

УДК 621.315.592-539 9 01

РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЧКОВЫХ ВОЛН
С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ ПРОВОДЯЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

А. А. Булгаков

Исследуются резонансные взаимодействия двумерных плазмонов и волн пучка в сверхрешетке из проводящих плоскостей, разделенных диэлектрическими зазорами. Показано, что инкременты нарастания при таком взаимодействии пропорциональны корням четвертой или шестой степени из отношения плотности электронов пучка к поверхностной плотности носителей в проводящем слое.

1. В работе [1] впервые изучалось переходное излучение электронов при прохождении частицы через слоистый диэлектрик. Было показано, что когерентное сложение полей, излучаемых электроном при пересечении границ раздела сред, приводит к своеобразному эффекту Черенкова. Авторы назвали его параметрическим черенковским излучением. В дальнейшем прохождение пучка заряженных частиц через неоднородную среду с положительной диэлектрической проницаемостью исследовалось в статье [2]. Наконец, дрейф электронов через полупроводниковую решетку рассмотрен в [3].

В настоящей статье изучается взаимодействие волн пучка, сформировавшихся в регулярно неоднородной среде, и собственных колебаний периодической структуры. Особенность этого процесса состоит не только в возникновении резонанса между колебаниями (т. е. равенстве частот и фазовых скоростей), а и в определенных геометрических соотношениях, отражающих трансляционную симметрию среды. Рассмотрение проводится для периодической системы полупроводниковых (плазменных) слоев, разделенных диэлектрическими (вакуумными) промежутками. Толщина полупроводника предполагается значительно меньшей, чем ширина зазора. В этом смысле носители в проводящих слоях можно рассматривать как двумерный газ [4, 5]. В эксперименте такие структуры могут быть самыми различными: для волн миллиметрового диапазона — это пленочная структура толщиной до 10 микрон, лежащая на проводящей подложке; в сантиметровом диапазоне — пластины с отверстиями, закрытыми пленками ~ 10 микрон, разделенные вакуумными промежутками порядка миллиметра. Следует отметить, что экспериментальные исследования прохождения пучков через твердое тело показывают, что носители пучка проникают на глубину ~ 20 микрон почти без потерь [6].

2. Рассмотрим структуру, состоящую из периодически расположенных слоев толщины d_1 и d_2 с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Слои могут быть диэлектрическими (тогда $\epsilon \geq 1$ и не имеет дисперсии) или проводящими, например полупроводниковыми или плазменными (ϵ зависит от частоты). Расположим систему координат так, чтобы ось z была перпендикулярна ограничивающим плоскостям. Пусть в плоскости $y=0$ под углом к оси z движется пучок электронов с плотностью n_e . Предположим, что тепловая скорость электронов пучка равна нулю и изменением скорости носителей при прохождении

различных слоев можно пренебречь, т. е. скорость электронов остается постоянной при прохождении через структуру. Используемый ниже способ расчета позволяет учесть различие скоростей v_{01} и v_{02} в средах 1 и 2. Однако качественная картина исследуемых явлений не зависит от соотношения между этими величинами.

Система уравнений для каждого слоя состоит из уравнений электростатики

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi en, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1)$$

и гидродинамических уравнений для пучка

$$\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v} = e \mathbf{E} / m_e, \quad (2)$$

$$\partial n / \partial t + \operatorname{div} (n_e \mathbf{v} + n \mathbf{v}_0) = 0,$$

m_e — масса электронов пучка.

Для решения в виде плоских волн $\exp(ik_x x + ik_z z - i\omega t)$ из (1) и (2) получим в каждой из сред связь поперечной компоненты волнового вектора k_z с продольной компонентой k_x и частотой ω :

$$k_z^{(1,2)} = \pm ik_x, \quad k_z^{(3,4)} = \frac{\omega - k_x v_{0x}}{v_{0z}} \mp \frac{\Omega}{v_{0z} \sqrt{\epsilon}}, \quad (3)$$

где $\Omega^2 = 4\pi e^2 n_e / m_e$ — ленгмюровская частота электронов пучка. Первое равенство описывает поперечные электромагнитные колебания, если скорость света стремится к бесконечности. В этом пределе колебания становятся электростатическими ($\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \operatorname{div} \epsilon \mathbf{E} = 0$). Равенство для $k_z^{(3,4)}$ характеризует быструю (знак «—») и медленную (знак «+») волны пучка. Первое слагаемое описывает кинетические свойства электронов (эти волны называют еще электрокинетическими [7]), второе — коллективные свойства.

