

УДК 534.26

**ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ВОЛН НА ТЕЛЕ,
РАСПОЛОЖЕННОМ В РЕГУЛЯРНОМ МНОГОМОДОВОМ
ВОЛНОВОДЕ**

Х. Г. Ахунов, Ю. А. Кравцов, В. М. Кузькин

На основе теории нормальных волн рассматривается эффект усиления обратного рассеяния на теле, помещенном в регулярный многомодовый волновод. Эффект усиления возникает в данном случае за счет многоканальных когерентных эффектов: при расположении приемника рядом с излучателем рассеяние из моды m в моду μ оказывается таким же, как из моды μ в моду m . Показано, что при большом числе мод средняя по ансамблю положений рассеивателя интенсивность обратно рассеянного поля при совмещенном приеме вдвое превышает интенсивность при разнесенном приеме. Найдены размеры области, в которой проявляется эффект усиления и оценен вклад эффектов, обусловленных сифазным сложением (фокусировкой) многих нормальных волн

1. Эффект усиления обратного рассеяния, описанный в работе [1], наблюдается при двукратном прохождении волн через одни и те же случайные неоднородности среды. Между тем, сходный эффект может наблюдаться и при обратном рассеянии волн на теле, помещенном в регулярный многомодовый волновод, если рассеиватель занимает случайное положение. Эффект усиления выразится здесь в том, что при расположении приемника рядом с излучателем, т. е. при однопозиционном измерении, интенсивность волн будет в среднем по ансамблю положений рассеивателя примерно вдвое больше, чем при разнесенном приеме (двухпозиционная схема измерений).

Усиление обратного рассеяния в многомодовом волноводе с параметрами, не меняющимися во времени, обусловлено многоканальными когерентными эффектами [2]: поле $u_{m\mu}$, рассеянное из канала m в канал μ в силу теоремы взаимности совпадает (т. е. когерентно) с полем $u_{\mu m}$: $u_{\mu m} = u_{m\mu}$. Описание многоканальных когерентных эффектов на лучевом языке было дано в работе [3]. В данной работе, используя модовое описание, в дополнение к [3] удалось найти область наблюдения эффекта усиления и выявить вклад эффекта фокусировок.

2. Пусть точечный источник расположен в точке $R_0 = (r_0, z_0)$, а малый рассеиватель в точке $R_s = (r_s, z_s)$. Рассеянное поле в произвольной точке $R = (r, z)$ можно представить в виде произведения двух функций Грина с коэффициентом f , характеризующим силу рассеивателя:

$$u_s(R) = fG(R_0, R_s)G(R_s, R). \tag{1}$$

Сами же функции Грина могут быть разложены в ряд по собственным функциям дискретного спектра $\psi_m(z)$ (с нормировкой $\int |\psi_m(z)|^2 dz = 1$), при этом [4, 5]

$$G(R_1, R_2) = \sum_{m=1}^M g_m(R_1, R_2), \tag{2}$$

$$g_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = B(\psi_m(z_1)\psi_m(z_2)/\sqrt{\xi'_m|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}) \exp(i\xi'_m|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|),$$

где $B = \sqrt{i/8\pi}$, $\xi_m = \xi'_m + i\xi''_m$ — постоянные распространения, M — число мод, эффективно участвующих в формировании поля.

Используя (2), запишем рассеянное поле (1) в виде

$$u_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_0) = \sum_{m=1}^M \sum_{\mu=1}^M u_{m\mu}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_0), \quad (3)$$

где

$$u_{m\mu}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_0) = f g_m(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_s) g_\mu(\mathbf{R}_s, \mathbf{R})$$

— поле в $m\mu$ -м канале рассеяния, m — номер падающей, а μ — рассеянной волны. Всего в сумме (3) имеется M^2 слагаемых.

