ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 4 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 550.388.2

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА ИОННОЙ ГИРОЧАСТОТЕ В F-СЛОЕ ИОНОСФЕРЫ

А. Е. Крупина

Рассмотрена задача о возбуждении плазменных волн вблизи первой гармоники гирочастоты ионов при учете слабой неоднородности среды. В квазигидродинамическом приближении получены аналитические соотношения, определяющие величину инкремента γ градиентно-токовой неустойчивости при условии $|\gamma| \ll \omega$ (для параметров плазмы в нижней части области F ионосферы).

В работах [1–8] рассмотрен ряд вопросов, касающихся возбуждения ионно-циклотронных волн в столкновительной ионосферной плазме. Интерес к ионно-циклотронной неустойчивости в применении к ионосфере связан с тем, что появились экспериментальные данные по наблюдению на ИСЗ и с помощью ракет электростатических полей на гирочастоте ионов ω_{Hi} в F-области [1–3]. В [4–6] задача о возможности возбуждения ионно-циклотронных волн в однородной ионосферной плазме рассматривалась в приближении квазигидродинамики, а в [7, 8] — методом кинетического уравнения.

Целью данной работы является учет неоднородности среды, выяснение влияния неоднородности электронной концентрации и магнитного поля на развитие ионно-циклотронной неустойчивости. Анализ проводится в рамках квазигидродинамического приближения, что ограничивает рассмотрение областью частот, близких к первой гармонике гирочастоты ионов $\omega \simeq \omega_{Hi}$. Исходной системой уравнений являются уравнения движения для электронов и ионов и уравнения непрерывности:

$$m_\alpha \left[\frac{\partial \boldsymbol{u}_\alpha}{\partial t} + (\boldsymbol{u}_\alpha \nabla)\, \boldsymbol{u}_\alpha\right] = q_\alpha \left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{u}_\alpha \boldsymbol{H}_0]\right) - m_\alpha \nu_{\alpha n} \boldsymbol{u}_\alpha - \frac{\nabla p_\alpha}{N_\alpha}, \qquad (1)$$

$$\partial N_\alpha/\partial t + \operatorname{div} N_\alpha \boldsymbol{u}_\alpha = 0,$$

где m_α, q_α, ν_α, $\boldsymbol{u}_\alpha$, N_α, p_α — масса, заряд, частота столкновений, скорость, концентрация и давление частиц сорта α ($\alpha = e$ для электронов, $\alpha = i$ для ионов, $q_e = -e$, $q_i = +e$), $\boldsymbol{E}$ — электрическое, $\boldsymbol{H}_0$ — магнитное поле Земли. При $\omega \simeq \omega_{Hi}$ приближение квазигидродинамики требует выполнения следующих неравенств:

$$\omega_{He},\ \nu_{en} \gg \omega, \quad k r_{Hi} \ll 1, \quad \omega - \omega_{Hi} \ll \nu_{in}, \qquad (2)$$

где $\omega_{H\alpha}$ — гирочастота электронов и ионов, r_{Hi} — гирорадиус ионов.

Предположим, что выполняется соотношение $\nabla p_\alpha = \varkappa T_\alpha \nabla N_\alpha$, где T_α — температура заряженных частиц. Будем считать, что среда является безграничной и слабонеоднородной, так что концентрация N_0 и дрейфовые скорости ионов и электронов $\boldsymbol{u}_{0\alpha}$ слабо изменяются в пространстве:

$$|\nabla N_0/N_0| \ll |\boldsymbol{k}|, \quad |\operatorname{div} \boldsymbol{u}_{0\alpha}/\boldsymbol{u}_{0\alpha}| \ll |\boldsymbol{k}|.$$

Будем учитывать также слабое изменение величины магнитного поля в среде.