На границах сред должны выполняться условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля E_x , нормальных составляющих индукции D_z , скорости электронов v_z и переменной концентрации пучка n . Для описания слоистой структуры с помощью граничных условий и уравнений (1), (2) получим характеристическую матрицу M . Она связывает между собой поля в начале периода структуры с полями на границе второго слоя:

$$\begin{pmatrix} E_x(0) \\ D_z(0) \\ v_z(0) \\ n(0) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_x(d) \\ D_z(d) \\ v_z(d) \\ n(d) \end{pmatrix}, \quad \bar{d} = d_1 + d_2. \quad (4)$$

При получении матрицы существенно используется предположение о малости величины $(\Omega/\omega) \ll 1$. Из (4) следует, что M представляет собой матрицу размера 4×4 . В членах матрицы выполнено разложение по указанному параметру, причем в диагональных блоках 2×2 оставлены слагаемые, пропорциональные Ω/ω , а члены антидиагональных блоков $\sim (\Omega/\omega)^{1/2}$. Из-за громоздкости приведем здесь только значение составляющих матрицы при $(\Omega/\omega) \rightarrow 0$ (но $(\Omega d/v_{0z} \epsilon^{1/2}) \sim 1$):

$$\begin{aligned} M_{11} &= \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + (\epsilon_2/\epsilon_1) \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2, \\ M_{12} &= - (i/\epsilon_2) \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2 - (i/\epsilon_1) \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2, \\ M_{21} &= i\epsilon_1 \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + i\epsilon_2 \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$M_{22} = \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + (\varepsilon_1/\varepsilon_2) \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2;$$

$$M_{33} = \exp(-ik_z d) [\cos \psi_1 \cos \psi_2 - (\varepsilon_2/\varepsilon_1)^{1/2} \sin \psi_1 \sin \psi_2],$$

$$M_{34} = i \frac{4\pi e^2}{m_e} \frac{k_x}{k_x k^2 v_{0z}} \exp(-ik_z d) [\varepsilon_2^{-1/2} \cos \psi_1 \sin \psi_2 + \varepsilon_1^{-1/2} \sin \psi_1 \cos \psi_2],$$

$$M_{43} = i \frac{m_e}{4\pi e^2} \frac{k_x k^2 v_{0z}}{k_z} \exp(-ik_z d) [\varepsilon_1^{1/2} \sin \psi_1 \cos \psi_2 + \varepsilon_2^{1/2} \cos \psi_1 \sin \psi_2], \quad (6)$$

$$M_{44} = \exp(-ik_z d) [\cos \psi_1 \cos \psi_2 - (\varepsilon_1/\varepsilon_2)^{1/2} \sin \psi_1 \sin \psi_2],$$

$$k_z = (\omega - k_x v_{0x}) v_{0z}^{-1}, \quad k^2 = k_x^2 + k_z^2, \quad \psi_{1,2} = \Omega d_{1,2} / (v_{0z} \varepsilon_{1,2}^{1/2}).$$

Остальные члены матрицы в этом приближении равны нулю.

