, \bar{F})$, $\bar{F} = R_0/E_0$ — нормированная на E_0 амплитуда стационарных колебаний, $p = (\partial\Phi/\partial R)_{R=R_0}/(2\omega'_r)$ — параметр прочности предельного цикла, $q = R_0[\partial(\Psi/R)/\partial R]_{R=R_0}/(2\omega'_r)$ — параметр неизохронности колебаний [14]. Величины p и q , во многом определяющие характер зависимостей флуктуационных процессов от режима генерации прибора, можно однозначно выразить через такие выходные характеристики генератора, как электронный КПД η , электронное смещение частоты δ и амплитуду колебаний \bar{F} [2],

$$\eta = \frac{\bar{F}}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \cos(\varphi + \Phi_s \xi + \bar{\theta}) d\xi d\varphi,$$

$$\delta = -\frac{G}{4\pi\bar{F}} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \sin(\varphi + \Phi_s \xi + \bar{\theta}) d\xi d\varphi.$$

Тогда для p и q получим

$$p = \frac{\omega'_r}{2Q} \left[1 - G \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{\eta(F)}{F} \right)_{F=\bar{F}} \right], \quad q = -\frac{\omega'_r}{2Q} \bar{F} \left(\frac{\partial\delta}{\partial F} \right)_{F=\bar{F}}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что параметры p и q определяются крутизной амплитудно-частотной характеристики в стационарном режиме, безразмерная амплитуда которого \bar{F} связана простым функциональным соотношением с электронным КПД η :

$$\bar{F}^2 = G\eta(\bar{F}).$$

Заметим, что полученные уравнения (11) являются линейными относительно искомого флуктуационных величин $a(t)$ и $v(t)$.

Для слабонелинейного режима генерации детерминированных колебаний ($\eta^2 \ll 1$) анализ упрощается, так как параметры p и q определяются в аналитическом виде:

$$p = \frac{\omega'_r}{2Q} \left\{ 1 - \frac{G\Phi_0}{8} \int_0^1 f(\xi) M(\xi) \left[J_0(\bar{X}) - \frac{J_1(\bar{X})}{\bar{X}} \right] \cos(\Phi_s \xi + \hat{\Psi}(\xi)) d\xi \right\},$$

$$q = \frac{\omega'_r}{2Q} \left\{ \frac{G\Phi_0}{8} \int_0^1 f(\xi) M(\xi) \left[J_0(\bar{X}) - \frac{2J_1(\bar{X})}{\bar{X}} \right] \sin(\Phi_s \xi + \hat{\Psi}(\xi)) d\xi \right\},$$

где

$$\bar{X}(\xi) = (\bar{F}\Phi_0/4) M(\xi), \quad M(\xi) = [A^2(\xi) + B^2(\xi)]^{1/2},$$

$$\hat{\Psi}(\xi) = \text{arctg}(A(\xi)/B(\xi)), \quad A(\xi) = \int_0^\xi f(\xi') (\xi - \xi') \cos \Phi_s \xi' d\xi',$$

$$B(\xi) = \int_0^\xi f(\xi') (\xi - \xi') \sin \Phi_s \xi' d\xi',$$

$J_0(\bar{X})$, $J_1(\bar{X})$ — функция Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; коэффициенты $A_{c,s}$, $B_{c,s}$, входящие в флуктуационные уравнения через величины $\tilde{E}_1(t)$ и $\tilde{E}_2(t)$, имеют вид

$$A_c(\omega_r', \bar{F}) = \bar{F}/G, \quad A_s(\omega_r', \bar{F}) = -A_c(\omega_r', \bar{F}) \delta,$$

$$B_{c,s}(\omega_r', \bar{F}) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(\xi) \xi \frac{\cos(\Phi_s \xi + \hat{\Psi}(\xi))}{\sin} J_1(\bar{X}) d\xi.$$

При однородном распределении амплитуды высокочастотного поля вдоль пространства взаимодействия $f(\xi) = 1$ полученные аналитические выражения аналогичны [6].

СПЕКТРАЛЬНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

При изучении шумовых характеристик генератора в рамках спектрально-корреляционной теории [14] определяют корреляционную функцию и спектральную плотность мощности случайного процесса. Если известен энергетический спектр входного воздействия, то решение флуктуационных уравнений (11) имеет вид

$$\alpha(t) = \frac{\omega_r'}{F} \int_0^{\infty} \tilde{E}_1(t-t') \exp(-pt') dt',$$

$$\nu(t) = \frac{\omega_r'}{F} \left[-q \int_0^{\infty} \tilde{E}_1(t-t') \exp(-pt') dt' + \tilde{E}_2(t) \right],$$

причем $\langle \alpha(t) \rangle = \langle \nu(t) \rangle = 0$. Это позволяет определить корреляционные функции амплитудных и частотных флуктуаций стационарного случайного процесса через корреляционные функции исходных случайных процессов $\tilde{E}_1(t)$, $\tilde{E}_2(t)$:

$$\Phi_\alpha(\tau) = \frac{\omega_r'^2}{2pF^2} \int_0^{\infty} [\Phi_{E_1}(\tau + \tau') + \Phi_{E_1}(\tau - \tau')] \exp(-p\tau') d\tau',$$

$$\Phi_\nu(\tau) = q^2 \Phi_\alpha(\tau) + \frac{\omega_r'^2}{F^2} \Phi_{E_2}(\tau) - q \frac{\omega_r'^2}{F^2} \int_0^{\infty} [\Phi_{E_1 E_2}(\tau' + \tau) + \Phi_{E_1 E_2}(\tau' - \tau)] \exp(-p\tau') d\tau'.$$

Из дальнейшего анализа следует, что генераторы с распределенным взаимодействием относятся к неизохронным генераторам ($q \neq 0$), что указывает на корреляцию амплитудных и частотных флуктуаций. Степень этой корреляции определяется совместной корреляционной функцией, четная $\Phi_{\alpha\nu}^{(0)}(\tau)$ и нечетная $\Phi_{\alpha\nu}^{(1)}(\tau)$ части которой соответственно равны

$$\Phi_{\alpha\nu}^{(0)}(\tau) = -q \Phi_\alpha(\tau) + \frac{\omega_r'^2}{2F^2} \int_0^{\infty} [\Phi_{E_1 E_2}(\tau + \tau') + \Phi_{E_1 E_2}(\tau' - \tau)] \exp(-p\tau') d\tau'$$

$$\Phi_{\alpha\nu}^{(1)}(\tau) = \frac{\omega_r'^2}{2F^2} \int_0^{\infty} [\Phi_{E_1 E_2}(\tau + \tau') - \Phi_{E_1 E_2}(\tau' - \tau)] \exp(-p\tau') d\tau',$$

Наиболее универсальной энергетической мерой случайного процесса $x(t)$ является спектральная плотность флуктуаций $S_x(\Omega)$ на частоте анализа Ω , которая связана с корреляционной функцией процесса преобразованием Фурье [14]. Выпишем выражения для амплитудной $S_x(\Omega)$, частотной $S_v(\Omega)$ и совместной $S_{\alpha v}(\Omega)$ (четной $S_{\alpha v}^{(0)}(\Omega)$ и нечетной $S_{\alpha v}^{(1)}(\Omega)$) спектральных плотностей выходного сигнала:

$$\begin{aligned} S_x(\Omega) &= (\omega_r'^2/\bar{F}^2) S_{E_1}(\Omega) (p^2 + \Omega^2)^{-1}, \\ S_v(\Omega) &= q^2 S_x(\Omega) + \frac{\omega_r'^2}{\bar{F}^2} S_{E_2}(\Omega) - 2 \frac{pq}{p^2 + \Omega^2} \frac{\omega_r'^2}{\bar{F}^2} S_{E_1 E_2}(\Omega), \\ S_{\alpha v}^{(0)}(\Omega) &= -q S_x(\Omega) + \frac{\omega_r'^2}{F^2} \frac{p}{p^2 + \Omega^2} S_{E_1 E_2}(\Omega), \\ S_{\alpha v}^{(1)}(\Omega) &= -\frac{\omega_r'^2}{\bar{F}^2} \frac{\Omega}{p^2 + \Omega^2} S_{E_1 E_2}(\Omega). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь S_{E_1} , S_{E_2} , $S_{E_1 E_2}$ — спектральные плотности исходных случайных процессов, определяемые флуктуационными величинами $\tilde{I}_{др}(t)$, $\tilde{I}_{фл}(t)$, $\tilde{I}_T(t)$, $\tilde{v}(t)$, $\tilde{U}_0(t)$. Считая их статистически независимыми, величины S_{E_1} , S_{E_2} , $S_{E_1 E_2}$ можно связать непосредственно со спектральной плотностью каждой составляющей шума:

$$\begin{aligned} S_{E_1}(\Omega) &= a_I S_I(\Omega) + B_s^2 S_{v_0}(\Omega), \\ S_{E_2}(\Omega) &= a_I \delta^2 S_I(\Omega) + B_c^2 S_{v_0}(\Omega), \\ S_{E_1 E_2}(\Omega) &= a_I \delta S_I(\Omega) + B_s B_c S_{v_0}(\Omega), \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} S_I(\Omega) &= \beta^2 (S_{\lambda p}(\Omega) + S_{\phi л}(\Omega)) + S_T(\Omega), \\ S_{v_0}(\Omega) &= a_v S_v(\Omega) + a_{U_0} S_{U_0}(\Omega), \\ a_I &= \frac{\bar{F}^2}{4Q^2 \bar{T}_0^2}, \quad a_v = \frac{G^2 \Phi_0^2}{4Q^2 \bar{v}_0^2}, \quad a_{U_0} = \frac{1}{2} a_v \frac{\bar{v}_0^2}{\bar{U}_0^2}. \end{aligned}$$

Из полученных выше соотношений следует, что флуктуационные характеристики генератора, являющегося существенно нелинейной системой, зависят от величины интенсивности исходных шумов и от положения рабочей точки в зоне генерации, что приводит к неравномерной зависимости интенсивности шумов в пределах зоны генерации. Кроме того, развиваемая теория позволяет установить степень влияния различных составляющих модуляционных шумов на амплитудно-частотные флуктуации автоколебаний при изменении основных параметров генератора в различных точках зоны генерации по Φ_s . Для этой цели необходимо знать решение нелинейных уравнений генератора в установившемся режиме и связанное с ним решение линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами (5), указывающее на степень преобразования исходных шумов на нелинейности.

ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Перейдем к анализу результатов расчета флуктуационных характеристик генератора. Все исследования проводились для трех распре-

делений амплитуды поля в резонаторе: однородного $f(\xi) = 1$, косинусоидального $f(\xi) = \sqrt{2/(1+\delta_m^0)} \cos \pi m \xi$ ($\delta_m^0 = \begin{cases} 1, m=0 \\ 0, m \neq 0 \end{cases}$, m — индекс вида колебания объемного резонатора с решеткой), гауссова $f(\xi) = A \exp [-(\xi-0,5)^2/\omega^2]$ (ω — ширина пятна поля в резонаторе, A — нормировочная константа [2]). Численное решение дифференциального уравнения проводилось методом Рунге—Кутты. К основным параметрам флуктуационного процесса относятся прочность предельного цикла p и неизохронность колебаний q . Эти величины рассчитывались по формулам (14) с использованием нелинейных интегродифференциальных уравнений генератора в режиме развитой генерации (2). На рис. 1

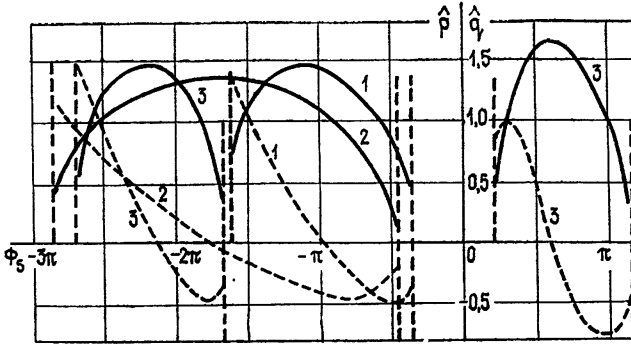


Рис. 1.

