ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 3 РАДИОФИЗИКА 1984

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 533.9

РАВНОВЕСИЕ СЛОЯ ПЛАЗМЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л. М. Горбунов, О. М. Градов, Д. Зюндер, Р. Р. Рамазашвили

В связи с проблемой удержания горячей плазмы было исследовано равновесие границы плазма — высокочастотное поле [1] и показано, что в отсутствие быстрых частиц возможно такое равновесное состояние, в котором электромагнитное поле и плазма разделены переходной областью с размерами порядка длины волны. В результате такая модель может описывать реальную ситуацию, если размеры плазмы значительно больше, чем глубина проникновения поля в плазму. Однако во многих экспериментах это условие не выполняется [2]. В таких случаях, очевидно, следует исследовать равновесие плазменного образования как целого.

В настоящей работе рассмотрено равновесие плоского слоя плазмы, изолированного высокочастотным электромагнитным полем от контакта с металлическими стенками. Показано, что возможны два типа равновесных состояний, отличающихся симметрией поля. Исследована связь между параметрами системы в равновесном состоянии. Определено полное число частиц плазмы, удерживаемых высокочастотным полем.

Отметим, что при гидродинамическом рассмотрении вопроса об удержании плазмы высокочастотным полем [3, 4] не удается найти самосогласованное равновесное состояние с нулевой плотностью на металлических стенках.

1. Рассмотрим слой плазмы, находящийся между двумя металлическими пластинами и изолированный от них высокочастотным электромагнитным полем. Частоту изменения поля ω_0 будем считать достаточно большой и используем представление об усредненном высокочастотном потенциале. Следуя работе [1], примем, что функция распределения частиц плазмы (электронов и ионов) является максвелловской, но в ней отсутствуют частицы с энергией, достаточной для преодоления высокочастотного барьера. Тогда в приближении квазинейтральности плазмы уравнение для напряженности электрического поля E_0 имеет вид [5]

$$d^2W/d\xi^2 + W(\xi) = n \exp(-W^2)\, W\Phi\left(\sqrt{W_m^2 - W^2}\right), \tag{1}$$

где $W = \left[\dfrac{ze^2E_0^2}{4m\omega_0^2(zT_e + T_i)}\right]^{1/2}$, $z|e|$ — заряд иона, $T_{e,i}$ — температура электронов и ионов соответственно, $n = 4\pi e^2 n_e/m\omega_0^2$, n_e — параметр, определяющий концентрацию электронов в плазме, инжектируемой для удержания, $\xi = x\omega_0/c$, $\Phi(a)$ — интеграл вероятностей, W_m — максимальное значение функции W, которое она принимает на границах слоя $\xi = \pm\xi_m$. Из уравнения (1) при условии $(dW/d\xi)_{\pm\xi_m} = 0$ следует первый интеграл, который можно записать в виде

$$(dW/d\xi)^2 + U(W) = 0, \tag{2}$$

где

$$U(W) = W^2 - W_m^2 + n\exp\left(-W_m^2\right)\left[\exp\left(W_m^2 - W^2\right)\Phi\left(\sqrt{W_m^2 - W^2}\right) - \frac{2}{\pi}\sqrt{W_m^2 - W^2}\right]. \tag{3}$$

Функция (3) показана на рис. 1 для фиксированного значения W_m и для ряда значений n. Видно, что при малой плотности инжектируемой плазмы $U(W)$ в интервале $0<W<W_m$ обращается в нуль только при $W = W_m$. В этом случае струк-

тура поля близка к вакуумной и для удержания плазмы необходимо, чтобы поле в слое было антисимметричной функцией координаты. При значениях n, превышающих некоторую величину n_0, область изменения поля ограничена интервалом $W_0<W<W_m$. В этом случае поле в слое нигде не обращается в нуль и является симметричной функцией координат.