Непосредственной проверкой можно убедиться, что определитель матрицы по модулю равен единице, т. е. M — унимодулярная матрица (при учете слагаемых, пропорциональных Ω/ω , также $\det |M| = 0$). Следовательно, ее собственные значения λ — попарно обратные величины. Введем обозначение $\lambda = \exp(ikd)$. Оно означает, что поля на границах периода могут отличаться только фазовым множителем (теорема Флоке). Величина \bar{k} имеет смысл усредненного по слоям поперечного волнового вектора структуры. Связь \bar{k} с k_x и ω определяется из соотношения $\det |M_{ih} - \delta_{ih} \lambda| = 0$:

$$(\cos \bar{k}d - F_1) [\cos (\bar{k} - k_z)d - F_2] = (\Omega/\omega) F,$$

$$F_1 = \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + (1/2)(\varepsilon_1 \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_1^{-1} \varepsilon_2) \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2, \quad (7)$$

$$F_2 = \cos \psi_1 \cos \psi_2 - (1/2)(\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2^{-1}} + \sqrt{\varepsilon_1^{-1} \varepsilon_2}) \sin \psi_1 \sin \psi_2.$$

Здесь F — сложная комплексная периодическая функция следующих аргументов: $k_z d$, $\bar{k}d$, $(\Omega d_1/v_{0z} \varepsilon_1^{1/2})$, $(\Omega d_2/v_{0z} \varepsilon_2^{1/2})$. В частном случае она будет приведена ниже. При малой плотности пучка ($\Omega/\omega \rightarrow 0$) из (7) получаем дисперсионное уравнение электростатических колебаний периодической среды $\cos \bar{k}d - F_1 = 0$ и уравнение колебаний пучка $\cos (\bar{k} - k_z)d - F_2 = 0$. Первое уравнение было рассмотрено в ряде работ для различных зависимостей $\varepsilon_{1,2}(\omega)$ [8–10], исследованию второго посвящены работы [1, 2, 11].

Рассмотрим особенности прохождения пучка через слои, когда один из них является диэлектриком с $\varepsilon = \varepsilon_{01}$, а второй — слоем плазмы или полупроводника с $\varepsilon_2 = \varepsilon_{02} - (\omega_{02}/\omega)^2$, ω_{02} — ленгмюровская частота. Разрешим уравнение $\cos (\bar{k}_2 - k_z)d - F_2 = 0$ относительно \bar{k}_2 (аналогичное решение проведено в [11]):

$$\bar{k}_2 = d^{-1} \arccos F_2 + [(\omega - k_x v_{0x})/v_{0z}], \quad (8)$$

\bar{k}_2 — усредненный поперечный волновой вектор пучковой волны. График функции $F_2(\omega)$ представлен на рисунке. При $\omega > \omega_{02}$ функция осциллирует при изменении ω , причем период осцилляций стремится к нулю при $\omega \rightarrow \omega_{02} \varepsilon_{02}^{-1/2}$, а амплитуда возрастает по закону $\sim \varepsilon_2^{-1/2}$. Величина \bar{k}_2 действительна только в области, где $|F_2| \leq 1$, и комплексна при $|F_2| > 1$ ($\arccos F_2$ следует заменить на $i \operatorname{arch} F_2$). Последнее означает наличие неустойчивости, которую, следуя [1], можно назвать параметрической черенковской неустойчивостью.

Интерес представляет область $\omega \gtrsim \omega_{02} \varepsilon_{02}^{-1/2}$. Ясно, что в реальной физической системе не может происходить бесконечно быстрое изме-

нение параметров при малом изменении частоты. Одной из причин ограничения скорости изменения могут быть столкновения в полупроводнике. Кроме того, для веществ с малой частотой соударений ν возможен параметрический резонанс между плазменными колебаниями полупроводника и волнами пучка. Для получения аналитических результатов предположим, что $(\Omega d_2 / v_{0z} \epsilon_1^{1/2}) \ll 1$. Тогда уравнение $\cos(\bar{k}_2 - k_z) d - F_2 = 0$ преобразуется к виду

$$\left[\cos\left(\bar{k}_2 - \frac{\omega}{v_{0z}}\right) d - \cos\frac{\Omega d_1}{v_{0z} \sqrt{\epsilon_1}} \right] e_2 = \frac{\Omega d_2}{2v_{0z}} \sin\frac{\Omega d_1}{v_{0z} \sqrt{\epsilon_1}}. \quad (9)$$