Вычислим интенсивность рассеянного поля $\bar{I}_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$, усредненную по положениям рассеивателя:

$$\bar{I}_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \frac{1}{\Delta r \Delta z} \iint |u_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_0)|^2 dr_s dz_s. \quad (4)$$

Размер области усреднения по горизонтали Δr должен быть не меньше интервала «горизонтальных» биений между крайними модами $l_{\parallel} \sim 2\pi/|\xi'_1 - \xi'_M|$, а размер усреднения по вертикали Δz — не меньше интервала «вертикальных» биений $l_z \sim 2\pi/|\eta_1 - \eta_M|$, где $\eta_m = \sqrt{k^2 n^2(z) - \xi_m'^2}$ — вертикальная компонента волнового вектора $\mathbf{k}_m = (\xi'_m, \eta_m)$. Таким образом, усреднение распространяется по области

$$\Delta r \gg l_{\parallel} = 2\pi/|\xi'_1 - \xi'_M|, \quad \Delta z \gg l_z = 2\pi/|\eta_1 - \eta_M|.$$

Центр этой области по горизонтали мы обозначим через r_{s0} , а интервал усреднения Δz выберем равным сечению волновода $\Delta z = H$. Величины l_{\parallel} и l_z можно рассматривать как продольный и поперечный радиусы корреляции поля, которое при большом числе мод $M \gg 1$ обнаруживает черты стохастического поведения.

Подставив (3) в (4), сгруппируем члены следующим образом:

$$\bar{I}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 = \sum_{m=1}^M |u_{mm}|^2 + \quad (5)$$

$$+ \sum_{\mu=1}^M \sum_{m>\mu}^M |u_{m\mu} + u_{\mu m}|^2 + \sum'_{m,n,\mu,\nu} u_{m\mu} u_{n\nu}^*.$$

Штрих у третьей суммы означает, что из нее исключены члены с $n = m$, $\nu = \mu$ и с $n = \mu$, $m = \mu$, уже учтенные в Σ_1 и Σ_2 .

Первая сумма в (5) отвечает диагональным каналам рассеяния, т. е. каналам, для которых падающая и рассеянные волны имеют одинаковые индексы. Обозначив $|u_{m\mu}|^2$ через $I_{m\mu}$, для усредненного значения \bar{I}_{mm} имеем

$$\bar{I}_{mm} = |B|^4 |f|^2 \frac{|\psi_m(z)\psi_m(z_0)|^2}{|\xi'_m|^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{s0}| |\mathbf{r}_{s0} - \mathbf{r}_0|} \left[\frac{1}{H} \int |\psi_m(z_s)|^4 dz_s \right].$$

В силу условия нормировки выражение в квадратных скобках сравнимо с единицей, так что при $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0$ по порядку величины получаем

$$\bar{I}_{mm} \sim |B|^4 |f|^2 \frac{|\psi_m(z_0)|^4}{|\xi'_m|^2 |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{s0}|^2} \sim I_0.$$

В результате первая сумма в (5) оценивается как

$$\Sigma_1 \sim M I_0. \quad (6)$$

Вторая сумма в (5) содержит интенсивности $\bar{I}_{m\mu} = \overline{|u_{m\mu}|^2}$ и $\bar{I}_{\mu m} = \overline{|u_{\mu m}|^2}$ и сверх того — перекрестные члены

$$\Sigma_2 = \sum_{\mu=1}^M \sum_{m>\mu}^M (\bar{I}_{m\mu} + \bar{I}_{\mu m} + \overline{u_{m\mu} u_{\mu m}^*} + \overline{u_{\mu m}^* u_{m\mu}}). \quad (7)$$

Перекрестные члены как раз и отвечают за многоканальные когерентные эффекты. В самом деле, при совмещенном приеме ($R = R_0$) $u_{m\mu} = u_{\mu m}$, при этом $I_{m\mu} = I_{\mu m}$ и

$$\Sigma_2|_{R=R_0} \equiv \Sigma_{2\text{ког}} = 4 \sum_{\mu=1}^M \sum_{m>\mu}^M \bar{I}_{m\mu}. \quad (8)$$