Переход от антисимметричных решений к симметричным происходит при значении концентраций $n_0(W_m)$, которому соответствует обращение в нуль как W, так и $(dW/d\xi)$:

$$n_0 = W_m^2 \left[\Phi(W_m) - (2/\pi) W_m \exp\left(-W_m^2\right)\right]^{-1}. \tag{4}$$

Именно такие решения и исследовались для полуограниченной плазмы в работе [1], и равенство (4) является условием равновесия в этом. случае [5].

2 Будем считать расстояние между металлическими пластинами равным $2\xi_d$. Поскольку в вакуумных зазорах между этими пластинами и плазмой должно укладываться целое число полуволн плюс четверть волны, то между величиной $2\xi_d$ и размером плазменного слоя $2\xi_m$ имеется простая связь

$$\xi_d = \xi_m + p\pi/2,$$

где $p=1,2,\ldots$ Для определенности будем считать, что $p=1$, так что величина ξ_d однозначно определяет ширину слоя плазмы $2\xi_m$. Согласно формуле (2) для величины ξ_m получим

$$\xi_m = \int\limits_{W_0}^{W_m} \left(dW/\sqrt{-U(W)}\right), \tag{5}$$

где W_0 равно нулю для антисимметричных решений и определяется следующим равенством для симметричных решений:

$$W_m^2 - W_0^2 = n\left[\exp\left(-W_0^2\right)\Phi\left(\sqrt{W_m^2-W_0^2}\right) - \frac{2}{\pi}\exp\left(-W_m^2\right)\sqrt{W_m^2-W_0^2}\right]. \tag{6}$$

Соотношение (6) получено из формул (2) и (3) и условия $(dW/d\xi)=0$ при $W=W_0$.

Таким образом, формула (5) связывает между собой три параметра системы: размер слоя плазмы ξ_m, амплитуду высокочастотного поля W_m и концентрацию инжектируемых частиц плазмы n. Все эти три параметра можно изменять независимо, но равновесие будет возможно только в том случае, если они будут удовлетворять соотношению (5).

3. В общем случае аналитически исследовать выражения (5), (6) и (7) не удается. В пределе сильных полей, когда $W_m \gg 1$, формулы (3) и (5) экспоненциально мало отличаются от формул, полученных в гидродинамическом приближении и изученных применительно к проблеме удержания плазмы высокочастотным полем [4]. Поэтому мы ограничимся случаем $W_m^2 - W^2 \ll 1$, в котором гидродинамическое описание высокочастотного удержания несправедливо. Для антисимметричных решений это условие предполагает малость максимальной скорости осцилляций электронов по сравнению с их тепловой скоростью, а для симметричных — малость разности между максимальной и минимальной осцилляторной энергиями электронов по сравнению с энергией их теплового движения. При этом уравнение (1) имеет следующий вид:

$$d^2W/d\xi^2 + W = \left(2/\sqrt{\pi}\right) nW\sqrt{W_m^2 - W^2}. \tag{7}$$

В то же время связь между величинами n, W_m и ξ_m, а также величина N_0, представляющая собой полное число частиц плазмы на единицу площади ее поверхности, могут быть выражены через неполные эллиптические интегралы, содержащие единственный параметр $\mu \equiv 4W_m n\exp(-W_m^2)/3\sqrt{\pi}$:

$$\xi_m = \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{1+\mu}} F\left(\arcsin\sqrt{\dfrac{1+\mu}{2}}, \sqrt{\dfrac{2\mu}{1+\mu}}\right), & \mu<1 \\ \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mu}} F\left(\arcsin\sqrt{\dfrac{2}{1+\mu}}, \sqrt{\dfrac{1+\mu}{2\mu}}\right), & \mu>1 \end{cases}; \tag{8}$$

$$N_0 = \begin{cases} 3\dfrac{c}{\omega_0} N_c \left[\xi_m - \dfrac{2(1-\mu)}{\sqrt{1+\mu}} \Pi \left(\arcsin \sqrt{\dfrac{1+\mu}{2}}, \dfrac{2\mu}{1+\mu}, \sqrt{\dfrac{2\mu}{1+\mu}} \right) \right], & \mu < 1 \\ 3\dfrac{c}{\omega_0} N_c \left[\xi_m - \sqrt{2}\dfrac{\mu-1}{\sqrt{\mu}} \Pi \left(\arcsin \sqrt{\dfrac{2}{1+\mu}}, \dfrac{1+\mu}{2\mu}, \sqrt{\dfrac{1+\mu}{2\mu}} \right) \right], & \mu > 1 \end{cases} \tag{9}$$