Возьмем систему координат, в которой ось z направлена вдоль магнитного поля Земли $\boldsymbol{H}_0$, рассматриваемые градиенты концентрации и магнитного поля — вдоль оси x. В условиях высокоширотной ионосферы это соответствует учету горизонтальных градиентов в среде. Примем все возмущения пропорциональными $\exp(i\omega t - ik_y y - ik_z z)$ и, считая их слабыми по сравнению с равновесными величинами, линеаризуем систему (1) аналогично тому, как это сделано в [9]. Предположим, что выполняется приближение электростатики $\boldsymbol{E} = -\nabla\Phi$. Тогда система (1) сводится к уравнениям

$$\left(i\omega'_\alpha - \frac{ik_z^2 v_{T\alpha}^2}{\omega''_\alpha} + \frac{ik_y^2 \omega''_\alpha v_{T\alpha}^2}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha}\right) N_{\alpha_1} = \frac{iq_\alpha N_0}{m_\alpha}\left(\frac{k_z^2}{\omega''_\alpha} - \frac{k_y^2 \omega''_\alpha}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha}\right)\Phi -$$

$$- \frac{ik_y \omega_{H\alpha}}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} N_0 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_\alpha}{m_\alpha}\Phi \pm v_{T\alpha}^2 \frac{N_{\alpha_1}}{N_{\alpha 1}}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_\alpha N_0}{m_\alpha} \frac{ik_y \omega_{H\alpha}\Phi}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} + \right. \tag{3}$$

$$+ \frac{q_\alpha N_0}{m_\alpha} \frac{i\omega''_\alpha (\partial/\partial x)\Phi}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} \pm \frac{ik_y v_{T\alpha}^2 \omega_{H\alpha} N_{\alpha 1}}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} +$$

$$\left. + \frac{v_{T\alpha} i\omega''_\alpha}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} \frac{\partial N_{\alpha 1}}{\partial x} - \frac{v_{T\alpha}^2 i\omega''_\alpha}{\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha} \frac{N_{\alpha 1}}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial x}\right).$$

В (3) использованы следующие обозначения: $N_{\alpha 1}$ — возмущенное значение концентрации, $\omega'_\alpha = \omega - \boldsymbol{k u}_{0\alpha}$, $\omega''_\alpha = \omega - \boldsymbol{k u}_{0\alpha} - i\nu_{\alpha n}$. Знаки $\pm$ введены для краткости записи (верхний знак берется при $\alpha = e$, нижний знак для $\alpha = i$).

Предположим, что изменение по x концентрации N_0 характеризуется достаточно большими масштабами L. Тогда, полагая $|k_x L| \gg 1$, решение можно искать в виде [9]

$$\Phi = \tilde{\Phi}(x) \exp\left(-i\int k(x)\,dx\right), \quad N_1 = \tilde{N}_1(x) \exp\left(-i\int k(x)\,dx\right), \tag{4}$$

где функции $\tilde{\Phi}(x)$, $\tilde{N}_1(x)$ и $k(x)$ считаются слабо меняющимися по x. После исключения из системы уравнений (3) значений N_{e1}, N_{i1} в соответствии с условиями квазинейтральности $N_{ei} \approx N_{i1}$ получаем дисперсионное уравнение для продольных возмущений при $\omega \approx \omega_{Hi}$ в неоднородной плазме:

$$\sum_{\alpha = e, i} \frac{1}{m_\alpha}\left\{k_z^2(\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha) - k_\perp^2 \omega''^2_\alpha - \frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x}[\mp k_y \omega_{H\alpha}\omega''_\alpha + ik_x \omega''^2_\alpha] \mp\right.$$

$$\left. \mp k_y \omega''_\alpha \frac{\partial \omega_{H\alpha}}{\partial x} + 2ik_x \omega''^2_\alpha \frac{1}{\omega_{H\alpha}}\frac{\partial \omega_{H\alpha}}{\partial x}\right\}\left\{\omega'_\alpha \omega''_\alpha(\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha) - k_z^2 v_{T\alpha}^2(\omega_{H\alpha}^2 - \omega''^2_\alpha) + \right. \tag{5}$$