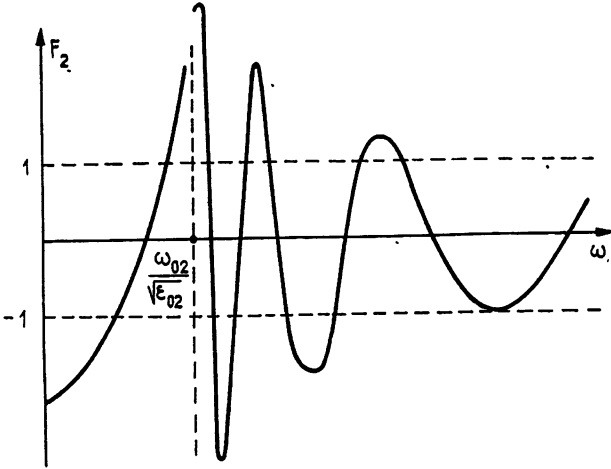


Рис. 1.

Видно, что при стремлении ϵ_2 к нулю одновременно может обратиться в нуль выражение в квадратной скобке. При этом закон дисперсии волн пучка имеет вид

$$\omega_{\pi} = (\bar{k}_2 + l2\pi/d) v_{0z} \pm \bar{\Omega}, \quad l = 0, \pm 1, \dots \quad (10)$$

Сравним это выражение с формулой для пучковых колебаний в безграничной среде ($\omega = kv_{0z} \pm \Omega$). Видно, что в периодической структуре волновой вектор колебания определяется средней по периоду величиной \bar{k}_2 и обратным вектором решетки $2\pi/d$, а коллективные свойства электронов описываются усредненным значением ленгмюровской частоты (в данном случае $\bar{\Omega} = \Omega d_1 / d \epsilon_1^{1/2}$). Резонанс наступает при $\omega_{\pi} = \omega_{02} \epsilon_02^{-1/2}$. Инкремент нарастания равен

$$\frac{\text{Im } \delta\omega}{\omega} = \pm \sqrt{\frac{1}{4} \frac{\Omega d_2}{\omega_{02} d_1} \left(\frac{\epsilon_{01}}{\epsilon_{02}}\right)^{1/2}}. \quad (11)$$

Предполагается, что $(\nu/\omega_{02}) < |\text{Im } \delta\omega/\omega|$. Приведенное перед формулой (9) неравенство выполняется, если

$$d_2 \ll \left(\frac{\epsilon_{01} \epsilon_{02}^3 v_{0z}^4}{\Omega^3 \omega_{02} d_1}\right)^{1/3}.$$

Особенность такого резонансного взаимодействия заключается в том, что инкремент нарастания $(\text{Im } \delta\omega/\omega) \sim (n_e/n_0)^{1/4}$ (n_0 — концентрация частиц в полупроводнике). Отметим, что при прохождении пучка че-

рез однородную плазменную среду инкремент пропорционален $(n_e/n_0)^{1/3}$ (см. [12], с. 278).

3. Перейдем к исследованию уравнения (7), описывающего взаимодействие статических и пучковых колебаний в слоисто-периодической среде. Для упрощения выражения F в правой части рассмотрим случай решетки, состоящей из бесконечно тонких проводящих слоев. Для этого в (7) сделаем предельный переход к $d_2 \rightarrow 0$, $\omega_{02} \rightarrow \infty$, так что $\omega_{02}^2 d_2 \rightarrow \omega_s^2$. Предположим также, что слой I является диэлектриком с $\epsilon_1 = \epsilon_{01}$. Теперь уравнение $\cos \bar{k}_1 d - F_1 = 0$ определяет частоту двумерного плазмона, распространяющегося в сверхрешетке из проводящих слоев:

$$\omega^2 = \frac{\omega_s^2 k_x}{2\epsilon_{01}} \frac{\text{sh } k_x d_1}{\text{ch } k_x d_1 - \cos \bar{k}_1 d_1}, \quad (12)$$