В этой сумме содержится $(M^2 - M)/2$ членов, так что Σ_2 оценивается как

$$\Sigma_{2\text{ког}} = 4 \frac{M^2 - M}{2} I_0 = 2(M^2 - M) I_0. \quad (9)$$

Если используется не совмещенный, а разнесенный прием и при этом точка наблюдения удалена от источника дальше, чем на l_{\parallel} по горизонтали и на l_z — по вертикали, $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > l_{\parallel}$, $|z - z_0| > l_z$, то перекрестные члены в (7) перестают быть одинаковыми. Более того, эти члены часто меняют знак при изменении r или z , и их совокупный эффект становится пренебрежимо малым по сравнению с $\bar{I}_{m\mu}$. В этом случае мы будем говорить о некогерентном сложении полей $u_{m\mu}$ и $u_{\mu m}$, так как

$$\Sigma_{2\text{неког}} \approx \sum_{\mu=1}^M \sum_{m>\mu}^M (\bar{I}_{m\mu} + \bar{I}_{\mu m}). \quad (10)$$

Эта величина примерно вдвое меньше, чем $\Sigma_{2\text{ког}}$:

$$\Sigma_{2\text{неког}} \sim (M^2 - M) I_0 \approx \frac{1}{2} \Sigma_{2\text{ког}}. \quad (11)$$

Наконец, третья сумма в (5) содержит интерференционные слабые, которые при усреднении по r_s или z_s обращаются в нуль.

Отношение интенсивности $\bar{I}(R_0, R_0)$ при совмещенном приеме к интенсивности рассеяния $\bar{I}(R, R_0)$ при разнесенном приеме ($|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \gg l_{\parallel}$, $|z - z_0| \gg l_z$) назовем коэффициентом усиления обратного рассеяния:

$$N = \frac{\bar{I}(R_0, R_0)}{\bar{I}(R, R_0)} = \frac{\Sigma_1 + \Sigma_{2\text{ког}}}{\Sigma_1 + \Sigma_{2\text{неког}}}. \quad (12)$$

В силу (6), (9) и (11) коэффициент усиления оценивается как

$$N \approx \frac{M + 2(M^2 - M)}{M + (M^2 - M)} = 2 - \frac{1}{M},$$

т. е. $N \rightarrow 2$ при $M \rightarrow \infty$.

Двукратное превышение средней интенсивности возле источника над фоном наблюдается в области, ограниченной радиусами корреляции поля:

$$|z - z_0| \leq l_z, \quad |r - r_0| \leq l_{\parallel}. \quad (13)$$

В силу закона сохранения энергии увеличение интенсивности при $r \rightarrow r_0, z \rightarrow z_0$ должно сопровождаться некоторым ослаблением интенсивности рассеяния на границах области (13). Усиление рассеяния вблизи источника и ослабления интенсивности на расстоянии $|z - z_0| \sim \sim l_z$ схематически изображено на рис. 1.

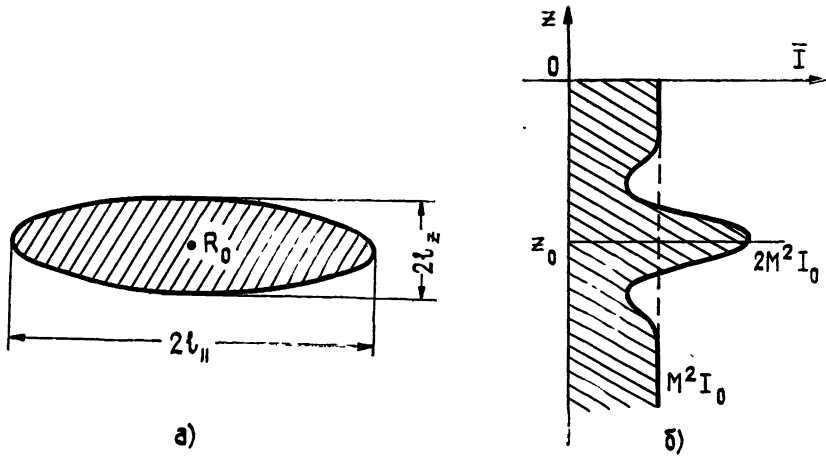


Рис. 1.