$$+ k_\perp^2 \omega''^2_\alpha v_{T\alpha}^2 - \frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x} v_{T\alpha}^2 [k_y \omega\omega''_\alpha - ik_x \omega''^2_\alpha] \mp v_{T\alpha}^2 \omega''_\alpha \frac{\partial \omega_{H\alpha}}{\partial x} -$$

$$\left. - 2i\omega''^2_\alpha v_{T\alpha}^2 \frac{k_x}{\omega_{H\alpha}}\frac{\partial \omega_{H\alpha}}{\partial x}\right\}^{-1} = 0.$$

В начале F-слоя ионосферы достаточно хорошо выполняются неравенства

$$\omega_{He}^2 \gg \omega_e''^2, \quad k_\perp^2 \nu_{en}^2 \ll k_z^2 \omega_{He}^2. \tag{6}$$

В рассматриваемой области частот, близких к резонансу $\omega \approx \omega_{Hi}$, удовлетворяется условие квазипоперечного распространения:

$$|k_z| \ll |k_\perp|. \tag{7}$$

При учете (6), (7), а также в предположении $u_{i0}=0$ дисперсионное уравнение (5) упрощается и принимает вид

$$\omega_{Hi}^2 - \omega_i''^2 + k_\perp^2 c_s^2 + \frac{m_e}{m_i}\frac{k_\perp^2}{k_z^2} i\nu_{en}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e}) - \frac{i\nu_{en}k_y}{\omega_{He}k_z^2} \times$$
$$\times [(\omega_{Hi}^2 - \omega_i''^2) + k_\perp^2 v_{Ti}^2] \left(\frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x} - \frac{1}{\omega_{He}}\frac{\partial \omega_{He}}{\partial x}\right) + \frac{m_e}{m_i} \times \tag{8}$$
$$\times [i\nu_{en}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e}) + k_z^2 v_{Te}^2] \left(\frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x} - \frac{1}{\omega_{Hi}}\frac{\partial \omega_{Hi}}{\partial x}\frac{2\omega_{Hi}^2 + 4i\nu_{in}\omega}{\omega_{Hi}^2 - \omega_i''^2}\right)\frac{k_y}{k_z^2} = 0,$$

где $c_s^2 = (\varkappa T_e + \varkappa T_i) m_i^{-1}$. Решение уравнения (8), как обычно, ищется в виде $\omega = \bar{\omega} + i\gamma$, где $|\gamma| \ll \bar{\omega}$. В частном случае однородной плазмы из (8) имеем

$$\omega^2 \simeq \omega_{Hi}^2 + c_s^2 k_\perp^2 + i(m_e/m_i)(k_\perp^2/k_z^2)(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\nu_{en} + 2i\nu_{in}\omega. \tag{9}$$

Соотношение (9) было получено ранее в [4, 5]. При слабой надкритичности $(\omega/k \sim u_{0e})$ решение (9) имеет вид [5]

$$\omega^2 = \omega_{Hi}^2 + c_s^2 k_\perp^2; \tag{10}$$

$$\gamma = (m_e/2m_i)(k_\perp^2/k_z^2)(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\omega^{-1}\nu_{en} + \nu_{in}. \tag{11}$$

Мода Чатурведи неустойчива при $\boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e} > \omega$ и для параметров плазмы, соответствующих F-слою ионосферы, имеет инкремент $\gamma \sim \sim (10^{-1} \div 1)\ c^{-1}$ *.