представлены зависимости параметра прочности предельного цикла p (сплошные линии) и параметра неизохронности q (пунктирные линии), нормированных на величину $\omega'_r/2Q$ ($p = \hat{p}\omega'_r/2Q$, $q = \hat{q}\omega'_r/2Q$), от относительного рассинхронизма скорости электрона и фазовой скорости замедленной волны в системе Φ_s для трех указанных выше распределений поля $f(\xi)$. Цифры 1, 2, 3 на рисунке относятся соответственно к однородному, косинусоидальному и гауссову распределению поля. Основные параметры выбирались следующими*: $\Phi_0 = 100$, $\omega = 0,25$, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск мин}} = 2$. Как следует из рисунка, рассматриваемый класс генераторов с распределенным взаимодействием O -типа относится к неизохронным генераторам ($q \neq 0$), в которых наблюдается корреляция частотных и амплитудных флуктуаций. Параметр прочности предельного цикла p принимает максимальное значение внутри зоны генерации и заметно уменьшается к ее краям. Максимальное значение достигается при таких Φ_s , где крутизна функции $(\eta(F)/F)_{F=\bar{F}}$ минимальна (12). Физическая природа этого экстремума связана с оптимальной функциональной зависимостью от ξ амплитуды конвекционного тока вдоль пространства взаимодействия, когда наблюдается наиболее эффективное взаимодействие электронов и поля. На низковольтном конце зоны генерации пучок еще недостаточно сгруппирован, а на высоковольтном перегруппирован (появляется сгусток электронов в ускоряющей фазе поля), что и является причиной уменьшения мощности генерации и параметра p . В случае косинусоидального распределения (кривые 2) величина p максимальна в зоне положительных значений Φ_s . Как показывает более детальный анализ, крутизна ампли-

* Для достижения необходимой точности при вычислении параметров p и q количество «крупных» частиц на периоде поля выбиралось в пределах 48—120 в зависимости от значения тока пучка \bar{I}_0 .

тудной колебательной характеристики ($\eta(F)/F$) $_{F=\bar{F}}$ в этой точке имеет наименьшее отрицательное значение для двух зон. Зависимость параметра q по зоне имеет несимметричный вид относительно точки, где $q=0$, что связано с несимметрией частотной характеристики генератора $\delta(\Phi_s)$. Из анализа зависимости p и q от Φ_s следует возможное уменьшение интенсивности амплитудных и частотных шумов в центральной части зоны генерации и возрастание их к ее краям.

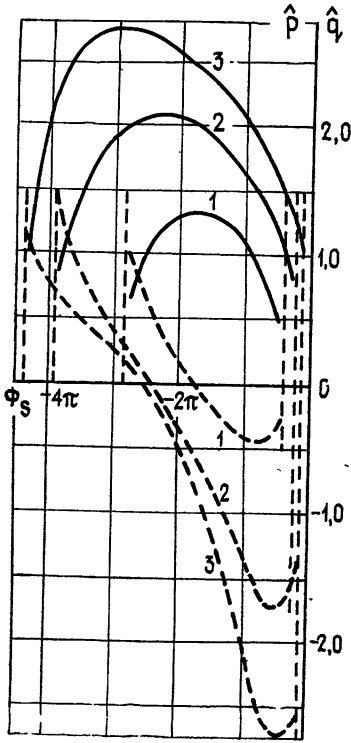


Рис. 2.

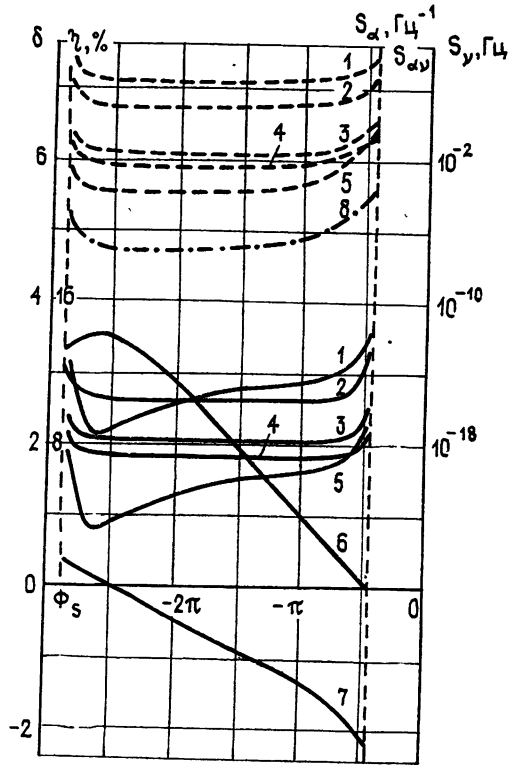


Рис. 3.

На рис. 2 представлены те же зависимости для p и q при различных значениях относительной величины тока пучка ($\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 2$ — кривые 1, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 4$ — кривые 2, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 6$ — кривые 3) и гауссова распределения поля. Увеличение тока пучка приводит к расширению зоны генерации с одновременным увеличением величины p , что может приводить к улучшению спектра колебаний.