3. Рассмотрим возможные проявления сильных фокусировок, которые возникают тогда, когда заметное число мод, скажем $M_1 \gg 1$, оказывается в фазе. В этом случае при совмещенном приеме в сумме (3) когерентному (синфазному) сложению подвергается сразу $\sim M_1^2$ слагаемых, причем интенсивность в фокальном пятне составляет примерно $M_1^4 I_0$. Правда, сильное возрастание интенсивности происходит в ограниченной области пространства с размерами l_{\parallel} и l_z , отвечающими числу M_1 . Поэтому вклад фокусировок в среднюю интенсивность (4) может быть оценен как

$$\Delta \bar{I}_{\text{фок}} \sim M_1^4 I_0 (l_{\parallel} l_z / \Delta r \Delta z).$$

При разнесенном приеме синфазность не обеспечивается и поэтому $\Delta \bar{I}_{\text{фок}} \approx 0$. Число эквидистантных мод M_1 для волновода, ограниченно-го стенками, обычно невелико, тогда как в канале с параболическим профилем показателя преломления $n^2(z) = 1 - z^2/H^2$ число M_1 может оказаться достаточно большим. В этом случае, как показывают простые оценки, $l_z \approx \sqrt{\lambda H / M_1}$, $l_{\parallel} \approx H / M_1$, и если в качестве Δr взять длину цикла луча H , а усреднение по z провести по области $\Delta z = \sqrt{M_1 \lambda H}$, ограниченной точками поворота для лучей M_1 -й моды, то $l_{\parallel} l_z \approx \Delta r \Delta z / M_1^2$, и в результате

$$\Delta \bar{I}_{\text{фок}} \sim M_1^4 I_0 M_1^{-2} = M_1^2 I_0.$$

Таким образом, при совмещенном приеме средняя интенсивность увеличивается на величину, сравнимую с $\bar{I}(R_0, R_0) \sim 2M^2 I_0$, благодаря чему возрастает и коэффициент усиления N . В предельном случае, когда синфазному сложению подвергаются все моды, участвующие в формировании поля, т. е. $M_1 = M$, коэффициент усиления $N \rightarrow 3$ при $M \rightarrow \infty$.

В заключение отметим, что эффект усиления обратного рассеяния сохраняется и в случае протяженных рассеивателей. В этом можно убедиться, используя теорию рассеяния, развитую в работах [6,7]. При наличии случайных неоднородностей в среде появляется дополнительный фактор усиления, причем эффект усиления выражен не только в вертикальной плоскости, но и по азимуту. Наличие азимутальной зависимости $\bar{\Gamma}$ может служить признаком присутствия случайных неоднородностей в многомодовом волноводе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 7, с. 1064
2. Кравцов Ю. А., Санчев А. И. — УФН, 1982, 137, № 3, с. 502.
3. Лхунув Х. Г., Кравцов Ю. А. — Акуст. журн., 1982, 28, № 4, с. 438.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973
5. Алувэля Д. С., Келлер Дж. Б. — В сб.: Распространение волн и подводная акустика. — М.: Мир, 1980; с. 20.
6. Кравцов Ю. А., Кузькин В. М., Петников В. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 4, с. 440.
7. Кравцов Ю. А., Кузькин В. М., Петников В. Г. — Акуст. журн., 1984, 30, № 3, с. 32.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
11 мая 1983 г.

EFFECT OF AMPLIFICATION OF WAVE BACK SCATTERING BY A BODY PLACED IN A REGULAR MULTIMODE WAVEGUIDE

Kh. G. Akhunov, Yu. A. Kravtsov, V. M. Kuz'kin

The effect of amplification of back scattering by a body placed in a regular multimode waveguide is considered in terms of normal wave theory. In this case, the amplification effect arises due to multichannel coherent effects: when the receiver is arranged close to the transmitter, scattering from the m -mode to the μ -mode proves to be identical to scattering from the μ -mode to the m -mode. It is shown that if there are many modes, the intensity of a back-scattered field, averaged over a set of scatterer locations, is twice the intensity for space diversity reception, compared to the transceiver case. Dimensions of the area experiencing the amplification effect are established and the contributions of the effects produced by the cophase addition (focusing) of many normal waves are evaluated.