В случае неоднородной плазмы точное решение дисперсионного уравнения (8) может быть получено с использованием численных расчетов. Предположим, что выполняются неравенства

$$\nu_{in}^2/\omega^2 \ll 1, \quad \nu_{en}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})/k_z^2 v_{Te}^2 \gg 1. \tag{12}$$

Первое из неравенств (12) удовлетворяется в рассматриваемой области ионосферы и связано с тем, что при достаточно сильных соударениях ν_{in} резонанс $\omega \approx \omega_{Hi}$ может размываться. Второе ограничение легко выполняется, так как приближение квазигидродинамики требует малости длины свободного пробега электронов по сравнению с длиной волны, т. е. $k_z v_{Te}/\nu_e \ll 1$. Анализ дисперсионного уравнения (8) при учете (12) показывает, что наличие слабой неоднородности среды не приводит к изменению $\bar{\omega}$, реальная часть частоты по-прежнему определяется (10). Заметим, что в соответствии с (10) волны возбуж-

* В областях продольного тока на высотах начала F-слоя (130÷150 *км*) основную роль в развитии неустойчивости играют соударения ν_{en} [4, 5], на высотах ~450 *км* следует учитывать соударения ν_{ei} [4, 5]. Значение инкремента γ в случае полностью ионизованной плазмы получено в [5], соотношение для γ аналогично (11) с заменой $\nu_{en} \to \nu_{ei}$, $\nu_{in} \to 0$. Наше рассмотрение ограничено высотами 130÷150 *км*.

даются на частоте $\omega \approx \omega_{Hi} + \Delta$, $|\Delta| \ll \omega_{Hi}$ в области положительной резонансной расстройки Δ $(\Delta > 0)$. При выполнении (12) величина инкремента γ задается соотношением

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{m_e}{m_i}\frac{k_\perp^2}{k_z^2}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\omega^{-1}\nu_{en} + \nu_{in} + \frac{m_e}{2m_i}\nu_{en}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\omega^{-1}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x} - \frac{1}{\omega_{Hi}}\frac{\partial\omega_{Hi}}{\partial x}\frac{2\omega_{Hi}^2}{\omega_{Hi}^2 - \omega^2}\right)\frac{k_y}{k_z^2} - \frac{\nu_{en}k_y}{\omega 2k_z^2\omega_{He}}\times$$

$$\times\left[(\omega_{Hi}^2 - \omega^2) + k_\perp^2 v_{Ti}^2\right] N_0^{-1}(\partial N_0/\partial x). \qquad (13)$$

Из (13) следует, что два последних слагаемых, связанных с учетом неоднородности среды, могут стать существенными при наличии достаточно сильных градиентов. Кроме того, из (13) видно, что слагаемые, связанные с градиентом магнитного поля $\partial\omega_{Hi}/\partial x$, входят с резонансным множителем $(\omega^2 - \omega_{Hi}^2)^{-1}$, что делает важным учет влияния неоднородности магнитного поля. На высотах начала F-слоя характерный масштаб изменения концентрации $L_N = N_0(\partial N_0/\partial x)^{-1} \sim 10^7$ *см*, а магнитного поля — $L_H = H_0(\partial H_0/\partial x)^{-1} \sim 10^9$ *см*. Наличие в (13) резонансного множителя $(\omega^2 - \omega_{Hi}^2)^{-1}$ приводит к тому, что градиент магнитного поля становится более существенным, чем ∇N_e (во втором слагаемом (13)). Особенно значительные горизонтальные градиенты H_0 возникают в областях продольного тока в высокоширотной ионосфере [10].

Используя соотношения (10), (13), при $T_e \simeq T_i$ получаем следующие выражения для инкремента:

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{m_e}{m_i}\frac{k_\perp^2}{k_z^2}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\omega^{-1}\nu_{en} + \nu_{in} + \frac{1}{2}\frac{m_e}{m_i}\nu_{en}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e})\omega^{-1}\times$$

$$\times\frac{k_y}{k_z^2}\frac{\omega_{Hi}^2}{k_\perp^2 v_{Ti}^2}\left(\frac{1}{\omega_{Hi}}\frac{\partial\omega_{Hi}}{\partial x}\right) + \nu_{en}k_y(2k_z^2\omega_{He}\omega)^{-1}(k_\perp^2 v_{Ti}^2)\frac{1}{N_0}\frac{\partial N_0}{\partial x}. \qquad (14)$$