При установлении закона изменения энергетических характеристик флуктуаций по зоне генерации для различных составляющих модуляционных шумов необходимо задать энергетический спектр входного воздействия. Используя известные теоретические и экспериментальные результаты [6, 10-14], выпишем исходные спектральные плотности низкочастотных шумов:

$$S_{\text{др}} = \frac{eI_k}{2\pi}, \quad S_{\text{т}} = \frac{eI_k}{2\pi} \beta (1 - \beta), \quad S_v = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{ekT}{\pi m I_k},$$

$$S_{\Phi\lambda} = \frac{a_{\Phi} I_k^2}{\Omega}, \quad S_{U_0} = \left(\frac{a_1}{\Omega} + \frac{a_2}{\Omega^2} + \frac{a_3}{\Omega^3}\right) \bar{U}_0^2.$$

Здесь e , m — заряд и масса электрона, I_k — ток катода электронной пушки, T — абсолютная температура катода, k — постоянная Больцмана, a_ϕ , a_1 , a_2 , a_3 — постоянные числа, определяемые из эксперимента [8, 15], которые имеют следующие значения: $a_\phi = 2 \cdot 10^{-13}$, $a_1 = 0,75 \cdot 10^{-15}$, $a_2 = -3,64 \cdot 10^{-11}$ Гц, $a_3 = 5,9 \cdot 10^{-7}$ Гц². На рис. 3 представлены результаты расчета спектральной плотности амплитудных S_α и частотных S_ν флукутаций, а также модуля совместной спектральной плотности $|S_{\alpha\nu}| = (S_{\alpha\nu}^{(0)2} + S_{\alpha\nu}^{(1)2})^{1/2}$ для гауссова распределения поля при $\Phi_0 = 100$, $\omega = 0,25$, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 2$, $G = 6,846$, $Q = 10^3$, $\beta = 0,8$, $\Omega = 2\pi$ кГц. Графики 1—5 определяют уровень амплитудных (сплошные линии) и частотных (пуктирные линии) шумов, обусловленных соответственно нестабильностью ускоряющего напряжения, фликкерным, дробовым шумом, явлением токоперехвата, флукутациями начальной тепловой скорости электронов. Из представленных зависимостей следует, что основной вклад в спектральную плотность шумов для данной частоты анализа Ω вносят шумы фликкерного типа, связанные с нестабильностью ускоряющего напряжения и фликкер-шумом электронного пучка. При увеличении Ω уровень фликкерных составляющих шумов уменьшается, и при $\Omega \gtrsim 500$ кГц определяющими являются естественные шумы генератора, имеющие равномерную частотную характеристику для спектральной плотности. Эти результаты качественно согласуются и с экспериментальными исследованиями [8, 9]. Увеличение уровня шумов на краях зоны по сравнению с шумами в центральной части зоны связано с «накоплением» флукутаций за счет меньшей скорости затухания шумов. В пределах области частотной перестройки генератора заметен различный характер поведения величины спектральной плотности амплитудных S_α и частотных S_ν шумов, обусловленных нестабильностью скорости электронного потока. Если интенсивность частотных шумов в пределах зоны генерации изменяется незначительно, то уровень амплитудных флукутаций понижается при приближении Φ_s к высоковольтной границе зоны генерации. Минимальные значения $S_{\alpha U_0}$ и $S_{\alpha\nu}$ достигаются при тех Φ_s , где КПД максимальный (график 6). Частотные флукутации не обладают такой особенностью, так как зависимость частоты от Φ_s в области электронной перестройки (график 7) монотонная. Величина модуля совместной спектральной плотности $|S_{\alpha\nu}|$ флукутаций амплитуды и частоты колебаний, вызванных одновременным действием всех шумовых компонент модулирующего шума, как видно из графика 8, отлична от нуля в пределах зоны генерации, включая и изохронный режим ($q = 0$). Это является

следствием корреляции случайных процессов $\tilde{E}_1(t)$ и $\tilde{E}_2(t)$, поскольку флукутации амплитуды и частоты порождены одними и теми же составляющими шумов. В результате наблюдается амплитудно-частотная корреляция в выходном сигнале.