\bar{k}_1 — усредненный поперечный волновой вектор двумерного плазмона. Это колебание образуется геометрическим сложением полей двумерных плазмонов, распространяющихся вдоль оси x по проводящим слоям. Связь между соседними слоями осуществляется через электрические поля плазмонов, экспоненциально убывающие в глубь диэлектрических прослоек. Изменение фазы характеризуется величиной $\cos \bar{k}_1 d_1$. Фазовая скорость этих колебаний существенно меняется при $k_x d_1$ в зависимости от величины $\bar{k}_1 d_1$: $v_{\phi \max} = 2^{1/2} \omega_s / k_x (\epsilon_{01} d_1)^{1/2}$ при $\bar{k}_1 d_1 = \pi(2l+1)$, $v_{\phi \min} = \omega_s d_1^{1/2} / 2\epsilon_{01}^{1/2}$ при $\bar{k}_1 d_1 = 2\pi l$, $l=0, \pm 1, \dots$, т. е. в $2/k_x d_1$ раз.

Пучковые волны в рассматриваемом приближении имеют закон дисперсии, аналогичный приведенному в соотношении (10).

Правая часть (7) для сверхрешетки из проводящих плоскостей оказывается пропорциональной величине $(\Omega/\omega) \sin(\Omega d_1 / v_{0z} \epsilon_{01}^{1/2})$. При $d_1 \rightarrow 0$ коэффициент в правой части пропорционален $(\Omega/\omega)^2$ [13]. В периодической же структуре с конечной толщиной слоя d_1 связь статических и пучковых волн $\sim (\Omega/\omega)$ (при $\sin(\Omega d_1 / v_{0z} \epsilon_{01}^{1/2}) \approx \pm 1$) и, следовательно, имеет значительно бóльшую величину. Происходит это из-за набега фазы электрического поля в диэлектрическом слое. В дальнейшем рассмотрим случай $(\Omega d_1 / v_{0z} \epsilon_{01}^{1/2}) = (\pi/2)(2l+1)$. Дисперсионное уравнение при $k_x d_1 < 1$ имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(\cos \bar{k}_1 d_1 - \text{ch } k_x d_1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_s^2 k_x}{\omega^2 \epsilon_{01}} \text{sh } k_x d_1 \right) \left[\exp(2i\bar{k} d_1) - \right. \\ & \left. - \exp(-2ik_z d_1) \right] = (-1)^l \frac{\Omega}{2k_z v_{0z}} \frac{\exp(-i\bar{k} d_1)}{k^2 \epsilon_{01}} \times \\ & \times \left\{ (1 - \exp(i\bar{k} d_1)) \left[k_x^2 \exp(i\bar{k} d_1) (i - \exp(i\bar{k} d_1)) - i \exp(-ik_z d_1) \times \right. \right. \\ & \times \left(k_x^2 + \frac{k_x k_z}{\epsilon_{01}} + \exp(i\bar{k} d_1) \right) \left(k_x^2 + k_x k_z - \frac{k_z^2}{\epsilon_{01}} \right) - (-1)^l \times \quad (13) \\ & \times \exp(-2ik_z d_1) k_z (k_z + ik_x) \left. \right] + \frac{\omega_s^2 k_x^2 k_z}{\omega^2 \epsilon_{01}} \left[-\exp(i\bar{k} d_1) \times \right. \\ & \times (\exp(i\bar{k} d_1) + i) + \exp[i(\bar{k} - k_z) d_1] - (-1)^l \exp(-2ik_z d_1) \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{k_z}{k_x} + (-1)^l \exp(-3ik_z d_1) \Big] \Big\}.$$

Разрешим это уравнение относительно ω , предполагая, что правая часть мала ($(\Omega/\omega) \ll 1$). Наибольшая величина поправки к частоте поверхностного плазмона будет в точках резонансного взаимодействия, когда $\bar{k}_2 + k_{zp} = (\pi l/d_1)$ и $\bar{k}_1 = \bar{k}_2$. В этом случае обе скобки в левой части (13) одновременно стремятся к нулю, а поправка к частоте равна ($k_z > k_x$)