Здесь F и Π — неполные эллиптические интегралы первого и третьего рода соответственно, $N_c = m\omega_0^2/4\pi e^2$ — критическая концентрация, а области $\mu<1$ и $\mu>1$ относятся к антисимметричным и симметричным решениям соответственно

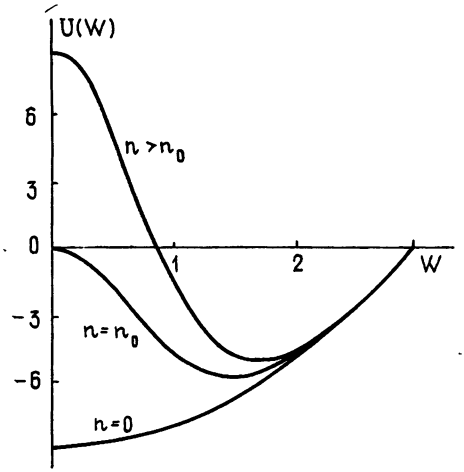

Рис. 1.

Для разреженной плазмы, как было видно из рис. 1, возможны только состояния с антисимметричной конфигурацией поля При этом $\mu \ll 1$, и с помощью асимптотических выражений для эллиптических интегралов в формулах (8) и (9) получим

$$n = (3\sqrt{\pi}/2W_m)(\xi_m - \pi/2), \qquad N_0 = 6N_c(c/\omega_0)(\xi_m - \pi/2). \tag{10}$$

Из формулы (10) следует, что высокочастотное поле может удержать плазму только в том случае, если $\xi_m \gtrsim \pi/2$. В отсутствие плазмы величина ξ_m должна быть равна $\pi/2$ Число удерживаемых частиц пропорционально разности $\xi_m - \pi/2$.

В случае $\mu \lesssim 1$ из формул (5) и (7) следует

$$n = \frac{3\sqrt{\pi}}{4W}(1 - 8\exp(-\sqrt{2}\,\xi_m)), \quad N_0 = \frac{3}{2}\frac{c}{\omega_0} N_c \xi_m. \tag{11}$$

Этот случай соответствует бо́льшим размерам ξ_m, когда приближенно можно говорить о полубесконечной плазме [1].

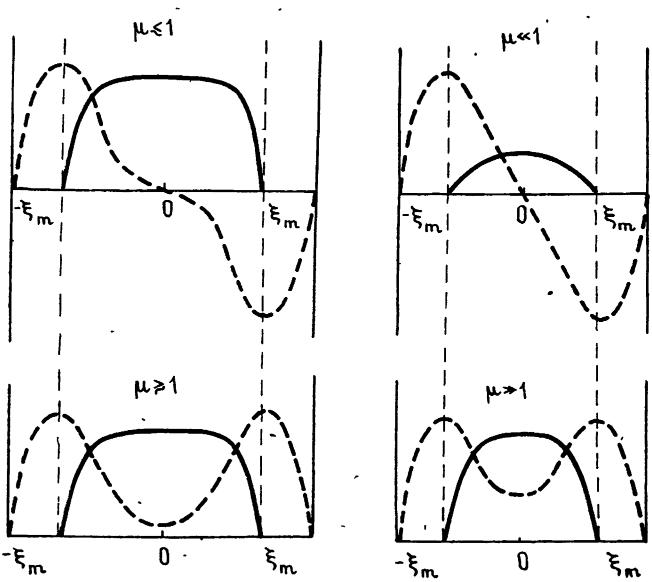

Рис 2.