Увеличение тока пучка \bar{I}_0 приводит к снижению минимального уровня шума амплитудных и частотных флукутаций с одновременным расширением области малых шумов. Наиболее сильно эта особенность проявляется для компонент шума, обусловленных дробовыми и фликкер-эффектами, явлением токоперехвата и менее заметна для других составляющих. На рис. 4, 5 изображены графические зависимости спектральных плотностей амплитудных $S_{\alpha\text{др}}$ и частотных $S_{\nu\text{др}}$ флукутаций, вызванных дробовыми шумами электронного потока от относительного рассинхронизма для различных значений $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}}$ ($\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 2$ — кривая 1, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 4$ — кривая 2, $\bar{I}_0/I_{\text{пуск. мин}} = 6$ — кривая 3).

Величины $S_{\alpha\text{др}}$ и $S_{\nu\text{др}}$ нормировались соответственно на $2e/I_{\text{пуск. мин}}$ и $2\omega_r^2 e/I_{\text{пуск. мин}}$ и рассчитывались по формулам

$$S_{\text{адр}} = \frac{\omega_r'^2}{4Q^2} \frac{\beta}{p^2 + \Omega^2} \left/ \left(\frac{\bar{I}_0}{I_{\text{пуск.мин}}} \right) \right.,$$

$$S_{\text{вдр}} = \frac{1}{4Q^2} \left[\delta^2 - \frac{q(q - 2p\delta)}{p^2 + \Omega^2} \right] \beta \left/ \left(\frac{\bar{I}_0}{I_{\text{пуск.мин}}} \right) \right..$$

Уменьшение уровня шума при увеличении тока пучка \bar{I}_0 связано с возрастанием амплитуды регулярных колебаний за счет повышения эффективности энергообмена между пучком и полем, а также с увеличением скорости затухания флуктуационных процессов в системе. Уровень частотных шумов неравномерно распределен по зоне генерации, достигая минимального значения в зоне, где крутизна электронной перестройки имеет наименьшее значение.

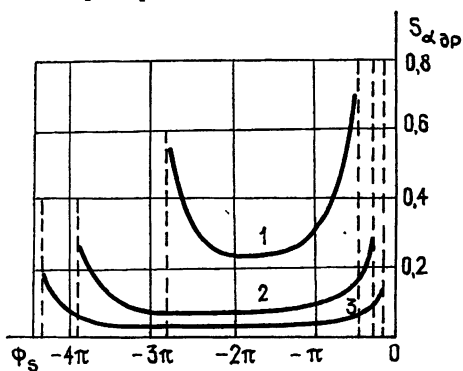


Рис. 4.

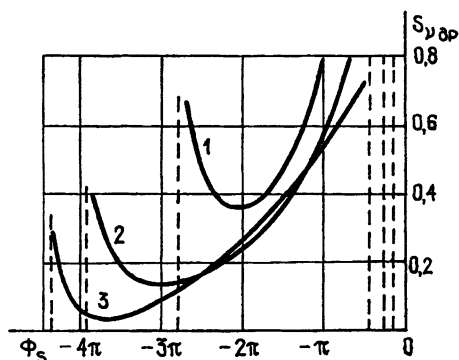


Рис. 5.

При сравнении интенсивности шумов генератора с различными распределениями поля вдоль резонатора оказывается, что в генераторе с гауссовой формой огибающей поля область пониженных шумов значительно шире, чем при других рассмотренных распределениях. Увеличение добротности системы Q также понижает уровень шумов (возрастание добротности в три раза по сравнению с первоначальной $Q = 10^3$ уменьшает уровень шумов почти на порядок). Все это указывает на перспективность использования генераторов с открытыми колебательными системами в малозумящих устройствах.

Частотные шумы генератора приводят к уширению спектральной линии генерируемого колебания, нарушая его монохроматичность. Зависимости относительной ширины спектральной линии $\delta\Omega = \Delta\Omega/\omega_r'$ [14] по зоне генерации для различных составляющих шумов представлены на рис. 6. Сплошные линии относятся к дробовым, а пунктирные — к фликкерным шумам. Спектральная плотность последних задавалась приближенно: $S_{\text{фл}} = (a_{\text{фл}}/\Omega^{0,99})I_{\text{к}}^2$ [14], что позволяет при нахождении ширины спектральной линии не учитывать конечность времени наблюдения. Вычисления проводились для двух значений $\bar{I}_0/I_{\text{пуск.мин}}$, равных 2 и 4, и гауссовой формы огибающей амплитуды