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \sqrt{\frac{\Omega(\omega_p - k_{xp}v_{0z})v_{0z}}{4k_{xp}d_1^2\omega_p[k_{xp}^2v_{0z}^2 + (\omega_p - k_{xp}v_{0z})^2]\epsilon_{01}^{1/2}}} \times \left[\sin\left(\frac{\bar{k}_1 d_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - i \sin\left(\frac{\bar{k}_1 d_1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right]. \quad (14)$$

Резонансные значения k_{xp} определяются из уравнения

$$\left(\frac{2\pi l}{d_1} - \bar{k}_1\right)v_{0z} + k_{xp}v_{0z} = \sqrt{\frac{\omega_s^2 k_{xp}}{\epsilon_{01}} \frac{k_{xp} d_1}{k_{xp}^2 d_1^2 + \sin^2(\bar{k}_1 d_1/2)}}. \quad (15)$$

Этот резонанс аналогичен предыдущему, однако изменился характер плазменной волны — вместо плазменного колебания полупроводниковых слоев во взаимодействии участвуют собственные колебания систем периодических заряженных плоскостей. Отличительными особенностями этого процесса является следующее. Во-первых, как и раньше, резонанс имеет место, когда набег фазы плазменных и пучковых колебаний по оси z отличается на целое число полупериодов структуры. Во-вторых, величина инкремента нарастания и сдвиг частоты периодически зависят от фазы $\bar{k}_1 d_1/2$: при $\bar{k}_1 d_1 = (\pi/2)(4l-1)$ $\text{Im } \delta\omega/\omega = 0$, а при $\bar{k}_1 d_1 = (\pi/2)(4l-3)$ инкремент имеет наибольшее значение. В-третьих, инкремент нарастания, как и в предыдущем случае, пропорционален $(n_e/n_s k_x)^{1/4}$, где n_s — поверхностная плотность зарядов в проводящем слое. В-четвертых, двумерные плазмоны обладают дисперсией. Поэтому резонанс возможен только в определенных направлениях, определяемых уравнением (15):

$$\theta_p = \text{arctg}(\bar{k}_1/k_x).$$

Другой вид резонансного взаимодействия связан с распространением пучка под углом к плоскостям раздела. Если фаза $\bar{k}_1 d_1 \simeq 2\pi l + \Delta$, где $\Delta \ll 1$, то из уравнения для плазменных колебаний получим $(\omega_s^2 k_x / 2\omega^2 \epsilon_{01}) \simeq (\Delta^2 + k_x^2 d_1^2) / k_x d_1 \ll 1$ и, следовательно, можно пренебречь вторым слагаемым в правой части выражения (13). Тогда при выполнении условия $k_z \rightarrow 0$ имеет место «тройной» резонанс: вместе с k_z обращаются в нуль обе скобки в левой части (13). Таким образом, возникает еще одно условие — равенство фазовой скорости двумерного плазмона в направлении x и x -й компоненты скорости пучка. Отсюда определяется резонансное значение

$$(k'_{xp})^2 = \frac{\omega_s^2}{\epsilon_{01} d_1 v_{0x}^2} - \frac{\Delta^2}{4d_1^2}.$$

Из ряда направлений, определяемых формулой (15), выделяется только одно. Учитывая конечное значение плазменной частоты пучка, определим изменение частоты в результате взаимодействия:

Таблица

Закон дисперсии двумерного плазмона	Поправка к частоте плазмона $\frac{\delta\omega}{\omega}$	Условия применимости
$\omega^2 \simeq \frac{\omega_p^2 k_x}{2\epsilon_{01}} k_x d_1$	$(-1)^l \frac{\Omega (1 \mp k_x d_1 + l)}{4\sqrt{\epsilon_{01}} (\omega - k_x v_{0x})}$	$\bar{k}_1 d_1 = \frac{\pi}{2} (2l + 1),$ $\bar{k}_1 + k_z \neq \frac{\pi l}{d_1}, \quad k_z \gg k_x$
	$\frac{\Omega [1 - l(1 + 2(-1)^l)]}{4\sqrt{\epsilon_{01}} k_x^2 d_1 v_{0z}}$	$\bar{k}_1 d_1 \simeq \frac{\pi}{2} (2l + 1),$ $k_z < k_x, \quad \sin \psi_1 = 1$
	$\frac{\Omega (-1 + l)}{4\sqrt{\epsilon_{01}} k_x^2 d_1 v_{0z}}$	$\bar{k}_1 d_1 \simeq \frac{\pi}{2} (2l + 1),$ $k_z < k_x, \quad \sin \psi_1 = -1$
$\omega^2 \simeq \frac{\omega_p^2 k_x}{\epsilon_{01} d_1 k_x^2 + \bar{k}_1^2}$	$\frac{\Omega (1 + l \operatorname{ctg} k_x d_1)}{4\sqrt{\epsilon_{01}} (\omega - k_x v_{0x}) k_x d_1}$	$\bar{k}_1 d_1 \simeq \pi (2l + 1),$ $k_z \gg k_x, \quad k_x d_1 \neq l\pi,$
	$-\frac{\Omega (1 + l)}{4\sqrt{\epsilon_{01}} k_x^2 d_1 v_{0z}}$	$\bar{k}_1 d_1 \simeq \pi (2l + 1),$ $k_x \gg k_z, \quad \sin \psi_1 = 1$
	$\frac{\Omega (1 + 3l)}{4\sqrt{\epsilon_{01}} k_x^2 d_1 v_{0z}}$	$\bar{k}_1 d_1 \simeq \pi (2l + 1),$ $k_x \gg k_z, \quad \sin \psi_1 = -1$

$$\left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)'_p = (-1)^l \left(\frac{-1+i}{2}\right)^{1/3} \left(\frac{\Delta v_{0z}\Omega}{\epsilon_{01}^{1/2} [\Delta^2 + (k'_{xp} d_1)^2] (\omega'_p)^2 d_1}\right)^{1/3}. \quad (16)$$

Заметим, что в этом случае $(\delta\omega/\omega)'_p \sim (n_e/k_x n_s)^{1/6}$.

Решение уравнения (13) для нерезонансных случаев приведены в таблице. Видно, что $(\delta\omega/\omega) \sim (\Omega/\omega) \sim (n_e/n_s k_x)^{1/2}$, т. е. значительно меньше, чем в резонансных случаях.

В заключение пользуюсь возможностью поблагодарить Н. Н. Белецкого и В. М. Яковенко за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А. — ЖЭТФ, 1957, 32, вып. 4, с. 883.
2. Буц В. А. — ЖТФ, 1973, 43, № 3, с. 456.
3. Ханкина С. И., Яковенко В. М. — УФЖ, 1982, 27, № 1, с. 138.
4. Dingle R., Strömer M., Gossard A., Wiegman W — Trans of the III Int. Conf. on Electron. Prop. of 2-dimensional System, Yamanaka Lake, Japan, 1979.
5. Крашенинников М. В., Чаплик А. В. — ФТП, 1981, 15, вып. 1, с. 32.
6. Коваленко В. Ф. Теплофизические процессы и электровакуумные приборы. — М.: Сов. радио, 1975, с. 215.
7. Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. — М.: Атомиздат, 1973, с. 248.
8. Bulgakov A. A. — Solid St. Comm, 1981, 38, p. 1273.
9. Романов Ю. А. — ЖТФ, 1972, 42, вып. 5, с. 1804.
10. Булгаков А. А., Яковенко В. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 1, с. 28.
11. Яковенко В. М. — Solid. St. Comm., 1981, 39, p. 847.
12. Ахизер А. И., Ахизер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974, с. 719.
13. Булгаков А. А. — УФЖ, 1982, № 5, с. 691.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
3 ноября 1982 г.,
8 июня 1983 г.
после доработки

BEAM WAVES WITH A PERIODIC GRATING OF CONDUCTING PLANES

A. A. Bulgakov

Resonant interactions of two-dimensional plasmons and beam waves are investigated in the supergrating of conducting planes separated by dielectric gaps. It is shown that at such interaction growth increments are proportional to the roots of 4-th or 6-th degree in the relation of the beam density to the surface density of the carriers in the conducting layer.