Условие $\mu = 1$ отвечает переходу от антисимметричных решений к симметричным

При $\mu \gtrsim 1$ выражения для n и N_0 дают ответ, отличающийся от формул (11) только заменой знака перед вторым слагаемым в выражении для n.

При $\mu \gg 1$ из формул (5) и (7) получаем

$$n = \frac{3\sqrt{\pi}}{2W_m} \exp\left(W_m^2\right)(1/\xi_m), \quad N_0 = 2\,(c/\omega_0)\,N_c\xi_m. \tag{12}$$

Очевидно, что такое равновесное состояние характеризуется высокой плотностью плазмы и относительно малой толщиной слоя ($\xi_m < 2$).

На рис 2 качественно показана структура поля (пунктир) и распределение плотности (сплошная линия) в слое плазмы для четырех рассмотренных выше случаев.

На рис 3 представлены графики зависимости $n(W_m)$ для двух значений $\xi_m=2$; 3,07, рассчитанные по формуле (5). Видно, что при каждом значении ξ_m имеются две кривые равновесия, соответствующие симметричным и антисимметричным конфигурациям поля. Из рисунка также видно, что эти два типа кривых разделены линией равновесия для полубесконечной плазмы ($\xi_m=\infty$). Именно этот случай рассматривался в работах [1, 5].

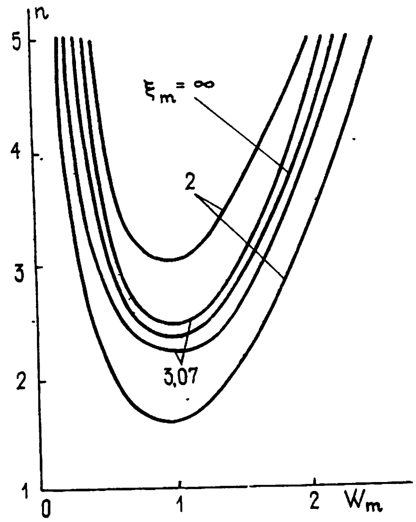

Рис. 3.

4. Удержание плазмы в резонаторах изучалось экспериментально во многих работах, обзор которых приведен в [2, 4]. Обратим внимание на работу [6], в которой было обнаружено, что изменение частоты генератора на 10% приводит к увеличению числа удерживаемых частиц в десять раз. Можно думать, что этот эффект связан с зависимостью равновесного состояния от частоты (в основном через параметр ξ_m).

В заключение отметим, что мы ограничились рассмотрением только простейших равновесных состояний с одним минимумом функции W^2. Очевидно, что можно представить состояния и с более сложной структурой поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сагдеев Р. З. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций — М.: АН СССР, 1958, Т. 3, с 346.
2. Геккер И. Р. Взаимодействие сильных электромагнитных полей с плазмой. — М.: Атомиздат, 1978.
3. Волков Т. Ф Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций — М: АН СССР, 1958, Т. 3, с. 336.
4. Motz M., Watson C. J. H. — Adv. in electronics and electron physics, 1967, **23**, p. 153.
5. Горбунов Л. М., Градов О. М., Зюндер Д., Рамазашвили Р. Р — ЖЭТФ, 1981, **80**, с. 1383.
6. Hatch A. J., Halverson S. L., Froehlich A. E. 2-é Colloque Intern. sur les Interaction éntre les champs Oscillants et les plasmas, Sacley, 1968, v. 1, p 66.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
16 марта 1983 г.

УДК 621.371:537.874.7

РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ДЛИННОВОЛНОВОЙ ЧАСТИ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА В СНЕГЕ

А. С. Захаров, А. Г. Клейн, В П. Фролов

На работу различных радиотехнических систем миллиметрового диапазона радиоволн существенное влияние оказывают осадки в виде дождя и снега. Результаты экспериментальных исследований ослабления и рассеяния в дождях удовлетворительно согласуются с расчетами [1]. При теоретическом анализе распространения в снеге