При значениях параметров ионосферной плазмы, соответствующих нижней части F-области ионосферы, из (14) получаем, что $\gamma \sim 1$ c^{-1} (при $k_\perp \simeq 10^{-5}$ *см*$^{-1}$, $k_z \simeq 10^{-7}$ *см*$^{-1}$, $\nu_{en} \simeq 10^3$ c^{-1}, $\omega_{Hi} \simeq 10^2$ c^{-1}, $v_{Te} \sim 10^7$ *см/с*, $v_{Ti} \sim 10^4$ *см/с*). Из (14) следует, что для больших длин волн, удовлетворяющих неравенству

$$\lambda > 2\pi(v_{Ti}/\omega_{Hi})^{2/3}\omega_{Hi}^{1/3}(\partial\omega_{Hi}/\partial x)^{-1/3}, \qquad (15)$$

значения инкремента определяются неоднородностью среды (второе и третье слагаемые в (14)). Возбуждение более коротких длин волн, определяемых обратным неравенством, связано с токовой неустойчивостью (первое слагаемое в (14)). Соотношение (14) определяет также узкий пучок волновых векторов, удовлетворяющих равенству $k_\perp^3 \simeq (\omega_{Hi}^2/v_{Ti}^2)\times\omega_{Hi}^{-1}(\partial\omega_{Hi}/\partial x)$, при значениях которых токово-градиентная неустойчивость переходит в градиентную. В этом случае пороговое условие $\omega \simeq \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e}$ может не выполняться, и неустойчивость возникает при $\boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{0e}/\omega \ll 1$. Соотношение (14) получено при $|\gamma| \ll \omega$, что накладывает ограничения на приведенные выше выводы. Заметим также, что для более полного анализа особенностей возбуждения волн на частотах $\omega \simeq n\omega_{Hi}$ в слабо неоднородной плазме необходимо использовать метод кинетического уравнения.

Автор выражает благодарность Б. Н. Гершману за постановку задачи и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ledley B. G., Farthing M. H. — J. Geophys. Res., 1974, **79**, p. 3124.
2. Kelley M. C., Bering E. A., Moser F. S. — Phys. Fluids, 1975, **18**, p. 1590.
3. Свердлов Ю. Л., Сергеева Н. Г., Воложинов Н. Н. — Геомагнетизм и аэрономия, 1979, **19**, с. 229.
4. Chaturvedi P. K., Kaw P. K. — Plasma Phys., 1975, **17**, p. 447.
5. Chaturvedi P. K. — J. Geophys. Res., 1976, **81**, p. 6169.
6. Кустов А. В., Липеровский А. В. — Геомагнетизм и аэрономия, 1981, **21**, с. 1121.
7. Kindel J. M., Kennel C. F. — J. Geophys. Res., Space Phys., 1971, **76**, p. 3055.
8. Волков М. А., Волосевич А. В. — Сб. Неоднородности в ионосфере. — Якутск, 1981, с. 23.
9. Гершман Б. Н., Игнатьев Ю. А., Каменецкая Г. Х. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя E на различных широтах. — М: Наука, 1976.
10. Bythrow P. F., Heelis R. A, Hanson W. B., Power R. A. — J. Geophys. Res., 1980, **85**, p. 151.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 20 мая 1983 г.

INSTABILITIES AT ION GYROFREQUENCY IN *F* LAYER OF THE IONOSPHERE

A. E. Krupina

A problem is considered on excitation of plasma waves close to the first harmonic of ion gyrofrequency taking into account weak inhomogeneity of the medium. Analytical relation have been found in quasi-hydrodynamic approximation which define the value of the increment γ of gradient current instability under the condition $|\gamma| \ll \omega$ (for plasma parameters in the low part of F region of the ionosphere).