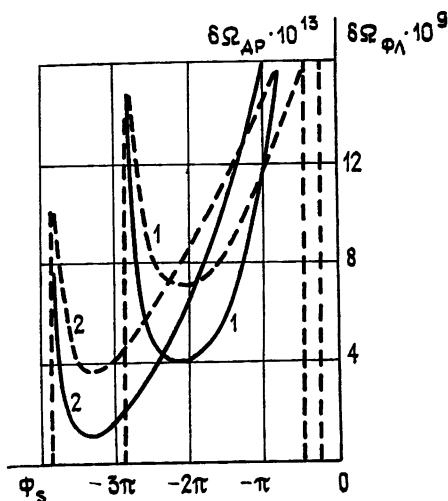


Рис. 6.

поля. Из графиков видно, что фликкерная составляющая шума приводит к более значительному уширению линии, чем составляющая дробовых шумов. Ширина линии минимальна вблизи Φ_0 , где $\delta=0$, и размывается при приближении к краям зоны, указывая на значительное ухудшение качества спектра колебаний.

Проведенный теоретический анализ флуктуационных процессов в резонансных генераторах с распределенным взаимодействием O -типа, связанных с низкочастотными возмущениями параметров электронного потока, позволил определить уровень амплитудно-частотных шумов в различных режимах генерации. Установлено, что основной вклад в интенсивность модуляционных шумов вносят нестабильности начальной скорости электронного потока, причем минимальный уровень их реализуется в области максимальных КПД и амплитуды колебаний. Наблюдается корреляция амплитудных и частотных шумов по всей зоне генерации, вызванная зависимостью частоты генерации от амплитуды колебаний и корреляцией исходных флуктуационных процессов. Используемый в работе подход для изучения влияния низкочастотных компонент шума на процесс генерации может быть применен и для анализа воздействия на систему высокочастотного узкополосного случайного процесса.

Авторы выражают благодарность О. А. Третьякову за интерес к работе и ряд полезных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаев В. А., Трубецков Д. И., Шевчик В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 8, с. 1277.
2. Ваврин Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 11, с. 2354.
3. Цейтлин М. Б., Бернашевский Г. А., Котов В. Д., Нутович Л. М. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 6, с. 1164.
4. Бакай А. С., Лукин К. А., Шестопапов В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 9, с. 1117.
5. Балаклицкий И. М., Воробьев Г. С., Майстренко Ю. В., Цвык А. И. Препринт ИРЭ АН УССР № 105. — Харьков, 1978. — 42 С.
6. Веремей А. В., Майстренко Ю. В., Цвык А. И., Цвык Л. И. — Межвед. респ. сб. — Радиотехника, Харьков, 1981, № 58, с. 121.
7. Алексеев Г. А. Межвед. респ. сб. — Радиотехника, Харьков, 1979, № 49, с. 94.
8. Балаклицкий И. М., Воробьев Г. С., Майстренко Ю. В., Цвык А. И. Препринт ИРЭ АН УССР № 108 — Харьков, 1978, 25 С.
9. Горонина К. А., Кукин Л. М., Лубяко Л. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22 № 8, с. 953.
10. Балаклицкий И. М., Воробьев Г. С., Годецкий А. Н., Майстренко Ю. В., Цвык А. И., Шестопапов В. П. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1978, 21, № 10, с. 105.
11. Смуллин Л. Д., Хаус Г. А. Шумы в электронных приборах. — М.: Энергия, 1964.
12. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1976.
13. Корнилов С. А., Савшинский В. А., Уман С. Д. Шумы клистронных генераторов малой мощности. — М.: Сов. радио, 1972.
14. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968.
15. Чикин А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1960, 3, № 3, с. 419.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
3 мая 1983 г.,
после доработки
5 октября 1983 г.

LOW FREQUENCY FLUCTUATIONS IN RESONANT O -TYPE OSCILLATORS WITH LONG-RANGE INTERACTION

S. G. Kurbarov, A. A. Shmat'ko

Investigation of noise characteristics of resonant long-range interaction O type oscillators based on non-linear equations with the use of spectral-correlation theory and quasi-static method of fluctuation phenomena analysis has been carried out. The investigation is made under the condition that correlation time of fluctuations is much greater than oscillation setting time. Influence of low-frequency noise individual components on the noise intensity in the region of electronic tuning are analysed. Fundamental peculiarities of transformation of initial noises in non-linear system under change of different parameters were estimated.